عمر الجبر
Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

أسئلة الثانوية العامة للسنوات السابقة مع حلولها

الرياضيات

الورقة الثانية

المستوى الرابع

إعداد

أ.محمد صالح

د.محمود الكسجي

مركز زهرة الإتحاد الثقافي
الوحدات: 4752403

أكاديمية صناع المعرفة
المدينة الرياضية: 0796667058

أكاديمية العصر الجديد
ابو نصير: 0795651033

التقنيات
الهاشمي : 5053230

أ.عمر الجبر

الأكاديمية الأولى
صويلح: 0791461143

مركز المُدثر الثقافي
الجبيهة: 5330430

Jo Academy.com
0798006679

الأذكياء
الجاردنز: 0795655900

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٢٠١٣	٢	١

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي

مدة الامتحان : ٢ س ٠٠ د
اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٣/١/١٢

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (٢٢ علامة)

جد التكاملات الآتية :

أ) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$ جا ٢ س جتا س د س (٦ علامات)

ب) $\int$ س^{٥} هـ$^{س^{٣}}$ د س (٨ علامات)

ج) $\int \frac{س^{٢}}{س^{٢} - ٤}$ د س (٨ علامات)

السؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{١}{س \sqrt{٣ + لو_{هـ} س}}$ ، س > ٠ ، فجد قاعدة العلاقة ص علماً بأن منحناها يمر بالنقطة (هـ ، ٤) ، هـ العدد النيبيري. (٩ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاث الآتية :

ق (س) = س^{٢} − ١ ، هـ (س) = ١ − س ، ل (س) = ٣ (٩ علامات)

السؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ص = ٤$^{ق(س)}$ وكان ق (س) قابل للاشتقاق، فأثبت أن :

$\frac{د ص}{د س}$ = ٤$^{ق(س)}$ × $لو_{هـ}$ ٤ × ق`(س) (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

عمر الجبر Omar Aljabr
omaraljabr.com

ب) جـد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه ب١ (٣ ، ٢) ، ب٢ (٩ ، ٢) وطول محوره الأكبر = ١٢ وحدة (٧ علامات)

ج) جـد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في الربع الأول وتمس كل من المستقيمات الآتية :

س = ٣ ، ص = ٢ ، س = ٩ (٥ علامات)

السـؤال الرابع : (١٨ علامة)

أ) جـد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة (٢ ، ٢) ومعادلة دليله س = −٥ (٦ علامات)

ب) جـد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه هما النقطتان (٤ ، −٦) ، (٤ ، ٦) ، واختلافه المركزي يساوي $\frac{٥}{٣}$ (٦ علامات)

ج) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث س = ٣ + ٢ جـا هـ ، ص = ٤ + ٢ جتـا هـ حيث هـ زاوية متغيرة. جـد معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) وبيّن نوعه. (٦ علامات)

السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها :

١) إذا كان م (س) اقتران بدائي لـ ق (س) بحيث م (س) = ظتـا س + ١ ، فإن ق $(\frac{\pi}{٤})$ يساوي:

أ) −٤ ب) −٢ ج) ٢ د) ٤

٢) إذا كان ق اقتراناً قابلاً للتكامل في الفترة [٠ ، ٢] ، وكان ق (س) ⩽ ٢ لكل س ∈ [٠ ، ٢] ، فإن أصغر قيمة ممكنة للمقدار : $\int_{٠}^{٢}$ (٣ ق (س) − ١) د س هي :

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٦ د) ١٠

٣) إذا كان $\int_{-٢}^{١}$ (ق (س) + ١) د س = ٩ ، $\int_{٣}^{١}$ ق (س) د س = −٤ ، فإن $\int_{-٢}^{٣}$ ق (س) د س =

أ) ٥ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٣

٤) قيمة $\int_{٠}^{١}$ $\frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + ١}$ د س =

أ) ١ ب) لـو$_{هـ}$ (هـ + ١) ج) لـو$_{هـ}$ $(\frac{هـ + ١}{٢})$ د) لـو$_{هـ}$ (٢ هـ +٢)

يتبع الصفحة الثالثة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

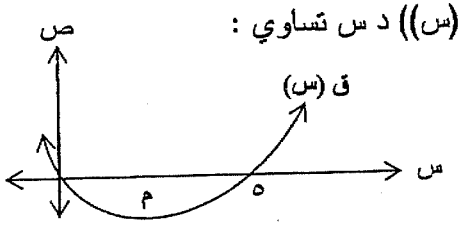
٥) إذا كان ق (س) = هـ^{جا^٢ π/٢} + لـو_هـ (١ − جتا^٢ س) ، فإن ق َ(π/٤) =

أ) √٢ ب) ٢ ج) √هـ د) √هـ + ٢

٦) قيمة ∫_{٠}^{٢} [٣ − ١/٢ س] د س =

أ) −٢ ب) −١ ج) ٢ د) ٤

٧) في الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران ق ، إذا كانت المساحة (م) المحصورة بين منحنى ق ومحور السينات تساوي (٨) وحدات مربعة، فإن ∫_{٠}^{٥} (١ − ق (س)) د س تساوي :



أ) −٣ ب) ٣
ج) −١٣ د) ١٣

٨) إذا كانت معادلة محور القطع المكافئ هي ص = −٢ ، ومعادلة دليله س = −١ ويمر منحناه بالنقطة (٤ ، ٥) ، فإن منحناه يتجه نحو :

أ) اليمين ب) اليسار ج) الأعلى د) الأسفل

٩) إذا كانت (س − ٣)^٢ / (٢ − ٢ م^٢) + (ص − ٥)^٢ / (٦ + ٢ م^٢) = ١ تُمثّل معادلة دائرة ، فإن مجموعة قيم م هي :

أ) {−٤ ، −٢} ب) {٢ ، ٤} ج) {−٤ ، ٢} د) {−٢ ، ٤}

١٠) مساحة القطع الناقص الذي معادلته ٤ س^٢ + ٩ ص^٢ = ٣٦ بالوحدات المربعة تساوي :

أ) ١/٦ π ب) ٦ π ج) ٣٦ π د) ١٣ π

١١) قطع مخروطي معادلته ٥ (س + ١)^٢ − ٤ (ص − ٢)^٢ = −٢٠ . ما اختلافه المركزي؟

أ) ٣/٢ ب) ٢/٣ ج) ٣/√٥ د) √٥/٣

١٢) المعادلة ٩ س^٢ + ١٨ س = −٩ ص^٢ + ٣٦ ص − ٤ تُمثّل معادلة :

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

(انتهت الأسئلة)

Omar Aljabr Academy
www.omaraljabr.com

السؤال الأول :-

(أ) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{جا}^2 س \cdot \text{جتا} س \cdot د س = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{جا}^2 س \cdot \text{جتا} س \cdot \text{جتا} س \cdot د س$ (مقترنة بقوة)

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{جا}^2 س \cdot \text{جتا}^2 س \cdot د س$

$ص = \text{جتا} س \Rightarrow \frac{د ص}{د س} = -\text{جا} س$

$\frac{د ص}{-\text{جا} س} = د س$

$= \int \text{جا}^2 س \cdot ص^2 \cdot \frac{د ص}{-\text{جا} س}$

$= -\int ص^2 د ص = -\frac{ص^3}{3}$ من $\frac{1}{\sqrt{2}}$ إلى 0

$= -\frac{1}{3}\left[(0)^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3\right] = \frac{1}{3\sqrt{2}}$

(ب) $\int \frac{س^3}{\sqrt{ص}} \cdot د س$

$ص = س^3 \Rightarrow \frac{د ص}{د س} = 3 س^2$

$\frac{د ص}{3 س^2} = د س$

$= \int \frac{س^2}{\sqrt{ص}} \cdot \frac{د ص}{3 س^2}$

$= \int \frac{1}{3} \frac{ص}{\sqrt{ص}} \cdot د ص$

$ف = \frac{1}{3} ص \Rightarrow د ف = \frac{1}{3} د ص$

$د هـ = \frac{1}{\sqrt{ص}} \cdot د ص \Rightarrow هـ = 2\sqrt{ص}$

$= \frac{1}{3} ص \cdot 2\sqrt{ص} - \int \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{ص} \cdot د ص$

$= \frac{1}{3} ص \sqrt{ص} - \frac{2}{3} \int \sqrt{ص} \cdot د ص$

$= \frac{1}{3} س^3 \sqrt{س^3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{ص^3} + ث$

(ج) $\int \frac{س^2}{س^2 - 4} \cdot د س = \int 1 \cdot د س + \int \frac{4}{س^2 - 4} \cdot د س$

هامش

$\frac{س^2}{س^2 - 4}$ | 1

$\frac{4}{س^2 - 4}$

$\frac{4}{س^2 - 4} = \frac{أ}{س - 2} + \frac{ب}{س + 2}$

$4 = أ(س+2) + ب(س-2)$

بالجذور: $س = 2 \Rightarrow 4 = 4أ + 0 \Rightarrow أ = 1$

$س = -2 \Rightarrow 4 = 0 + -4ب \Rightarrow ب = -1$

$= \int 1 \cdot د س + \int \frac{1}{س - 2} \cdot د س + \int \frac{-1}{س + 2} \cdot د س$

$= س + \text{لو}_{\text{هـ}} |س - 2| - \text{لو}_{\text{هـ}} |س + 2| + ث$

السؤال الثاني :-

$\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{\text{جا} 3 س \cdot \text{لو}_{\text{هـ}} س}$

$ص = \int \frac{1}{\text{جا} 3 س \cdot \text{لو}_{\text{هـ}} س} \cdot د س$ ← بتفويض

هل = لسؤال الكبير ← يتبع

السؤال الثالث :-

(أ) $ص = 4^{\text{ظا} س}$ اخذ اللوغاريتم للطرفين

$\text{لو}_{\text{هـ}} ص = \text{لو}_{\text{هـ}} 4^{\text{ظا} س}$

$\text{لو}_{\text{هـ}} ص = \text{ظا} س \cdot \text{لو}_{\text{هـ}} 4 \Rightarrow \frac{د ص}{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} 4 \cdot \text{قا}^2 س$

$\frac{د ص}{د س} = ص \cdot \text{لو}_{\text{هـ}} 4 \cdot \text{قا}^2 س$

$\frac{د ص}{د س} = 4^{\text{ظا} س} \times \text{لو}_{\text{هـ}} 4 \times \text{قا}^2 س$

(ب) $ص = \sqrt{3 + \text{لو}_{\text{هـ}} س}$

$ص^2 = 3 + \text{لو}_{\text{هـ}} س$

$2 ص \frac{د ص}{د س} = \frac{1}{س}$

$2 ص \cdot د ص \cdot د س = د س$

$\therefore ص = \sqrt{2 \text{لو}_{\text{هـ}} س + 3} + ث$ ← نجرد حيث $(\text{هـ}, 4)$

$ص = \sqrt{2 \text{لو}_{\text{هـ}} س + 3}$

$4 = \sqrt{2 \text{لو}_{\text{هـ}} 4 + 3} + ث$

$4 = \sqrt{1 + 3} + ث$

$4 = 2 + ث \Rightarrow ث = 2$

$ص = \sqrt{2 \text{لو}_{\text{هـ}} س + 3} + 2$

(ب) اقترانات: ① $س^3 - 1 = 3 س^2 - 3 س$

$س^3 - 3 س^2 + 3 س - 1 = 1$

$س^3 - 3 س^2 + 3 س - 2 = 0$

$(س - 2)(س^2 - س + 1) = 0$

$س = 2$ ✓ | $س^2 - س + 1 = 0$ ✗

$س = 2 \Rightarrow ص = 1$

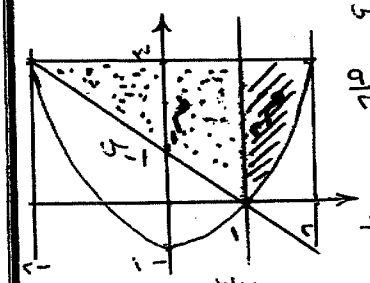
$س = 1 \Rightarrow ص = 0$

② $ص = 3 س - 3$

$ص = 3(س - 1)$

$ص = 0 \Rightarrow س = 1$

$ص = 3 \Rightarrow س = 2$



$م_1 = \int_{-2}^{1} (3) - (1 - س) \cdot د س$

$= \int_{-2}^{1} (2 + س) \cdot د س = \frac{9}{2}$

$م_2 = \int_{1}^{2} 3 - (س^2 - 1) \cdot د س$

$= \int_{1}^{2} (4 - س^2) \cdot د س = \frac{5}{3}$

المساحة الكلية $= \frac{9}{2} + \frac{5}{3} = \frac{37}{6}$ وحدة مربعة

(ج) الاسم: ناقص

المركز: $(6, 2)$

البؤرتان: $(2, 2)$

$ب^2 = أ^2 - ج^2 \Rightarrow 9 = 36 - ج^2 \Rightarrow ج = 27$

$\frac{(س - 6)^2}{أ^2} + \frac{(ص - 2)^2}{ب^2} = 1$

$\frac{(س - 6)^2}{36} + \frac{(ص - 2)^2}{27} = 1$

$ج = أ ه \Rightarrow 3 = 6 ه \Rightarrow ه = \frac{1}{2}$

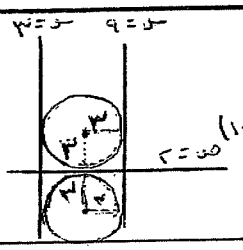
$ج = 6 - 3 = 3$

$ب^2 = أ^2 - ج^2 \Rightarrow ب^2 = 36 - 9 = 27$

$\frac{(س - 6)^2}{36} + \frac{(ص - 2)^2}{27} = 1$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(٤) من الرسم

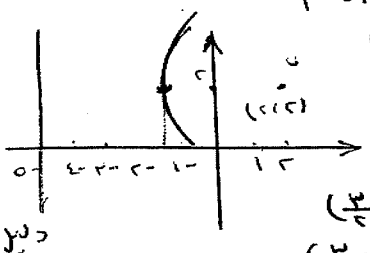


نق = ٦ ⇐ نق = ٣

المركز (٦، ٥) مركز الدائرة الثانية (٦، -١)

$(س-٦)^٢ + (ص-٥)^٢ = ٩$

السؤال الرابع :- ص الرسم



الرأس $(\frac{-٥+٢}{٢}، ٢)$

$(-\frac{٣}{٢}، ٢)$

ه = ٣,٥

$(ص-٢)^٢ = ٤ه(س+\frac{٣}{٢})$

$(ص-٢)^٢ = ٤\times\frac{٧}{٢}(س+\frac{٣}{٢})$

$(ص-٢)^٢ = ١٤(س+\frac{٣}{٢})$

(٥) الرسم : زائد لأنه ه > ١

المركز : (٤، ٠)

النوع : صادي

$\frac{(ص-٠)^٢}{م^٢} - \frac{(س-٤)^٢}{ن^٢} = ١$

رأساه (٤، ٦) ⇐ م = ٦ ← $م^٢ = ٣٦$

$ه = \frac{ج}{م} \Leftarrow \frac{٥}{٣} = \frac{ج}{٦} \Leftarrow ج = ١٠$

لكن $ج^٢ = م^٢ + ن^٢ \Leftarrow ١٠٠ = ٣٦ + ن^٢ \Leftarrow ن^٢ = ٦٤$

$\frac{ص^٢}{٣٦} - \frac{(س-٤)^٢}{٦٤} = ١$

(٦) $س = ٣ + ٢جاه \Leftarrow \frac{س-٣}{٢} = جاه$ تربيع

$ص = ٤ + ٢جتاه \Leftarrow \frac{ص-٤}{٢} = جتاه$ تربيع

$\frac{(س-٣)^٢}{٤} = جا^٢ه$

$\frac{(ص-٤)^٢}{٤} = جتا^٢ه$ بالجمع

$\frac{(س-٣)^٢}{٤} + \frac{(ص-٤)^٢}{٤} = جا^٢ه + جتا^٢ه$

$\frac{(س-٣)^٢}{٤} + \frac{(ص-٤)^٢}{٤} = ١$ دائرة مركزها (٣، ٤)

السؤال الخامس :-

(١) $م(س) = ظتاس + ١$ ـــ + ثقه

$م'(س) = -قتا^٢س$

(ب) $م'(\frac{\pi}{٤}) = -قتا^٢\frac{\pi}{٤} \Leftarrow م'(\frac{\pi}{٤}) = -٢$

(ج) اصغر قيمة هي $\int_{٢}^{٣}(-١)\,د س$

$\int_{٢}^{٣}٥\,د س = ٥(٣-٢) = ١٠$

(د) $\int_{-٢}^{-١}(س+١)^٢\,د س + \int_{-١}^{٢}(س+١)^٢\,د س$

$= \frac{(س+١)^٣}{٣}\Big]_{-٢}^{-١} + \frac{(س+١)^٣}{٣}\Big]_{-١}^{٢}$

$= ٠ - (-\frac{١}{٣}) + \frac{٢٧}{٣} - ٠ = \frac{٢٨}{٣}$

(هـ) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}(٣جتا س + ٢جا س)\,د س$

$= ٣جا س - ٢جتا س\Big]_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$

$= ٣ + ٢ = ٥$

(٣) $\int_{-٢}^{-١} م(س)\,د س + \int_{-١}^{٢} م(س)\,د س = \int_{-٢}^{٢} م(س)\,د س$

$\int_{-٢}^{٢} م(س)\,د س + \int_{٢}^{٣} م(س)\,د س = \int_{-٢}^{٣} م(س)\,د س$

$\int_{-٢}^{٣} م(س)\,د س = ٩$

$\int_{-٢}^{٢} م(س)\,د س + \int_{٢}^{٣} م(س)\,د س = ٦$

$\int_{-٢}^{٢} م(س)\,د س = ٦ - ٤ = ٢$

(و)

(٤) $\int \frac{هـ^س}{هـ^س + ١}\,د س = لو_هـ(هـ^س + ١) + ث = لو_هـ(هـ + ١) - لو_هـ ٢$

$= لو_هـ\frac{هـ+١}{٢}$

(ز) $م(س) = هـ\frac{جا^٢س}{٢} + لو_هـ جا س \Leftarrow هـ\frac{جا^٢س}{٢} + ٢لو_هـ جا س$

$م'(س) = \frac{جا س}{جا س} + ٢$

$م'(س) = ظتاس \Rightarrow م'(\frac{\pi}{٤}) = ٢ظتا٤٥ = ٢$

(ح) ل = ٢

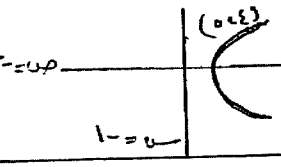
$\Rightarrow \int_{٢}^{٤} ٢\,د س = ٤$

$\{٢، ٤\}$ ، $٢ \le س \le ٤$

(ط) $\int_{٠}^{٥} ١\,د س - \int_{٠}^{٥} م(س)\,د س$

$= ١(٥-٠) - (-٨) = ٥ + ٨ = ١٣$

(ى) من الرسم



(ك) دائرة عندما معامل $س^٢$ = معامل $ص^٢$

$م^٢ - ٢م + ٦ = ٢م + ٨ \Leftarrow م^٢ - ٤م - ٢ = ٠$

$(م-٤)(م+٢) = ٠ \Leftarrow م = ٤ ، م = -٢$ (ك)

(ل) مساحة القطع الناقص = $٢\times٣\times\pi$

$\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٤} = ١$

$م^٢ = ٩ \Leftarrow م = ٣$

$ن^٢ = ٤ \Leftarrow ن = ٢$

المساحة $= ٣\times٢\times\pi$

$= ٦\pi$ (ل)

(م) $\frac{(س+١)^٢}{٥} - \frac{٤(ص-٢)^٢}{٥} = ١$

$-\frac{(س+١)^٢}{٤} + \frac{(ص-٢)^٢}{٥} = ١$

$\frac{(ص-٢)^٢}{٥} - \frac{(س+١)^٢}{٤} = ١$

قطع زائد

$م^٢ = ٥ \Leftarrow م = \sqrt{٥}$

$ن^٢ = ٤$

$ج^٢ = م^٢ + ن^٢ = ٩$

$ج = ٣$

$ه = \frac{ج}{م} = \frac{٣}{\sqrt{٥}}$ (ص)

(ن) بعد التبسيط

$٩س^٢ + ٩ص^٢ + ١٨س - ٣٦ص + ٤ = ٠$

دائرة

(ع)

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
ن	ك	ل	ع	ف	ب	ك	م	ك	ب	ع	م

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١
—
١

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

X	8	8	X

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع — مدة الامتحان : ٠٠ د ٣ س

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٣/٠٦/٣٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٧ علامة)

جد التكاملات الآتية :

أ) $\int$ قا^{٤}(٣س) ظا^{٣}(٣س) دس (٦ علامات)

ب) $\int$ س^{٢} لو$_{هـ}$ س دس (٥ علامات)

ج) $\int \frac{س^{٥}+٢}{س^{٢}-١}$ دس (٦ علامات)

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) قُذفت كرة من قمة برج ارتفاعه (٤٥) متراً عن سطح الأرض إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها (٤٠) م/ث وبتسارع مقداره (−١٠) م/ث^{٢}. جد الزمن الذي استغرقته الكرة لتعود إلى سطح الأرض. (٧ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = جتا (π س) ومحور السينات بالفترة [٠ ، ٢] (٧ علامات)

ج) جد معادلة الدائرة التي طول قطرها (١٤) وحدة ، ومركزها النقطة (م ، م) حيث م > صفر، وتمس المستقيم الذي معادلته ٣س + ٤ص = صفر (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (١٥ علامة)

أ) إذا كان ص = $\sqrt{١ + هـ^{س}}$ ، فجد $\frac{دص}{دس}$ عندما س = صفر (٤ علامات)

ب) إذا كان ق كثير حدود من الدرجة الثانية، وكان ق(٠) = ق(١) = صفر ، $\int_{٠}^{١}$ ق(س) دس = ١
فجد قاعدة الاقتران ق (٦ علامات)

ج) إذا كان $\int_{-١}^{٣} (٣س^{٢} - ٢ \int_{٠}^{٣} ٣م \, دم) دس = -٢٠$ ، فجد قيم الثابت حـ (٥ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٤ علامة)

أ) جد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه نقطة الأصل ومحوره الأكبر يوازي محور السينات ويمر منحناه بالنقطة (١ ، ٣) واختلافه المركزي $\frac{١}{٢}$ (٨ علامات)

ب) قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل وبؤرته تقع على محور الصادات ويمر منحناه بالنقطة (-٤ ، -٥)
جد ما يأتي: ١) إحداثي بؤرته ٢) معادلة دليله. (٧ علامات)

ج) قطع مخروطي معادلته ٣(س+٢)^{٢} - (ص + $\frac{٣}{٢}$)^{٢} = $\frac{٣٩}{٤}$ ، جد ما يأتي: (٩ علامات)

١) مركز القطع. ٢) إحداثيات رأسي القطع.
٣) طول المحور المرافق. ٤) الاختلاف المركزي.

السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه **الإجابة الصحيحة لها كاملة**.

١) إذا كان ق(س) = لـــو$_{هـ}$ $هـ^{س^{٢}+١}$ ، فإن ق$'$ (٢) تساوي:

■ ٤ ■ صفر ■ ٥ ■ ١

٢) إذا كان $\int_{١}^{٧}$ ق (س) دس = ٢ ، $\int_{٧}^{}$ ق (س) دس = -٦ ، فإن $\int_{١}^{٧} \frac{ق(س)}{٢}$ دس تساوي:

■ -٤ ■ ٤ ■ -٢ ■ ٢

يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

٣) إذا كان $\int_{1}^{2}$ ق (س) دس = ٦ ، وكان $\int_{1}^{2}$ ل ق(س) دس = -٣ ، فإن قيمة الثابت ل هي :

■ $-\frac{1}{2}$ ■ $\frac{1}{2}$ ■ -٦ ■ ٢

٤) قيمة $\int_{0}^{2}$ [$\frac{1}{2}$ س + ٤] دس تساوي :

■ ٩ ■ ١٤ ■ ١٣ ■ ١٨

٥) قيمة $\int_{هـ}^{هـ^2}$ $\frac{1}{س \ln س}$ دس تساوي :

■ لـو$_{هـ}$ (هـ - ١) ■ لـو$_{هـ}$ (هـ^2+هـ+١) ■ لـو$_{هـ}$ (هـ^2+هـ) ■ لـو$_{هـ}$ (هـ^2-١)

٦) قيمة $\int_{2}^{2}$ ٣ π^2 دل تساوي :

■ π^2 ■ π ٦ ■ ٣ π^2 ■ صفر

٧) إذا كان $\int_{1}^{س}$ ق (س) دس = س^2 + ٤ س - ٤ ، فإن قَ (٢) تساوي :

■ ٢ ■ ٤ ■ ٨ ■ $\frac{56}{3}$

٨) منحنى القطع المخروطي الذي معادلته (س-٢)^2 - ١٦(ص+٣) = صفر ، يتّجه نحو:

■ اليمين ■ اليسار ■ الأعلى ■ الأسفل

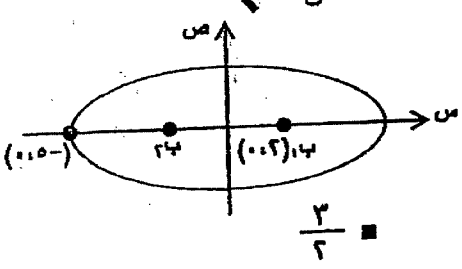
٩) المعادلة ٤س^2 + ١٦س = ٤ ص^2 - ٨ص + ١٠ تمثّل معادلة:

■ دائرة ■ قطع زائد ■ قطع مكافئ ■ قطع ناقص

١٠) معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته ٤ص = -س^2 هي:

■ ص = ١ ■ ص = -١ ■ س = ١ ■ س = -١

١١) اعتماداً على الشكل المرسوم جانباً والذي يمثّل منحنى قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه ب١ ، ب٢ . ما اختلافه المركزي؟



■ $\frac{3}{5}$ ■ $\frac{2}{5}$ ■ $\frac{2}{3}$ ■ $\frac{3}{2}$

١٢) البعد البؤري للقطع المخروطي الذي معادلته $\frac{س^2}{16} - \frac{ص^2}{20} = 1$ يساوي:

■ ٤ وحدة ■ ٤$\sqrt{5}$ وحدة ■ ٨ وحدة ■ ١٢ وحدة

﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الأول:

أ) ∫ قا⁴(٣س) ظا³(٣س) ءس .

∫ قا²٣س . ص³ . ءص / ٣قا²٣س (متطابقة)

ص = ظا٣س
ءص/ءس = ٣قا²٣س
ءس = ءص / ٣قا²٣س

١/٣ ∫ (ظا²٣س + ١) ص³ . ءص

١/٣ ∫ (ص² + ١) ص³ . ءص

١/٣ ∫ (ص⁵ + ص³) . ءص

١/٣ [ص⁶/٦ + ص⁴/٤] + ج

١/١٨ (ظا٣س)⁶ + ١/١٢ ظا⁴٣س + ج

يوجد حلول أخرى

ب) ∫ س² لو_هـ س . ءس

هـ = لو_هـ س ← ءهـ = ١/س . ءس
ءو = س² ← و = س³/٣

= س³/٣ لو_هـ س − ∫ ١/٣ س² . ءس

= س³/٣ لو_هـ س − ١/٣ × س³/٣ + ج

* يوجد حلول أخرى ← ص = لو_هـ س .....

جـ) ∫ (س⁵ + ٢)/(س² − ١) . ءس

قسمة طويلة ثم كسور جزئية .

(س⁵ + ٢) ÷ (س² − ١) = س³ + س
−(س⁵ − س³)
س³ + ٢
−(س³ − س)
س + ٢

⇐ ∫ (س³ + س) . ءس + ∫ (س + ٢)/(س² − ١) . ءس

س⁴/٤ + س²/٢ + كسور جزئية

(س + ٢)/(س² − ١) = أ/(س − ١) + ب/(س + ١)

س + ٢ = أ(س + ١) + ب(س − ١)

الجذور:
س = ١ ⇐ ٣ = ٢أ ⇐ أ = ٣/٢
س = −١ ⇐ ١ = −٢ب ⇐ ب = −١/٢

⇐ س⁴/٤ + س²/٢ + ∫ (٣/٢)/(س − ١) . ءس + ∫ (−١/٢)/(س + ١) . ءس

= س⁴/٤ + س²/٢ + ٣/٢ لو_هـ|س − ١| + −١/٢ لو_هـ|س + ١| + ج

السؤال الثاني:

ءع/ءن = −١٠ ⇐ ∫ ءع = ∫ −١٠ ءن

ع = −١٠ن + ج ← ع = ٤٠ عندما ن = ٠

٤٠ = ٠ + ج

ج = ٤٠

∴ ع = −١٠ن + ٤٠

ءف/ءن = −١٠ن + ٤٠

∫ ءف = ∫ (−١٠ن + ٤٠) . ءن

ف = −٥ن² + ٤٠ن + ج

ف = ٤٥ عندما ن = ٠
٤٥ = ٠ + ٠ + ج ⇐ ج = ٤٥

ف = −٥ن² + ٤٠ن + ٤٥

عندما يعود الجسم للأرض فإنه ف = صفر

−٥ن² + ٤٠ن + ٤٥ = صفر

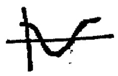
ن² − ٨ن − ٩ = ٠

(ن + ١)(ن − ٩) = ٠

ن = −١ تهمل ، ن = ٩

ب) أعمدة : لدينا فترة [٠، ٢]

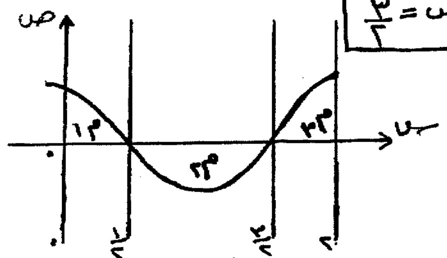
اقترانات : ② حتا ط س ، صفر



حتا ط س = ٠

ط س = ط/٢ ، ٣ط/٢

س = ١/٢ ، س = ٣/٢



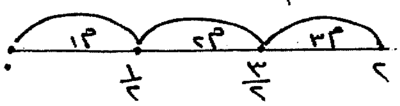
م١ = ∫ من ٠ إلى ١/٢ حتا ط س . ءس = حا ط س / ط | من ٠ إلى ١/٢ = ١/ط

م٢ = ∫ من ١/٢ إلى ٣/٢ (٠) − (حتا ط س) . ءس = −حا ط س / ط | من ١/٢ إلى ٣/٢ = ٢/ط

م٣ = ∫ من ٣/٢ إلى ٢ حتا ط س . ءس = حا ط س / ط | من ٣/٢ إلى ٢ = ١/ط

م الكلية = ١/ط + ٢/ط + ١/ط = ٤/ط

ممكن الحل بدون الرسم



Omar Aljabr عمر الجبر
www.OmarAljabr.com

ج $ر = ٧$ ، المركز $(م، م)$

$ر$ = بعد المركز عن المستقيم

$$٧ = \frac{|٣م - ٤م + ١|}{\sqrt{٩ + ١٦}}$$

$$٧ = \frac{|-م + ١|}{٥}$$

$$٣٥ = |-م + ١| \Leftarrow م - ١ = ٣٥ \leftarrow م = ٣٦$$

$$-م + ١ = ٣٥ \leftarrow م = -٣٤$$

∴ المركز $(٣٦، ٣٦)$

المعادلة $(س - ٣٦)^٢ + (ص - ٣٦)^٢ = ٤٩$

السؤال الثالث :-

أ $ص = ١٧ + هـ^{س}$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{هـ^{س}}{١٧ + هـ^{س}}$$

$$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٠} = \frac{هـ}{١٧ + هـ} = \frac{١}{١٨}$$

ب $ق(س) = أ س^٢ + ب س + ج$.

$ق(٠) =$ صفر $\leftarrow ٠ + ٠ + ج =$ صفر $\leftarrow ج = ٠$

∴ $ق(س) = أ س^٢ + ب س$

$$\int (أ س^٢ + ب س) د س = ٠ \quad [س]_{١}^{٠}$$

$$\left.\frac{أ س^٣}{٣}\right|_{١}^{٠} + \left.\frac{ب س^٢}{٢}\right|_{١}^{٠} = ١$$

$$\frac{أ}{٣} + \frac{ب}{٢} = ١$$

$$٢أ + ٣ب = ٦ \quad \text{---} ①$$

$ق(١) = ٠$

$$أ + ب + ٠ = ٠$$

$$أ + ب = ٠ \quad \text{---} ②$$

نحل المعادلتين $أ = -٦$ ، $ب = ٦$

$ق(س) = -٦ س^٢ + ٦ س$.

ج محلول في دوسية التكامل صفحة (٨)

الجواب $هـ = \pm ٢$

السؤال الرابع :-

أ الاسم : ناقص

النوع : رأسي

المركز : $(٠، ٠)$

$$\frac{س^٢}{ب^٢} + \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١$$

$$هـ = \frac{ج}{أ} = \frac{١}{٢} \leftarrow ٢ج = أ \quad \text{---} ①$$

(١، ٣) تحقق $\frac{١}{أ^٢} + \frac{٩}{ب^٢} = ١$

$$ب^٢ + ٩أ^٢ = أ^٢ ب^٢ \quad \text{---} ②$$

$$ج^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow \frac{أ^٢}{٤} = أ^٢ - ب^٢$$

$$\frac{٣}{٤} أ^٢ - ب^٢ = \text{صفر}$$

$$\frac{٣}{٤} أ^٢ = ب^٢ \quad \text{---} ③$$

نعوض ③ في ②

$$\frac{٣}{٤} أ^٢ + ٩أ^٢ = \frac{٣}{٤} أ^٢ \times أ^٢$$

$$٣أ^٢ + ٣٦أ^٢ = ٤أ^٢$$

$$٣٩أ^٢ - ٤أ^٢ = ٠$$

$$٣٥أ^٢ (١٣ - أ^٢) = ٠$$

$$٣٥أ^٢ = ٠ \Leftarrow أ^٢ = ٠ \text{ تهمل} \quad ١٣ = أ^٢$$

$$\therefore ب^٢ = \frac{٣}{٤} \times ١٣ = \frac{٣٩}{٤}$$

المعادلة : $\frac{س^٢}{١٣} + \frac{ص^٢}{\frac{٣٩}{٤}} = ١$

ب نرسم أولاً الرأس $(٠، ٠)$

$(س - ٠)^٢ = -٤ج (ص - ٠)$

$(-٤، -٥)$ تحقق $١٦ = ٢٠ ج$

$$ج = \frac{١٦}{٢٠}$$

$$ج = \frac{٤}{٥}$$

المعادلة $س^٢ = -\frac{١٦}{٥} ص$

البؤرة $(٠، -\frac{٤}{٥})$

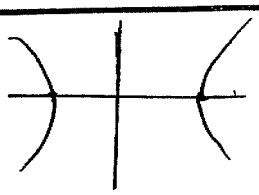
معادلة الدليل $ص = \frac{٤}{٥}$ عدد الوحدات .

ج $٣(س + ٢)^٢ - (ص + \frac{٣}{٢})^٢ = \frac{٣٩}{٤}$ بقسمة $\frac{٣٩}{٤}$

الحل :- $\frac{(س + ٢)^٢}{\frac{٣٩}{١٣}} - \frac{(ص + \frac{٣}{٢})^٢}{\frac{٣٩}{٤}} = ١$

يتبع ←

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com



الاسم: زائد
المركز: $(-2، -\frac{3}{2})$
النوع: سيني

$ق^2 = \frac{39}{12} = \frac{13}{4} \Leftarrow ق = \frac{\sqrt{13}}{2}$

الرأسان $(-2 \pm \frac{\sqrt{13}}{2}، -\frac{3}{2})$

$ب^2 = \frac{39}{4} \Leftarrow ب = \frac{\sqrt{39}}{2}$

طول المرافقة $= 2ب = \sqrt{39}$

$ح^2 = ق^2 + ب^2$

$= \frac{39}{12} + \frac{39}{4}$

$= \frac{13}{4} + \frac{39}{4} = \frac{52}{4} = 13$

$ح = \sqrt{13}$

$هـ = \frac{ح}{ق} = \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{13}}{2}} = 2$

السؤال الخامس :-

١) $ه(س) = س^2 + 1$

$ه'(س) = 2س \Leftarrow ه'(2) = 4$ ... ⓟ

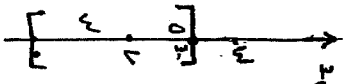
٢) $\frac{1}{2}(ه(س) \cdot ds)_1^5 + (ه(س) \cdot ds)_5^2$

$\frac{1}{2}(-2 + 6) = 2$ ------- ⓢ

٣) $ل(ه(س) \cdot ds)_1^4 = -3$

$ل \times -6 = -3 \Leftarrow ل = \frac{1}{2}$ ---- ⓒ

٤) $ل = 2$



$= (ه(س) \cdot ds)_2^4 + (ه(س) \cdot ds)_4^5$

$8 + 5 = 13$ ------- ⓗ

٥) $لو_هـ |س - 1|_{هـ}^{هـ^3}$

$= لو_هـ (هـ^3 - 1) - لو_هـ (هـ - 1)$

$= لو_هـ \frac{هـ^3 - 1}{هـ - 1} = لو_هـ (هـ^2 + هـ + 1)$ ---- ⓒ

٦) $\pi ق^2 (3 - 2) = \pi ق^2$ ---------- ⓓ

٧) استعمل الطرفين

$ه(س) = 2س + 4$

$ه'(س) = 2 \Leftarrow ه'(2) = 2$ ---- ⓟ

٨) بعد التجهيز

$(س - 2)^2 = 16(ص + 3)$

للأعلى ⓗ

٩) بعد التجهيز

$4س^2 - 4ص^2 + 16س + 8ص - 10 = 0$

قطع زائد ------ ⓒ

١٠) $س^2 = -4ص$ بعد التجهيز

$(س - 0)^2 = -4(ص - 0)$

المحور $س = 0$

الدليل $ص = 0 - ح$ ⟨ $ح = 4$ ، $ح = -1$

$ص = 1$

ⓟ

١١) عند الرسم

$ح = 2$ ، $ق = 5$

$هـ = \frac{ح}{ق} = \frac{2}{5}$ ..... ⓒ

١٢) المعادلة جاهزة المطلوب جـ

$ق^2 = 16$ $ب = 20$ $ح^2 = ق^2 + ب^2$

$16 + 20 = 36$

$ح = 6$

$2ح = 12$ ---------- ⓢ

Omar Al Jabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

نموذج (ج)

٥ ٩ ٨ ٨

١ ٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية / محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفـــرع : العلمي

مدة الامتحان : ساعتان
اليوم والتاريخ : الاثنين ٢٠١٤/١/١٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السـؤال الأول : (٢٠ علامة)

أ) جد معادلة القطع المخروطي الذي تتحرك النقطة ن (س ، ص) على منحناه بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن النقطتين (٢ ، ٢) ، (١٠ ، ٢) يساوي (٦) وحدات. (٨ علامات)

ب) لمعادلة القطع الناقص $\frac{(س - ل)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص - ك)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

أثبت أن: $ب^{٢} = أ^{٢} (١ - هـ^{٢})$

حيث هـ: الاختلاف المركزي للقطع الناقص (٥ علامات)

ج) دائرة معادلتها $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٢س + ٤ك ص. - ٤٦ =$ صفر ، تصف قطرها (٦) وحدات، ويقع مركزها في الربع الرابع. جـــد إحداثيي مركز الدائرة. (٧ علامات)

السـؤال الثاني : (٢٢ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الإقترانات الآتية: (١٠ علامات)

ق(س) = $س^{٢}$ ، هـ(س) = ٤س ، ل(س) = ١٦ .

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int_{هـ}^{ل} ظتا لـو(جا س)\ د س$ (حيث هـ: العدد النيبيري) (٥ علامات)

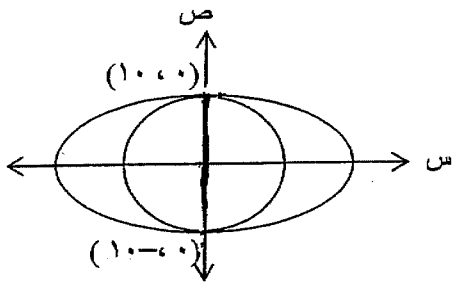
٢) $\int_{}^{} س\ جتا\ \sqrt{س^{٢} + ١}\ د س$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) يمثل الشـكل المجاور دائرة وقطع ناقص مشتركان في المركز (٠ ، ٠) ، إذا كانت مساحة القطع الناقص تساوي مثلي مساحة الدائرة المرسومة داخله، فجـد:



١) الاختلاف المركزي للقطع الناقص.

٢) معادلة القطع الناقص. (٧ علامات)

ب) قطع مكافئ معادلته ص = $\frac{١}{٢}$ − س − $\frac{١}{٢}$س^{٢} (٧ علامات)

جـد :

١) إحداثيات البؤرة والرأس .

٢) معادلة الدليل.

ج) جـد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س ، ص) في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره وحدتين عن المستقيم ٦ص = ٨س + ٤ وتمر أثناء حركتها بالنقطة ($\frac{١}{٢}$ ، −٢) (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) تحركت كرة من السكون على خط مستقيم بتسارع مقداره ($\frac{٢}{\text{ن}}$ + ن) م/ث^{٢} ، حيث ن الزمن بالثواني، فإذا علمت أن سرعة الكرة (٥٠) م/ث عندما ن = ٩ ثانية، وأن الكرة قطعت مسافة مقدارها (٢٢) متراً بعد (٤) ثواني من بدء الحركة. جد المسافة التي قطعتها الكرة بعد (٩) ثواني من بدء حركتها.
(٨ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{١}{١ + هـ^{-س}}$ د س (حيث هـ: العدد النيبيري) (٦ علامات)

٢) $\int_{٠}^{٢}$ (س^{٢} − |س−١|) د س (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس : (١٨ علامة)

أ) إذا كان قً (س) = جـا س ، قَ(π) = -١ ، ق(π) = صفر

فجد قاعدة الاقتران ق(س) (٧ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int$ (ظـا س + قـا س)^{٢} د س (٥ علامات)

٢) $\int \frac{\text{د س}}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$ (٦ علامات)

(انتهت الأسئلة)

Omar Aljabr - عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الأول :-

أ) لدينا قطع زائد بؤرتاه (٣، ٢) ، (١، ٢) و ٢ ل = ٦

الاسم : زائد ، المركز : (٢، ٢) ، النوع : سيني

$$\frac{(س-٦)^2}{ب^2} - \frac{(ص-٢)^2}{ب^2} = ١$$

٢ ل = ٦ ⇐ ل = ٣ ⇐ $ل^2 = ٩$

بؤرتاه (٣، ٢) ⇐ ح = ٤ ⇐ $ح^2 = ١٦$

لكن $ح^2 = ل^2 + ب^2$

$١٦ = ٩ + ب^2$ ⇐ $ب^2 = ٧$

$$\frac{(س-٦)^2}{٩} - \frac{(ص-٢)^2}{٧} = ١$$

ب) القطع ناقص لذلك $ح^2 = ل^2 - ب^2$ ..... ①

لكن هـ = $\frac{ح}{ل}$ لذلك $هـ^2 = \frac{ح^2}{ل^2}$ ..... ②

من ① و ② نجد المطلوب

$هـ^2 = \frac{ل^2 - ب^2}{ل^2}$ ⇐ $ل^2 هـ^2 = ل^2 - ب^2$

⇐ $ب^2 = ل^2 - ل^2 هـ^2$ ⇐ $ب^2 = ل^2 (١ - هـ^2)$

ج) نجهز المعادلة بالقسمة على ٢

$س^2 + ص^2 - ٦س + ٢ك ص - ٢٣ = ٠$

المركز (٣، $-ك$) ، ر = ٦ من السؤال

ر = $\sqrt{٩ + ك^2 + ٢٣}$ ⇐ ٦ = $\sqrt{٣٢ + ك^2}$

$٣٦ = ٣٢ + ك^2$ ⇐ $ك^2 = ٤$ ⇐ ك = ± ٢

∴ المركز (٣، -٢) أو (٣، $+٢$)

الربع الرابع — تهمل الربع الأول .

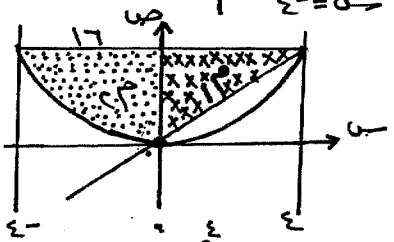
السؤال الثاني :-

أعمدة : X

اقترانات : ③ $س^2$ ، $٤س$ ، ١٦ تجزئة

$س^2 = ٤س$	$س^2 = ١٦$ ، $٤س = ١٦$
$س^2 - ٤س = ٠$	$س = ٤$ ، $س = ٤$
$س(س-٤) = ٠$	$س = -٤$
$س = ٠$ ، $س = ٤$	

نرسم



المساحة الكلية = $\int_{-٤}^{٤} (١٦) - (س^2 - ٤س) \, د س$

= $\frac{١٢٨}{٣} + ٣٢ = \frac{٢٢٤}{٣}$ وحدة تربيعية

ب) السؤال خطأ يجب تعديله كما يلي :-

$\int ظتا س \, د س$ ⇐ $\int \frac{جتا س}{جا س} \, د س$

$ص = لو_هـ جا س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{جتا س}{جا س}$

$\frac{د ص}{د س} = ١$ ⇐ $د ص = د س$

$\int د ص = \int د س$

$ص = س + ج$

$لو_هـ جا س = س + ج$

$جا س = هـ^{س + ج}$

$جا س = هـ^س \times هـ^ج$

$جا س = ك هـ^س$ ⇐ $ك = جا ٠ = ٠$

الحل الآخر : أجزاء حيث $ف = لو_هـ جا س$ ثم دوري .

ج) $\int س \, ظتا \sqrt{س^2 + ١} \, د س$

$ص = \sqrt{س^2 + ١}$

$ص^2 = س^2 + ١$

$٢ص \frac{د ص}{د س} = ٢س$

$ص \frac{د ص}{د س} = س$

$ص \, د ص = س \, د س$

$\int ص \, د ص = \int س \, د س$

$\frac{ص^2}{٢} = \frac{س^2}{٢} + ج$

$ص^2 = س^2 + ٢ج$

$ص^2 = س^2 + ك$

$\int ظتا ص \times د ص$

$\int \frac{جتا ص}{جا ص} \times د ص$

$\int \frac{د ف}{ف}$ ..... تكامل أجزاء

$لو_هـ ف + ج$

$لو_هـ جا ص + ج$

$لو_هـ \sqrt{س^2 + ١} + ج$

الجواب $\sqrt{س^2 + ١} \, جا \sqrt{س^2 + ١} + جتا \sqrt{س^2 + ١} + ج$.

السؤال الثالث :-

أ) من المعطيات انتباه نقه = ١٠ (سم/ر سم)

مساحة القطع الناقص = ٢ × مساحة الدائرة

$ب \times ل \times \pi = ٢ \times \pi \times$ نقه^2

لكن ب = ١٠ سم/ر سم

$١٠ \times ل \times \pi = ٢ \times \pi \times ١٠$ ⇐ ل = ٢٠

١) هـ = $\frac{ح}{ل}$ ⟵ القطع ناقص حيث

$ح^2 = ل^2 - ب^2$

$ح^2 = ٤٠٠ - ١٠٠ = ٣٠٠$

$ح = ١٠\sqrt{٣}$

هـ = $\frac{١٠\sqrt{٣}}{٢٠} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٢) المعادلة :-

الاسم : ناقص

المركز : (٠، ٠)

النوع : سيني

سم/ر سم

$\frac{س^2}{٤٠٠} + \frac{ص^2}{١٠٠} = ١$

ب) نجهز المعادلة بالضرب في ٢

$٢ص = ١ - ٢س - س^2$

$س^2 + ٢س = -٢ص + ١$ اكمال مربع

$س^2 + ٢س + ١ = -٢ص + ٢$

$(س+١)^2 = -٢(ص-١)$

المحور $س = -١$ تهمل السينات

الرأس (١-، ١)

البؤرة (١-، ١ - ح)

$(-١، \frac{١}{٢})$

$٤ح = ٢$ ⇐ $ح = \frac{١}{٢}$

الدليل ص = ١ + ح ⇐ ص = $\frac{٣}{٢}$

ج) بُعد (س، ص) عن المستقيم = ٢

$$\frac{|٨س - ٦ص + ١٤|}{\sqrt{٦٤ + ٣٦}} = ٢$$

$$|٨س - ٦ص + ١٤| = ٢٠$$

$٨س - ٦ص + ١٤ = ٢٠$ ، $٨س - ٦ص + ١٤ = -٢٠$

$٨س - ٦ص = ٦$ ، $٨س - ٦ص = -٣٤$

$(\frac{١}{٢}، -٢)$ تحقق المعادلة ، $(\frac{١}{٢}، -٢)$ لا تحقق المعادلة

$٤ + ١٢ = ١٦$ ✓ ، $-٢ - ٦ \neq -١٢$

السؤال الرابع :-

أ) $ت = \frac{٢}{\sqrt{ن}} + ن$

$\frac{دع}{دن} = ٢ن^{-\frac{١}{٢}} + ن$

$ع = \int (٢ن^{-\frac{١}{٢}} + ن) \cdot دن$

$ع = ٢ن^{\frac{١}{٢}} + \frac{ن^٢}{٢} + جـ$

$ع = ٤\sqrt{ن} + \frac{١}{٢}ن^٢ + جـ$

← نجد جـ حيث ع = ٥٠ عندما ن = ٩

$٥٠ = ١٢ + \frac{٨١}{٢} + جـ$

$جـ = -\frac{٥}{٢}$

$\therefore ع = ٤\sqrt{ن} + \frac{١}{٢}ن^٢ - \frac{٥}{٢}$

$\frac{دف}{دن} = ٤ن^{-\frac{١}{٢}} + \frac{١}{٢}ن^٢ - \frac{٥}{٢}$

$\int دف = \int (٤ن^{-\frac{١}{٢}} + \frac{١}{٢}ن^٢ - \frac{٥}{٢}) \cdot دن$

$ف = ٨\sqrt{ن} + \frac{١}{٦}ن^٣ - \frac{٥}{٢}ن + ص$

← نجد ص حيث ف = ٢٢ عندما ن = ٤

$٢٢ = ٨ \times ٢ + \frac{١}{٦} \times ٦٤ - ١٠ + ص$

$ص = صفر$

$ف = ٨\sqrt{ن} + \frac{١}{٦}ن^٣ - \frac{٥}{٢}ن$

← المطلوب ف عندما ن = ٩

$ف_{ن=٩} = ٨ \times ٣ + \frac{١}{٦}(٢٧) - \frac{٥}{٢}(٩)$

$= ١٧١$ م

سؤال سهل لكن حل وقلل درجة !!

ب) ١) $\int \frac{١}{١ + ص^٢} \cdot دس$

$\int \frac{١}{١ + ص^٢} \times \frac{دص}{ص^٢}$

$\int \frac{١}{ص} \times \frac{١}{ص^٢} \cdot دص$

كسور جزئية ← نحول ص لـ س بالدورية

$ص = ظا س$

$\frac{دص}{دس} = ص^٢$

$\frac{دص}{ص^٢} = دس$

السؤال الخامس :-

أ) $\int ق'(س) \cdot دس = \int حاس \cdot دس$

$ق(س) = -جتاس + ص$

$ق'(س) = -جتاس - ٢$

نكامل الطرفين

$\int ق'(س) \cdot دس = \int (-جتاس - ٢) \cdot دس$

$ق(س) = -حاس - ٢س + ص$

$ق(س) = -حاس - ٢س + ٢ط$

← $ق(ط) = ٠$

$٠ = -حاط - ٢ط + ص$

$ص = ٢ط$

ب) ١) $\int (ظاس + قاس)^٢ \cdot دس$

$\int (ظا^٢س + ٢ظاس قاس + قا^٢س) \cdot دس$

$قا^٢س = ١ + ظا^٢س$

$\int (٢قا^٢س - ١ + ٢ظاس قاس) \cdot دس$

$٢ظاس - س + ٢قاس + ص$

٢) $\int \frac{دس}{س^٣ - ٥س^٢ + ٦س}$ كسور جزئية

$\frac{١}{س^٣ - ٥س^٢ + ٦س} = \frac{ب}{س - ٢} + \frac{ج}{س - ٣}$

$١ = ب(س - ٣) + ج(س - ٢)$

الجذور ← $س = ٣$ ← $ج = ١$

$س = ٢$ ← $ب = -١$

$\int \frac{١}{س^٣ - ٥س^٢ + ٦س} \cdot دس = \int \frac{١}{س - ٣} \cdot دس + \int \frac{-١}{س - ٢} \cdot دس$

$= لو|س - ٣| - لو|س - ٢| + جـ$

حل غريب

حل آخر لمرتب البسط مع المقام بـ $-ق$

$\int \frac{-ق}{ق - ق^٢} \cdot دس = -\int \frac{ق}{ق - ١} \cdot دس$

$= -لو|ق - ١| + جـ$

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

نموذج (ج)

٩٨٢٧

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم امتحانات الدراسة الثانوية العامة
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة
قاعات امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ م الدورة الصيفية

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفـــرع : العلمي

د س
الامتحـان : ٠٠ ٢
اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٤/٦/٢٩

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السـؤال الأول : (١٨ علامة)

أ) جـد معادلة القطـع الناقـص الذي طول محوره الأصغر (٢) وحدة، وبؤرتاه هما نقطتي تقاطع منحنى القطع المكافئ الذي معادلته $س^{٢} = ص$ مع منحنى القطع الناقص الذي معادلته $ص^{٢} = ١٥ - ٢س^{٤}$

(١٠ علامات)

ب) جـد إحداثيـات الرأس والبـؤرة ومعادلتي الدليـل والمحـور للقطـع المخروطـي الـذي معادلتـه $٣ س^{٢} - ٤ = ٨ ص + ١٢ س$

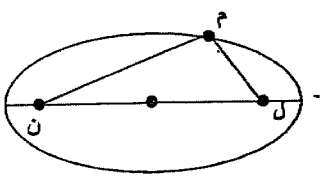
(٨ علامات)

السـؤال الثاني : (٢٢ علامة)

أ) جـد إحداثيـات المركـز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركـزي للقطـع المخروطي الـذي معادلته $٩س^{٢} + ٨ ص - ٤ = ٤ص^{٢} + ٣٦ س$

(١٠ علامات)

ب) الشـكل المجـاور يمثل منحنى قطع ناقص مركـزه النقطة (١ ، ١) وبؤرتاه النقطتين ل ، ن واختلافـه المركزي (٠,٦)، فإذا كـان محيـط المثلـث م ل ن يسـاوي (٦٤) وحـدة ، فجـد معادلة هـذا القطـع.



(٨ علامات)

ج) تتحـرك النقطـة و(س ، ص) فـي المستـوى الديكارتي بحيـث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ صفر بالمعادلتين س = جتـا ٢ ن ، ص = ٣ جـا ن ، جد معادلة مسار النقطة و ، ثم بيّن نوعه.

(٤ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ت = ع ؛ ع > صفر

ت : تسارع الجُسيم، ع : سرعة الجُسيم

فإذا علمت أن السرعة الابتدائية للجُسيم (٩) م /ث ، وقطع مسافة (٨٠) متراً في (٤) ثوانٍ، فجد المسافة التي قطعها بعد ثانيتين من بدء حركته. (٧ علامات)

ب) إذا كان $\int_{٢}^{ب} [\frac{١}{٢} س + ٣] دس = ٢٤$ ؛ ب > ٢ ، فجد قيمة الثابت ب . (٦ علامات)

ج) إذا كان قً (س) = جـــا س + هـ^{٢س} ، وكان ق(٠) = $\frac{١}{٤}$ ، قَ(٠) = $\frac{١}{٢}$

فجـد قاعدة الاقتران ق(س) (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) جـد التكاملات الآتية :

١) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + هـ^{-س}} دس$ (حيث هـ: العدد النيبيري) (٧ علامات)

٢) $\int \frac{س - ١٣}{٢س^{٢} - ٧ س + ٣} دس$ (٨ علامات)

ب) إذا كان $\int$ (قَ(س) – س) دس = لـــو$_{هـ}$ | قتـا س + ظتـا س | – ٢

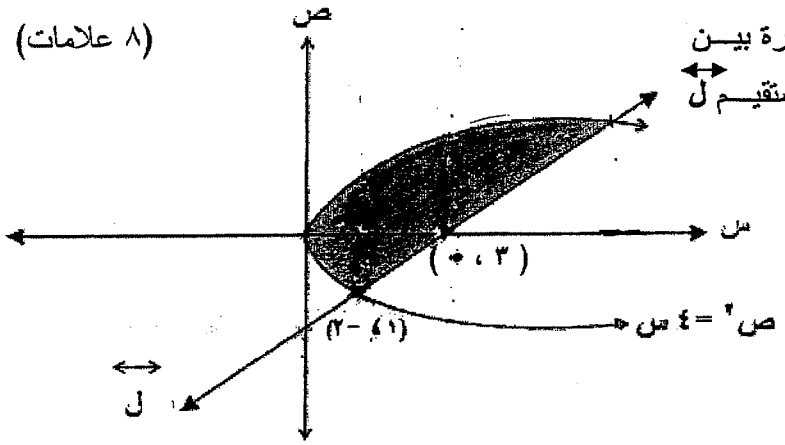
فأثبت أن قَ(س) = س – قتـا س (٥ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس : (٢١ علامة)

أ) جـد مساحة المنطقة المظللة المحصـورة بيـن منحنـى العلاقـة $ص^{٢} = ٤ س$ ، والمستقيـم $\overleftrightarrow{ل}$ انظر الشكل المجاور. (٨ علامات)



ب) جـد التكاملات الآتية :

١) $\int \frac{-س}{(س+١) - \sqrt{س+١}} \, د س$ (٧ علامات)

٢) $\int \frac{س + جا س}{١ + جتا س} \, د س$ (٦ علامات)

(انتهت الأسئلة)

JOC — Omar Aljabr عمر الجبر — www.omaraljabr.com

س١ : (P) نجد بؤرتي القطع أولاً وهما تقعان على $ص = س^2$ حيث $ص^2 = 15 - 2س^2$ حيث تقوض أحدهما في الآخر

$ص^2 = 15 - 2ص \Rightarrow ص^2 + 2ص - 15 = 0$

$(ص + 5)(ص - 3) = 0$

$ص = 3$ ، $ص = -5$ مرفوض لأن $س^2 \neq -5$ مستحيل

$\therefore س^2 = 3 \Rightarrow س = \sqrt{3}$ ، $س = -\sqrt{3}$

$\therefore$ البؤرتان هما $(\sqrt{3}, 3)$ ، $(-\sqrt{3}, 3)$

القسم : ناقص
المركز : $(0, 3)$
النوع : سيني

$\frac{(س-0)^2}{ب^2} + \frac{(ص-3)^2}{د^2} = 1$

$ج^2 = 3 \Rightarrow ج = \sqrt{3}$

$د = 2$

$ج^2 = د^2 - ب^2$

$3 = 4 - ب^2$

$ب^2 = 1$

$ب = 1$

$ب^2 = 1$

المعادلة $\frac{س^2}{1} + \frac{(ص-3)^2}{4} = 1$

ب) نجهز المعادلة $3س^2 - 12س = 8ص + 4$

$3(س^2 - 4س + 4) = 8ص + 4 + 12$

$3(س-2)^2 = 8ص + 16$

$3(س-2)^2 = 8(ص+2)$

$(س-2)^2 = \frac{8}{3}(ص+2)$

المحور $س = 2$ شبه السينات

الرأس $(2, -2)$ ، $4د = \frac{8}{3}$

البؤرة $(2, -2+د)$

$(2, -2+\frac{2}{3})$

$(2, -\frac{4}{3})$

$ص = -\frac{10}{3}$

الدليل $ص = -2 - د \Rightarrow ص = -2 - \frac{2}{3}$

س٢ : (P) نجهز المعادلة

$9س^2 - 36س - 4ص^2 + 8ص = 4$

$9(س^2 - 4س) - 4(ص^2 - 2ص) = 4$

$9(س^2 - 4س + 4) - 4(ص^2 - 2ص + 1) = 4 + 36 - 4$

$9(س-2)^2 - 4(ص-1)^2 = 36$ (حلو)

$\frac{(س-2)^2}{4} - \frac{(ص-1)^2}{9} = 1$

القسم : زائد
المركز : $(2, 1)$
النوع : سيني

نقص	عكس	نقص
$ب^2 = 4$	$ب^2 = 9$	$د^2 = 4 + 9$
$ب = 2$		$د = \sqrt{13}$

الرأسان $(2 \pm 2, 1) \Rightarrow (4, 1)$ ، $(0, 1)$

البؤرتان $(2 \pm \sqrt{13}, 1)$

الاختلاف المركزي $هـ = \frac{ج}{أ} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

ب) القسم : ناقص
المركز : $(1, 1)$
النوع : سيني

$\frac{(س-1)^2}{د^2} + \frac{(ص-1)^2}{ب^2} = 1$

$هـ = \frac{ج}{أ} = \frac{6}{10} \Rightarrow 10ج = 6أ \Rightarrow 5ج = 3أ$ ... (1)

المحيط $= 64 \Rightarrow 2أ + 2ج = 32$

$أ + ج = 16 \Rightarrow أ = 16 - ج$ ... (2)

بحل المعادلتين $ج = 10$ ، $أ = 6$

لكن $ج^2 = أ^2 - ب^2 \Rightarrow 100 = 36 - ب^2 \Rightarrow ب^2 = 64$

المعادلة $\frac{(س-1)^2}{36} + \frac{(ص-1)^2}{64} = 1$

ج) $س = جتا 2ن$ ، $ص = 3جا ن$ ... (1)

$جتا 2ن = 1 - 2جا^2 ن$ ... (2)

$2جا^2 ن = 1 - س \Rightarrow جا^2 ن = \frac{1}{2}(1-س)$ ... (3)

بتعويض (1) في (3)

$ص^2 = 9 \times \frac{1}{2}(1-س) \Rightarrow$ قطع مكافئ

س٣ : (P) $\frac{ع ج}{ن ج} = \frac{ع ك}{ن ك} \Rightarrow \frac{ع ج}{\sqrt{27}} = \frac{ع ك}{ن ك}$

$ع ج = \frac{1}{2} ع ك$

$ع ج = ن ج + د \Rightarrow \frac{1}{2} ع ك = ن ج + د$

لكن $ع ك = 9 \Rightarrow \frac{9}{2} = 3 + د \Rightarrow د = 6$

$\frac{1}{2} ع ك = 6 + ن ج \Rightarrow ع ك = 12 + 2ن ج$

$ع ج = \frac{1}{2}(ن ج + 6)$

$ع ف = \frac{1}{2}(ن ج + 6)^2$

$\frac{ع ف}{ن ج} = \frac{1}{2}(ن ج + 6) \Rightarrow ف = \frac{1}{2}(ن ج + 6)^2 \cdot ن ج$

لكن $ف = 80$ عندما $ن ج = 4$

$80 = \frac{1}{2}(10)^2 + د \Rightarrow د = -\frac{10}{3}$

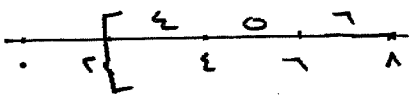
$ف = \frac{1}{2}(ن ج + 6)^2 - \frac{10}{3}$

$ف = 2$ عندما $ن ج = 0$

$ف = \frac{1}{2}(6)^2 - \frac{10}{3} = 18 - \frac{10}{3} = \frac{118}{3}$ م

(٢٠)

ب) ل = ٣



$$\int_{2}^{4} ٤٠ \, دس + \int_{4}^{6} ٥٠س + \int_{6}^{ب} ٦٠ \, دس$$

$$٤(٢) + ٥(٢) + ٦(ب-٦) = ٤٢$$

$$٨ + ١٠ + ٦(ب-٦) = ٤٢$$

$$٦(ب-٦) = ٦ \Leftarrow ب-٦ = ١ \Leftarrow \boxed{ب = ٧}$$

ج) $\int$ ق(س) . دس = $\int$ (حاس + ق$_{ص}$) . دس

ق(س) = − جتاس + $\frac{١}{٢}$ ق$_{ص}$ + ح ← ق(٠) = $\frac{١}{٢}$

ق(س) = − جتاس + $\frac{١}{٢}$ ق$_{ص}$ + ١ ← − ١ + $\frac{١}{٢}$ + ح = $\frac{١}{٢}$ ⇒ ح = ١

$\int$ ق(س) . دس = $\int$ (جتاس + $\frac{١}{٢}$ ق$_{ص}$ + ١) . دس

ق(س) = − حاس + $\frac{١}{٢}$ ق$_{ص}$ + س + ح ← ق(٠) = $\frac{١}{٢}$

ق(س) = − حاس + $\frac{١}{٢}$ ق$_{ص}$ + س + ٠ ← $\frac{١}{٢}$ + ٠ + ٠ + ح = $\frac{١}{٢}$ ⇒ ح = ٠

$\int_{١}^{٤}$ ص دس = ق$_{ص}$ ← ق$_{ص}$ = ص ، $\frac{دص}{دس}$ = ق$_{س}$ ، $\frac{دص}{دس}$ = ص

$\int \frac{ق_{س}}{ص + (ص)^{-١}} \cdot \frac{دص}{ق_{س}}$

$\int \frac{١}{ص + \frac{١}{ص}} \cdot دص = \int \frac{ص}{ص^{٢}+١} \cdot دص$

$\frac{١}{٢} \int \frac{٢ص}{ص^{٢}+١} \cdot دص = \frac{١}{٢}$ لو$_{ه}$ |ص^{٢}+١| + ح

$= \frac{١}{٢}$ لو$_{ه}$ |(ق$_{س}$)^{٢}+١| + ح

حل آخر: ضرب البسط والمقام بـ ق$_{س}$

$\int \frac{ق_{س}}{ق_{٢س}+١} \cdot دس = \frac{١}{٢} \int \frac{٢ق_{س}}{ق_{٢س}+١} \cdot دس$

$= \frac{١}{٢}$ لو$_{ه}$ |ق$_{٢س}$+١| + ح

---

١٢) $\int \frac{س - ١٣}{٢س^{٢} - ٧س + ٣} \cdot دس$ كسر جزئي حوراً

$$\frac{س - ١٣}{٢س^{٢} - ٧س + ٣} = \frac{ب}{١ - ٢س} + \frac{ج}{س - ٣}$$

بالمقارنة نجد ب = ٥ ، ج = − ٢

$\int \frac{س - ١٣}{٢س^{٢} - ٧س + ٣} \cdot دس = \int \frac{٥}{١ - ٢س} \cdot دس + \int \frac{-٢}{س - ٣} \cdot دس$

$= \frac{٥ \text{ لو}_{ه} |٢س - ١|}{-٢} + -٢$ لو$_{ه}$ |س − ٣| + ح

ب) اشتق الطرفين

ق(س) − س = $\frac{- \text{ قتاس ظتاس} - \text{ قتا}^{٢}\text{س}}{\text{قتاس} + \text{ظتاس}}$

ق(س) − س = $\frac{- \text{قتاس}(\text{قتاس} + \text{ظتاس})}{\text{قتاس} + \text{ظتاس}}$

∴ ق(س) = س − قتاس

---

٥) أ) يلزم معادلة المستقيم المار بـ (٠، ٠) وميله ص = س − ٢

ص^{٢} = ٤س ← ص = ٢√س ، ص = − ٢√س

بعد استخدام الأعمدة على الرسم نجد أن المساحة المطلوبة

م = $\int_{١}^{٤}$ (٢√س + ٢√س) . دس = $\int_{١}^{٤}$ ٤√س . دس = $\frac{٨}{٣}$

نجد تقاطع ٢√س مع المستقيم ص = س − ٢

٢√س = س − ٢ ← بالتجربة $\boxed{س = ٩}$ أو بحل المعادلة

م = $\int_{١}^{٩}$ ٢√س − (س − ٢) . دس = $\frac{٥٦}{٣}$

المساحة الكلية = $\frac{٨}{٣} + \frac{٥٦}{٣} = \frac{٦٤}{٣}$

أ) ١) ص = √س + ١ ، ص^{٢} = س + ١ ، ٢ ص . $\frac{دص}{دس}$ = ١ ، ٢ ص . دص = دس

$\int \frac{١ - ص^{٢}}{ص^{٢} - ص} \times ٢ص \cdot دص$

$\int \frac{(١ - ص)(١ + ص)}{ص(ص - ١)} \times ٢ص \cdot دص$

$٢ \int (-١ - ص) \cdot دص = ٢ [-١(ص - ١) - \frac{ص^{٢}}{٢}]$

$= -٢ص^{٢} + ١$

حل ٢) $\int \frac{س + ٢ حاس جتاس}{٢ جتا^{٢}س} \cdot دس$ سؤال حقير

$\int \frac{س}{٢ جتا^{٢}س} \cdot دس + \int \frac{٢ حاس جتاس}{٢ جتا^{٢}س} \cdot دس$

$\frac{١}{٢} \int س \cdot قا^{٢}س \cdot دس + \int ظاس \cdot دس$

ق = س ← دق = دس ، د ظ = قا^{٢}س دس ← ظ = ظاس

$\frac{١}{٢}$ س × ظاس − $\frac{١}{٢} \int$ ظاس . دس + $\int$ ظاس . دس

س ظاس + ح

حل آخر: بالضرب بالمرافق

$\int \frac{س + حاس}{١ + جتاس} \times \frac{١ - جتاس}{١ - جتاس} \cdot دس = \int \frac{(س + حاس)(١ - جتاس)}{حا^{٢}س} \cdot دس$

$= \int \frac{س - س جتاس + حاس - حاس جتاس}{حا^{٢}س} \cdot دس$

نوزع لنحصل على أربعة تكاملات نطبق أجزاء ونبسط

الجواب

− س ظتاس + س قتاس + ح

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

نموذج (ج)

R 2018

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٥ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الرابع — مدة الامتحان : ٢ س ٠٠ د
الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الاثنين ٢٠١٥/٠١/٠٥

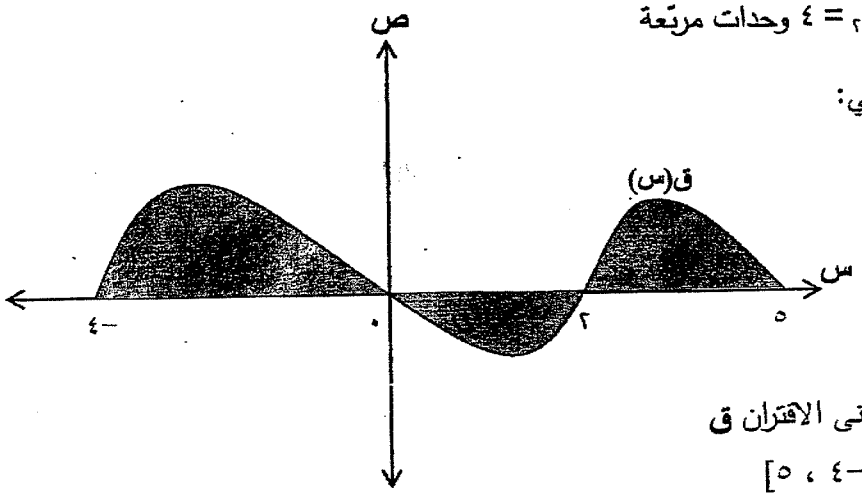
ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (١٥ علامة)

أ) معتمداً الشكل المجاور والذي يمثّل منحنى الاقتران ق (٥ علامات)

إذا كانت م١ = ٧ وحدات مربّعة ، م٢ = ٤ وحدات مربّعة

م٣ = ٥ وحدات مربّعة ، جد ما يأتي:



١) $\int_{٢}^{-٤} \frac{ق(س)}{٢}$ دس

٢) المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ق
ومحور السينات في الفترة [-٤ ، ٥]

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{٥ جا^{٢} س + ٥ جتا^{٢} س}{٣ + ٣ جتا ٢س}$ دس (٤ علامات)

٢) $\int \frac{(٢ - س)^{٣}}{٢ س}$ دس (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٢٣ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين منحني الاقتران ق(س) = $\frac{٢}{س}$ ومحور السينات والمستقيم ٢س – ص = صفر ، والمستقيم هـ – س = صفر ، (هـ : العدد النيبيري) (٨ علامات)

ب) حـل المعادلة التفاضلية : $\frac{دص}{دس} = \sqrt[٣]{\frac{ص}{س}}$ (٣ علامات)

ج) جـد التكاملات الآتية :

١) $\int \frac{\sqrt[٣]{س^{٢}} - ٢}{\sqrt[٣]{س^{٢}} - ٩٠}$ دس (٧ علامات)

٢) $\int_{٢}^{٥} هـ^{(١+\sqrt{س-١})}$ دس ، (هـ : العدد النيبيري) (٥ علامات)

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) جد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها: $-٤س^{٢} - ٤ص^{٢} + ١٦ص - ٢٤س - ٤ = ٠$ (٨ علامات)

ب) جـد إحداثيي الرأس والبؤرة ومعادلتي الدليل والمحور للقطع المكافئ الذي معادلته :

$٤ص^{٢} - ٤س = ٨ص + ٣$ (٨ علامات)

ج) قطع ناقص مساحته (٤٠ π) وحدة مربّعة ، ورأساه (٨± ، ٠) ، جد معادلته. (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) إذا كـان $\int_{٩}^{٢} (٢\ ق(س) + ٣)\ دس = -١٧$ ، $\int_{٢}^{٠} \frac{ق(س)}{٣}\ دس = -٢$

فجـد $\int_{٥}^{٩} (٤\ ق(س) - ١)\ دس$ (٧ علامات)

ب) إذا كـان $هـ^{س ص} = س - ص$ ، فأثبت أن : $\frac{دص}{دس} = \frac{ص^{٢} - س ص + ١}{س^{٢} - س ص + ١}$ (٨ علامات)

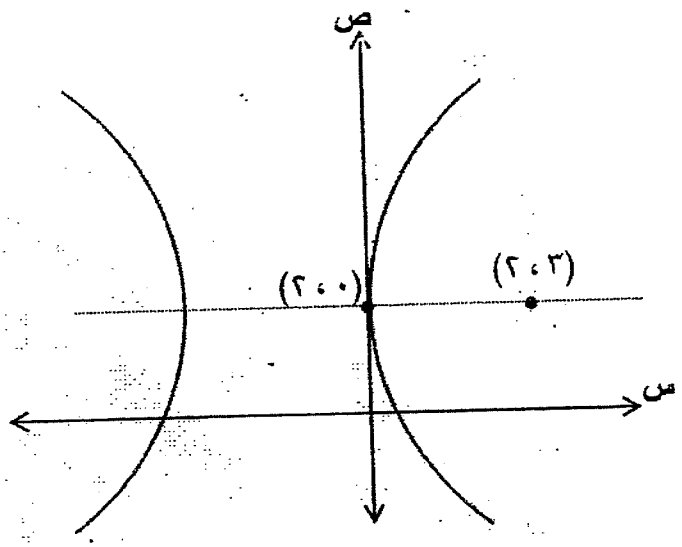
ج) إذا كـان $\int (ق`(س) + س^{٢})\ دس = ٢س^{٣} + جـ س^{٢} + ٢$ ، وكان ق`(١) = ٤ ، ق(٢) = ٦

فجـد ق(-١) (٨ علامات)

السـؤال الخامس: (١٧ علامة)

أ) معتمداً الشكل أدناه والذي يمثّل منحنى قطع مخروطي اختلافه المركزي يساوي (٣) ،

وإحدى بؤرتيه النقطة (٣ ، ٢) ، جـد معادلته. (٩ علامات)



ب) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحرّكة (س ، ص) والتي يكون بعدها عن النقطة (٣ ، ١) مساوياً لبعدها عن المستقيم س = -١ (٨ علامات)

﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com

س١ أ) ∫_{-٤}^{٢} ½ هـ(س) . د س = -½ ∫_{-٤}^{٢} هـ(س) . د س

استبدلنا قلب الحدود (ضد إشارة التكامل)

= -½ [∫_{-٤}^{٢} هـ(س) . د س + ∫_{٢}^{٣} هـ(س) . د س]

= -½ [٧ + -٤] = -½ [٣] = -٣/٢

ب) المساحة الكلية = م١ + م٢ + م٣

= ٧ + ٤ + ٥ = ١٦ وحدة مربعة

ج) ∫ ٥ (جا٢س + جتا٢س) / ٣ (١ + جتا٢س) . د س

∫ ٥ / ٣ × ٢ جتا٢س . د س = ∫ قا٢س . د س

= ٥/٦ ظا س + ث

د) ∫ (٢ - س)^٣ / س^٢ . د س بالزم فك القوسين ٣

∫ (٨ - ١٢ س + ٦ س^٢ - س^٣) / س^٢ . د س

حل آخر: ص = ٢ - س ، ثم تعويض

∫ (٤/س^٢ - ٦/س + ٣ - ½ س) . د س

٤ لو|س| - ٦ س + ٣/٢ س^٢ - ١/٦ س^٣ + ث

س٢ : اعتماد: س = ٥

أ) اقترانات: ص = ٢ س ، ص = ٧ - س ، ص = ٠

ب) ∫_{٠}^{٢} (٢ س - ٠) . د س = [س^٢]_{٠}^{٢} = ٤ - ٠ = ٤

م١ = ∫_{٢}^{٥} (٧ - س - ٠) . د س = [٧ س - ½ س^٢]_{٢}^{٥}

= (٣٥ - ٢٥/٢) - (١٤ - ٢) = ٢٥/٢

م الكلية = ٤ + ٢٥/٢ = ٣٣/٢ وحدة مربعة

ج) د ص/د س = ص^٢/س^٢ ⇐ د ص/ص^٢ = د س/س^٢

∫ ص^{-٢} . د ص = ∫ س^{-٢} . د س

-١/ص = -١/س + ث

-٢/ص = ٣/س + ث ⇐ ص = ٢س / (٣ + ث س)

د) ص^٣ = ٧ س^٢ + ٨

٣ ص^٢ د ص/د س = ١٤ س

∫ ٣ ص^٢ . د ص = ∫ ١٤ س . د س

ص^٣ = ٧ س^٢ + ث

س١١ ب) ∫ (٢ - ٣ س) / (س^٢ - ٩)^٢ . د س

ص = س^٣ ⇐ د ص/د س = ٣ س^٢ ⇐ د ص = ٣ س^٢ . د س

∫ (٢ - ص) / (ص^٢ - ٩)^٢ × ١/٣ . د ص

∫ (-٣ ص + ٦) / (ص^٢ - ٩)^٢ . د ص

ص^٢ - ٩ = (ص - ٣)(ص + ٣)

(-٣ ص + ٦) / (ص - ٣)^٢ (ص + ٣)^٢

بالتجزئة: -٣ ص + ٦ = أ(ص + ٣) + ب(ص - ٣)

ص = ٣ ⇐ -٩ + ٦ = ٦ أ ⇐ أ = -١/٢

ص = -٣ ⇐ ٩ + ٦ = -٦ ب ⇐ ب = -٥/٢

∫ [-١/٢ / (ص - ٣)^٢ + -١/٢ / (ص - ٣) + -٥/٢ / (ص + ٣)^٢] . د ص

١/٢ / (ص - ٣) + -١/٢ لو|ص - ٣| + -٥/٢ / (ص + ٣) + ث

١/٢ / (س^٣ - ٣) + -١/٢ لو|س^٣ - ٣| + -٥/٢ / (س^٣ + ٣) + ث

س٢ ب) ص = ٧ - س ، ص = ١ + ص^٢ ، ص = ٠

∫_{١}^{٢} (١ + ص^٢) . د ص = [ص + ص^٣/٣]_{١}^{٢}

= (٢ + ٨/٣) - (١ + ١/٣) = ٤

ج) ∫_{٠}^{٢} (٧ - س) . د س - ٤ = [٧ س - ½ س^٢]_{٠}^{٢} - ٤

= (١٤ - ٢) - ٤ = ٨

س٣ أ) بجهز المعادلة بالقسمة على -٤ والترتيب

س^٢ + ص^٢ + ٦ س - ٤ ص + ١ = ٠

المركز (-٣ ، ٢) نصف القطر = √(٩ + ٤ - ١) = √١٢

العلامة غريبة ⇐ ٨ علامات

ب) ٤ ص^٢ - ٨ ص = ٤ س + ٣

٤ (ص^٢ - ٢ ص) = ٤ س + ٣

٤ (ص^٢ - ٢ ص + ١) = ٤ س + ٣ + ٤

٤ (ص - ١)^٢ = ٤ س + ٧

(ص - ١)^٢ = س + ٧/٤

الرأس: ص = ١ ⇐ نبحث عن الإحداثي السيني

الرأس س = -٧/٤ ، (-٧/٤ ، ١)

البؤرة: (-٧/٤ + ١/٤ ، ١) = (-٣/٢ ، ١)

د ل = ١/٤

Omar Aljabr Math Jeo
www.omaraljabr.com

تابع سؤال ج) الاسم: ناقص
المركز: (٠،٠)
البؤرة: سيني
$\frac{س^2}{م^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = ١$

رأسا ٥ ← ٢م = ١٦ ← م = ٨ ← $م^2 = ٦٤$
المماس = ٣م + ٤ب = ٠ ← ٣×٨ + ٤ب = ٠ ← ب = −٦
$ب^2 = ٣٦$

$\frac{س^2}{٦٤} + \frac{ص^2}{٣٦} = ١$

د) م) بخواص المعطيات

$\int_{٠}^{٩} ٢ و(س) \cdot دس + ٣ \int_{٠}^{٩} و(س) \cdot دس = -١٧ \Leftarrow \int_{٠}^{٩} و(س) \cdot دس = ٢$

$\int_{٥}^{٩} و(س) \cdot دس = -٦$

المطلوب $\int_{٠}^{٩} ٤ و(س) - \int_{٥}^{٩} ١٠ \cdot دس$

$٤ \int_{٠}^{٩} و(س) \cdot دس - ١٠ (٤)$

$٤ \left[\int_{٠}^{٥} و(س) \cdot دس + \int_{٥}^{٩} و(س) \cdot دس \right] - ٤٠$

$٤ [-٦ + ٢] - ٤٠ = ٤ \times ٨ - ٤٠ = ١٢$

ن) $ص = س^{س ص}$

$\ln ص = س^{س ص} \ln س$

$\frac{١}{ص} \frac{د ص}{د س} = س^{س ص} \left(س \cdot \frac{١}{ص} \frac{د ص}{د س} + ص \cdot \ln س \right)$

$\frac{١}{ص} \frac{د ص}{د س} = ص \cdot \frac{١}{ص} \frac{د ص}{د س} + ص \cdot \ln س$

$\frac{١}{ص} \frac{د ص}{د س} - ص \cdot \frac{١}{ص} \frac{د ص}{د س} = ص \ln س$

$\frac{١}{ص} \frac{د ص}{د س} (١ - ص \ln س) = ص \ln س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{ص \ln س}{١ - ص \ln س}$ لكن $ص = س^{ص}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{س^{ص} \ln س}{١ - ص \ln س}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{ص^2 - س ص + ص}{س^2 - س ص + ١}$

ج) اشتقاق الطرفين

$و'(س) + ٢س = ٦س^2 + ٢ جـ س$

بتعويض $و'(١) = ٤$

$٤ + ٢ = ٦ + ٢ جـ \Leftarrow ٦ + ٢ جـ = ٦ \Leftarrow جـ = -\frac{١}{٢}$

$و'(س) + س^2 = ٦س^2 - س$

$و'(س) = ٥س^2 - س$ بجري التكامل

$و(س) = \frac{٥}{٣} س^3 - \frac{١}{٢} س^2 + جـ$

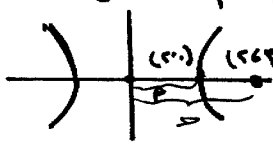
بتعويض $س = ٢$ ، $و(٢) = ٦$

$٦ = \frac{٤٠}{٣} - ٢ + جـ \Leftarrow جـ = -\frac{١٦}{٣}$

$و(س) = \frac{٥}{٣} س^3 - \frac{١}{٢} س^2 - \frac{١٦}{٣}$

$و(-١) = -٧,٥$

س٥: م) الاسم: زائد
المركز: (٢،٠)
البؤرة: سيني
$\frac{(س-٢)^2}{م^2} - \frac{(ص-٠)^2}{ب^2} = ١$



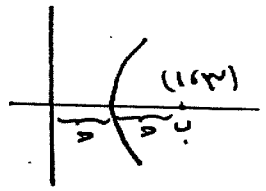
$ح = ٣ \Leftarrow ٢م = ٦$

$ح = م + ٢ \Leftarrow ٣ = م + ٢ \Leftarrow م = ١$

$م^2 + ب^2 = ح^2 \Leftarrow ١ + ب^2 = ٩ \Leftarrow ب^2 = ٨$

المعادلة $\frac{(س-٢)^2}{١} - \frac{ص^2}{٨} = ١$

ب) الحل الهندسي قطع مكافئ بؤرته (١،٣)



ورليه $س = -١$

$٢ ف = ٤ \Leftarrow ف = ٢$

أس (١،١)

$(ص-١)^2 = ٤ ف (س-١)$

$(ص-١)^2 = ٨ (س-١)$

يوجد حل آخر بالتجربة

بعد $(س، ص)$ عن $(٢،١)$ = بعد $(س، ص)$ عن المستقيم $س + ١ = ٠$

$\sqrt{(س-٢)^2 + (ص-١)^2} = \frac{|س+١|}{\sqrt{٢}}$

$س^2 - ٦س + ٩ + ص^2 - ٢ص + ١ = س^2 + ٢س + ١$

$ص^2 - ٢ص = ٨س - ٩$

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

نموذج (ب)

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٥ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع — مدة الامتحان : ٠٠ ٢ د س
الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٥/٠٦/٢٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢٣ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمس كل من المستقيمين س = ٠ ، ص = −٢ ، وتمر بالنقطة (٤ ، ٠)
ويقع مركزها في الربع الأول ، وطول نصف قطرها أكبر من وحدتين . (٧ علامات)

ب) جد معادلة القطع الناقص الذي رأساه يقعان على بؤرتي القطع الزائد الذي
معادلته $\frac{(س-٢)^{٢}}{١٦} - \frac{(ص-٢)^{٢}}{٩} = ١$ ، ويمر منحناه بالنقطة (٢ ، ٥) (٨ علامات)

ج) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحرّكة ن (س ، ص) التي يكون بعدها عن المستقيم س = ٧ يساوي
مِثليّ بُعدها عن النقطة أ (١ ، ٠) ، وبيّن نوعه. (٨ علامات)

السؤال الثاني: (٢١ علامة)

أ) جد التكاملات التالية:

١) $\int \frac{٢س + ٣ \text{ ظا}س}{\text{جتا}^{٢}س} \, دس$ (٧ علامات)

٢) $\int \frac{هـ^{س}}{٢هـ^{٢س} - ٥هـ^{س} + ٢} \, دس$ (٦ علامات)

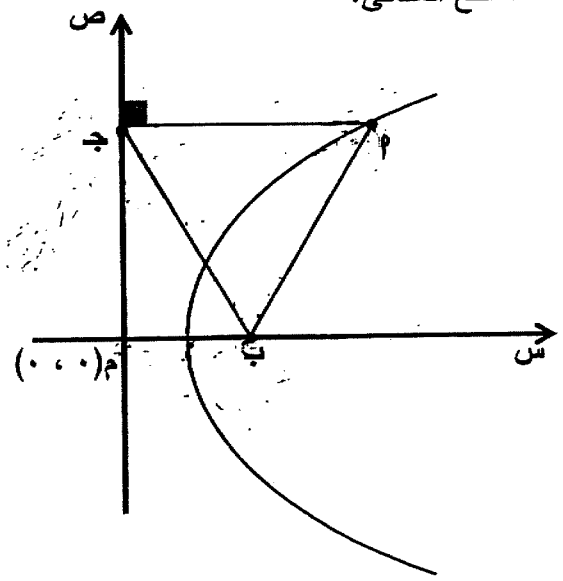
ب) جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الثاني والمحصورة بين منحنيي الاقترانين
ق(س) = $س^{٢}$ ، هـ(س) = $س^{٢} - ٣س$ ، والمستقيم ص = ٢ − س (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.o

السـؤال الثالث: (١٦ علامة)

أ) الشكل أدناه يمثّل منحنى قطع مكافئ بؤرته النقطة ب ، وكان المثلّث أ ب جـ متطابق الأضلاع طول ضلعه (٤٠) وحدة ، فجد معادلة القطع المكافئ. (٨ علامات)



ب) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته ٥س^{٢} – ٤ص^{٢} – ٢٠س – ١٦ص – ١٦ = ٠ (٨ علامات)

السـؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) يزداد عدد سكان مدينة حسب العلاقة $\frac{\text{د ع}}{\text{د ن}} = (٠,٠٢٥)\text{ع}$ ، حيث ع عدد السكّان، ن الزمن بالسنوات، إذا علمت أن عدد سكان المدينة عام (٢٠١٥) بلغ (٢٠٠٠٠٠) نسمة، فجد عدد سكّانها بعد (٤٠) عاماً. (٧ علامات)

ب) بدون حساب قيمة التكامل $\int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٣ + \text{جتا}^{٢}\text{س}}$ دس ، بيّن أن $\frac{\pi}{٥} \geq \int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٣ + \text{جتا}^{٢}\text{س}}$ دس $\geq \frac{\pi}{٢}$

(٧ علامات)

جـ) اذا كان م(س) ، هـ(س) اقترانين بدائيين للاقتران ق(س) وكان $\int_{١}^{٣}$ (م(س) – هـ(س)) دس = ١٢

جد $\int_{٤}^{٠}$ ٢س م(س) دس + $\int_{٤}^{٠}$ ٢س هـ(س) دس (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\int \frac{هـ^{س}}{لو_{هـ}(س+٢)}$ دس ، فجد قً (٠) (٦ علامات)

ب) جد التكاملات التالية:

١) $\int_{٠}^{٤} \frac{س^{٣}}{\sqrt{(س^{٢}+٩)^{٣}}}$ دس (٨ علامات)

٢) $\int \frac{جتا ٣س}{جتا س}$ دس (٦ علامات)

﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabir
www.omaraljabr.com

السؤال الأول (٢٣ علامة)

أ) ارسم حتى يبدأ في الخاص

المركز $(0+ر، 7-2+ر)$

$(س-ر)^2+(ص+2-ر)^2=ر^2$

$(0،4) \leftarrow (4-ر)^2+(2-ر)^2=ر^2$

$16-8ر+ر^2+4-4ر+ر^2=ر^2$

$ر^2-12ر+20=0$

$(ر-10)(ر-2)=0 \Leftarrow ر=10$ مرفوض $ر=2$ مقبول لأن $ر<7$

المركز $(10، 8)$

المعادلة $(س-10)^2+(ص-8)^2=100$ (٧ علامات)

ب) أولاً نجد بؤرتي القطع الزائد

الاسم: زائد
المركز: $(3،2)$
النوع: سيني

$أ^2=16$ نفس $ب^2=9$ عكس $ج^2=16+9=25$ نفس زائد

$ج=5$

البؤرتان $(3\pm5، 2)$ $\Rightarrow (8،2)، (-2،2)$

ثانياً: نكتب السؤال على جديد

المعادلة قطع ناقص رأساه $(2،7)، (-2،7)$ ومحرقاه $(2،2)$

الاسم: ناقص
المركز: $(2،7)$
النوع: سيني

$أ^2=10$ $(0،2)$ تحقق المعادلة
$ب^2=5$

$\frac{(س-2)^2}{5}+\frac{(ص-7)^2}{9}=1$ (٨ علامات)

ج) بعد $(س، ص)$ عن المستقيم $=$ ٢ × بعد $(س، ص)$ عن $(0،1)$

$|س-7| = 2\sqrt{(س-1)^2+ص^2}$

$س^2-14س+49 = 4(س^2-2س+1)+4ص^2$

$3س^2+4ص^2+6س-45=0$ قطع ناقص (٨ علامات)

السؤال الثاني (١٧ علامة)

أ) جد التكاملات التالية

١) $\int (2س+3ظاس)قاس\,ظاس\,دس$

$= \int 2س\,قاس\,ظاس\,دس + \int 3ظاس\,قاس\,ظاس\,دس$

تعويض مباشر

$ع=ظاس \Rightarrow دع=قا^2س\,دس$

$+\int ع\,دع = \frac{ع^2}{2}+ج$

$= \frac{3ظا^2س}{2}+ج$

اجزاء

$و=2س \Rightarrow دو=2\,دس$

$دف=قاس\,ظاس\,دس \Rightarrow ف=قاس$

$2س\,قاس - 2\int قاس\,دس$

$2س\,قاس - 2\ln|قاس+ظاس|+ج$

٢) $\int \frac{جاس}{جتاس}دس + \int 2ظاس+ج$

$2س\,ظاس + 2\ln|جاس| + 2ظاس + ج$ (٧ علامات)

ب) $\int_{0}^{1} \frac{2}{(2س+1)(س+1)}دس$

$\frac{2}{(2س+1)(س+1)} = \frac{أ}{2س+1}+\frac{ب}{س+1}$

$2 = أ(س+1)+ب(2س+1)$

$س=-1 \Rightarrow 2=-ب \Rightarrow ب=-2$

$س=-\frac{1}{2} \Rightarrow 2=\frac{1}{2}أ \Rightarrow أ=4$

$\int_{0}^{1} \frac{4}{2س+1}-\frac{2}{س+1}دس$

$= 2\ln|2س+1| - 2\ln|س+1| \Big|_{0}^{1}$

$= 2\ln 3 - 2\ln 2 - 0$

$= 2\ln\frac{3}{2}$ (٦ علامات)

السؤال الثالث (١٦ علامة)

أ) $\int \frac{2س^2+س-2}{(س-1)(س^2+2)}دس$

$\frac{2س^2+س-2}{(س-1)(س^2+2)} = \frac{أ}{س-1}+\frac{ب س+ج}{س^2+2}$

$2س^2+س-2 = أ(س^2+2)+(ب س+ج)(س-1)$

$س=1 \Rightarrow 1=3أ \Rightarrow أ=\frac{1}{3}$

$س=0 \Rightarrow -2=2أ-ج \Rightarrow ج=\frac{8}{3}$

$س=-1 \Rightarrow -1=3أ+2ب-2ج \Rightarrow ب=\frac{5}{3}$

$\int \frac{\frac{1}{3}}{س-1}+\frac{\frac{5}{3}س+\frac{8}{3}}{س^2+2}دس$

$= \frac{1}{3}\ln|س-1| + \frac{5}{6}\ln|س^2+2| + \frac{4}{3}\frac{1}{\sqrt{2}}ظا^{-1}\frac{س}{\sqrt{2}} + ج$ (٦ علامات)

ب) $\int_{0}^{\infty} \frac{1}{(س+1)(س+2)}دس$

$\frac{1}{(س+1)(س+2)} = \frac{أ}{س+1}+\frac{ب}{س+2}$

$1 = أ(س+2)+ب(س+1)$

$س=-2 \Rightarrow 1=-ب \Rightarrow ب=-1$

$س=-1 \Rightarrow 1=أ \Rightarrow أ=1$

$\int_{0}^{\infty} \frac{1}{س+1}-\frac{1}{س+2}دس$

$= \ln|س+1| - \ln|س+2| \Big|_{0}^{\infty}$

$= \ln\left|\frac{س+1}{س+2}\right| \Big|_{0}^{\infty}$

$= \ln 1 - \ln\frac{1}{2}$

$= \ln 2$ متقارب (٨ علامات)

السؤال الرابع (١٧ علامة)

أ) $\int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{4-س^2}}دس$

$= \sin^{-1}\frac{س}{2} \Big|_{0}^{1}$

$= \sin^{-1}\frac{1}{2} - \sin^{-1}0$

$= \frac{\pi}{6}$ متقارب (٦ علامات)

ب) $\int_{0}^{\infty} \frac{1}{(س+1)(س+2)}دس$

$\frac{1}{(س+1)(س+2)} = \frac{أ}{س+1}+\frac{ب}{س+2}$

$1 = أ(س+2)+ب(س+1)$

$س=-2 \Rightarrow 1=-ب \Rightarrow ب=-1$

$س=-1 \Rightarrow 1=أ \Rightarrow أ=1$

$\int_{0}^{\infty} \frac{1}{س+1}-\frac{1}{س+2}دس$

$= \ln|س+1| - \ln|س+2| \Big|_{0}^{\infty}$

$= \ln\left|\frac{س+1}{س+2}\right| \Big|_{0}^{\infty}$

$= \ln 1 - \ln\frac{1}{2}$

$= \ln 2$ متقارب (٨ علامات)

Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) $\frac{ص}{ع} = \frac{٥٠٠}{٥٠٠ + ن} \Rightarrow \frac{ع}{ص} = \frac{٥٠٠ + ن}{٥٠٠}$

$\log \frac{ع}{ص} = \log \frac{٥٠٠ + ن}{٥٠٠}$ عندما ن = صفر نلاحظ أن: ..... = ص

$\log ع = \log ٥٠٠ + ن \log$ ..... $= \log ٥٠٠ + ن \log$ .....

$ع = ٥٠٠ \times$ ..... ^{ن}

$ع = ٥٠٠ \times (٠,٩)^{ن}$

$٤٠٥ = ٥٠٠ \times (٠,٩)^{ن} \Rightarrow (٠,٩)^{ن} = \frac{٤٠٥}{٥٠٠} = ٠,٨١$

$ن = ٢$ ساعات

ب) نجد أكبر وأصغر قيمة للاقتران $ق(س) = \frac{١}{٣ جتا س + ٢}$ في الفترة $[٠, \pi]$ (الحل الأول)

$ق'(س) = \frac{-١(-٣ جا س)}{(٣ جتا س + ٢)^{٢}} = ٠$

$٣ جا س = ٠$ (بسط = ٠) (المقام $\neq ٠$)

$جا س = ٠$

$س = ٠$ أو $س = \pi$

س	٠		π
ق'	+	٠	−
ق	↗	عظمى	↘

$ق(٠) = \frac{١}{٣ جتا ٠ + ٢} = \frac{١}{٥}$

$ق(\pi) = \frac{١}{٣ جتا \pi + ٢} = \frac{١}{-٣ + ٢} = \frac{١}{-١}$

بالتكامل مع المقام: $\frac{١}{٥} \leq \frac{١}{٣ جتا س + ٢} \leq \frac{١}{-١}$

$\int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٥} \, د س \leq \int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٣ جتا س + ٢} \, د س \leq \int_{٠}^{\pi} -١ \, د س$

$\frac{\pi}{٥} \leq$ ..... $\leq -\pi$

٧ علامات

ج) $\int_{١}^{٣} (م(س) - ك(س)) \, د س = ١٢$ حيث $م(٣) - ك(٣) = ٣$

$م$ ثابت $\Rightarrow \int_{١}^{٣} م \, د س = ١٢ \Rightarrow ٢م = ١٢ \Rightarrow م = ٦$

المطلوب $\int_{١}^{٤} س \, م(س) \, د س + \int_{١}^{٤} س \, ك(س) \, د س$

$= \int_{١}^{٤} س \, م(س) \, د س - \int_{١}^{٤} س \, ك(س) \, د س$

$= \int_{١}^{٤} (س \, م(س) - س \, ك(س)) \, د س$

$= \int_{١}^{٤} س (م(س) - ك(س)) \, د س$

$= \int_{١}^{٤} ٦ س \, د س = \int_{١}^{٤} ٣ س^{٢} \, د س$

$= س^{٣} \Big|_{١}^{٤}$

$= ٦٤ - ١ = ٦٣$

٦ علامات

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) نشتق الطرفين

$ق(س) = \frac{ه^{س}}{ه^{س} + ٢} \Rightarrow ق'(س) = \frac{ه^{س}}{ه^{\ln(ه^{س}+٢)}}$

$ق(س) = \frac{١}{٢} \ln(ه^{س} + ٢) \Rightarrow ق'(س) = \frac{٢ ه^{س}}{ه^{\ln(ه^{س}+٢)}}$

$ق'(س) = \frac{ه^{\ln(ه^{س}+٢)} \times ٢ ه^{س} - ٢ ه^{س} \times \frac{١}{ه^{س}+٢}}{(ه^{\ln(ه^{س}+٢)})^{٢}}$

$ق'(٠) = \frac{٢ \times ٢ - ٢ \times \frac{١}{٢}}{(٢)^{٢}} = \frac{٢ \ln ٢ - ١}{(٢ \ln ٢)^{٢}}$ (٦ علامات)

ب) $\int_{٠}^{٤} س \sqrt{٢(س+٩)} \, د س$

$ص = س + ٩$ ، $د ص = د س$ ، $س = ص - ٩$

$\int_{٩}^{٢٥} (ص - ٩) \sqrt{٢ ص} \, د ص$

$\int_{٩}^{٢٥} \sqrt{٢} \, ص^{\frac{٣}{٢}} \, د ص - \int_{٩}^{٢٥} ٩ \sqrt{٢} \, ص^{\frac{١}{٢}} \, د ص$

$\frac{\sqrt{٢}}{\frac{٥}{٢}} ص^{\frac{٥}{٢}} \Big|_{٩}^{٢٥} - \frac{٩\sqrt{٢}}{\frac{٣}{٢}} ص^{\frac{٣}{٢}} \Big|_{٩}^{٢٥}$

$\frac{٢\sqrt{٢}}{٥} (٢٥)^{\frac{٥}{٢}} - \frac{٩}{٥} + ٩ \times \frac{٢\sqrt{٢}}{٣} (٢٥)^{\frac{٣}{٢}}$

$(٥ - ٩) + \frac{٩}{٣} - \frac{٩}{٥} = ٢ + \frac{٩}{٥} - ٢ = \frac{٩}{٥} - ١ = \frac{٤}{٥}$ (٨ علامات)

ج) $\int \frac{جا^{٣} س}{جا س} \, د س$ سؤال بايخ

الحل: نفكر بمطابقة للاس المراد بها مختلف

حيث $جا^{٣} س = جا(٢س + س)$

$= جا ٢س \, جتا س - حا ٢س \, حا س$

$= \int \frac{جا ٢س \, جتا س}{جا س} \, د س - \int \frac{حا ٢س \, حا س}{جا س} \, د س$

$= \int جا ٢س \, د س - \int ٢ حا^{٢} س \, د س$

$= \int جا ٢س \, د س - \int ٢ (١ - جتا ٢س) \, د س$

$= \frac{-جتا ٢س}{٢} - (س - \frac{حا ٢س}{٢}) + ج$

$= \frac{-جتا ٢س}{٢} - س + \frac{حا ٢س}{٢} + ج = حا ٢س - س + ج$

يوجد حل آخر: ضرب البسط والمقام بـ حا س

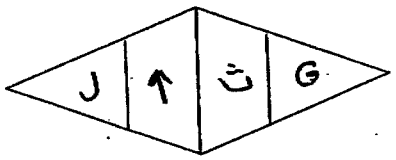
$\int \frac{حا س \times جا ٣س}{حا س \times جا س} \, د س$ نفس المطابقات

٦ علامات

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي

مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ د س
اليوم والتاريخ : الخميس ٢٠١٥/١٢/٣١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\int$ (هـ$^{\text{جتا}^2 س}$ + جا ٢ س) دس ، هـ : العدد النيبيري

فجد ق ′ ($\frac{\pi}{٤}$) (٦ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{١}{١ + هـ^{-س}}$ دس (٦ علامات)

٢) $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^2 س + \frac{١}{٢} \text{جا ٢ س جتا س}}$ دس (٨ علامات)

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان تسارع جسيم يعطى بالعلاقة ت (ن) = ٣ ن + ٢ ، وعلمت أنّ سرعته الابتدائية (٦) م/ث ، والمسافة التي يقطعها بعد ثانية واحدة من بدء الحركة (١٢) م ، فما المسافة التي يقطعها بعد (٣) ثوانٍ من بدء الحركة؟

ب) إذا علمت أن م $\geq \int_{١}^{٣} \frac{١}{\sqrt{٢ س^2 + ٧}}$ دس $\geq$ ك ، فجد قيمة كلّ من الثابتين م ، ك (٧ علامات)

بدون حساب تكامل المقدار ($\int_{١}^{٣} \frac{١}{\sqrt{٢ س^2 + ٧}}$ دس) (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية/ ..

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ج) إذا كان $\int_{-1}^{2}$ (٣ ق (س) + ٢ س − ٤) دس = ٣ ، $\int_{3}^{1}$ (ق (س + ١) − ٣ س^{٢}) دس = ٢٧

فجـد $\int_{-1}^{4}$ ق (س) دس (٧ علامات)

السـؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) جـد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{\sqrt{س+١} - \sqrt{١-س}}{\sqrt{س+١} + \sqrt{١-س}}$ دس (٧ علامات)

٢) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$ ٣ قا^{٤} س لو$_{هـ}$ ظا س دس (٧ علامات)

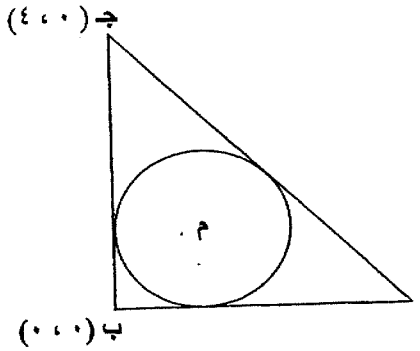
ب) جـد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق (س) = ١ + جتا س ،

هـ (س) = ١ + جتا س في الفترة $[\frac{\pi}{2} ، \frac{\pi^{٣}}{2}]$ (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٤ علامة)

أ) معتمدًا الشكل المجاور والذي يُمثّل دائرة مرسومة داخل المثلث

أ ب جـ وتمس أضلاعه. جـد معادلة هذه الدائرة.



(١٠علامات)

ب) جـد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته:

$\frac{س^{٢}}{٤} + \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$ ، وبؤرتاه هما رأسا هذا القطع. (٨ علامات)

ج) تتحرك النقطة و (س ، ص) بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين س = ٥ قا هـ − ٤ ،

ص = ٢ − ٣ ظا هـ ، حيث هـ زاوية متغيرة.

جـد معادلة مسار النقطة و ، ثم بيّن نوعه. (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

Omar Aljabr عمر الجبر

السـؤال الخامس : (١٦ علامة)

أ) قطع مكافئ يقع رأسه على مركز القطع الزائد الذي معادلته: $\frac{٩}{٢}(س - ١)^{٢} - ٨(ص - ٢)^{٢} = ٧٢$

وبؤرته (١ ، ٣)، جـد ما يأتي:

(٦ علامات)

١) معادلة هذا القطع.

٢) معادلة المحور ومعادلة الدليل.

ب) جـد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته:

$٤ س^{٢} + ٩ ص^{٢} - ٤٨ س + ٧٢ ص + ١٤٤ =$ صفر

(١٠علامات)

﴿انتهت الأسئلة﴾

عمر الأجابي www.omarajabi.com

س١ ب) $\text{ق}(س) = \text{جتا}^2 س + \text{جا}^2 س$

$\text{ق}'(س) = \text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س + 2\text{جتا} س$

$\text{ق}'(\frac{\pi}{4}) = -2\text{جا}\frac{\pi}{4} \times \text{جتا}\frac{\pi}{4} + 2\text{جتا}\frac{\pi}{4} = 0$

ج) $\int \frac{1}{1+\text{ظا} س} \cdot \text{د}س$ لـ حلازيه

$\text{ظا} س = \frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س}$ ، $\int \frac{1}{1+\frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س}} \times \frac{\text{د}(\text{جتا} س)}{-\text{جا} س}$

$\text{د}(\text{جتا} س) = -\text{جا} س \, \text{د}س$ كسور جزئية مع المقام $\text{جتا}^2 س$

حل آخر: ضرب البسط والمقام بـ $\text{قتا} س$

$= \int \frac{-\text{قتا} س}{\text{قتا} س + 1} \cdot \text{د}س = -\ln|\text{قتا} س + 1| + \text{ح}$

د) $\int \sqrt{\text{جتا}^2 س + \frac{1}{2} \times 2\text{جا} س \text{جا} س} \cdot \text{د}س$

$= \int \sqrt{\text{جتا}^2 س + \text{جا}^2 س} \cdot \text{د}س$

$= \int \sqrt{\text{جتا}^2 س (1 + \text{ظا}^2 س)} \cdot \text{د}س = \int |\text{جتا} س| \sqrt{1+\text{ظا}^2 س} \cdot \text{د}س$

$= \int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \text{جا} س \sqrt{1+\text{ظا}^2 س} \cdot \text{د}س + \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} -\text{جا} س \sqrt{1+\text{ظا}^2 س} \cdot \text{د}س$

تعويض مباشر — تعويض

$= \left[\frac{2}{3}(1+\text{ظا} س)^{\frac{3}{2}}\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \left[\frac{2}{3}(1+\text{ظا} س)^{\frac{3}{2}}\right]_{\pi}^{\frac{\pi}{2}}$

نتاج دمج كبيرة جداً

$= \frac{2}{3}\sqrt{8} - \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(\sqrt{\frac{1}{2}+1})^3$

س٢ أ) $\text{ق} = 3\text{ن}^2 + 2$ ، $\text{ع} = 6$ ، $\text{ف} = 12$ (المطلوب في $\text{ن} = 3$)

$\frac{\text{د}\text{ع}}{\text{د}\text{ن}} = 3\text{ن}^2 + 2 \leftarrow \int \text{د}\text{ع} = \int (3\text{ن}^2 + 2) \cdot \text{د}\text{ن}$

$\text{ع} = \text{ن}^3 + 2\text{ن} + \text{جـ}$ ، $6 = 0 + 0 + \text{جـ} \leftarrow \text{جـ} = 6$

$\text{ع} = \text{ن}^3 + 2\text{ن} + 6$

$\frac{\text{د}\text{ف}}{\text{د}\text{ن}} = \frac{1}{4}\text{ن}^3 + \frac{1}{2}\text{ن}^2 + 6\text{ن} + \text{جـ}$ ، $12 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 6 + \text{جـ} \leftarrow \text{جـ} = \frac{9}{4}$

$\text{ف} = \frac{1}{4}\text{ن}^4 + \frac{1}{2}\text{ن}^3 + 6\text{ن} + \frac{9}{4}$

$\text{ف}|_{\text{ن}=3} = \frac{27}{4} + 9 + 18 + \frac{9}{4} = 45$ متر

ب) نقوم بحصر $\text{ق}(س) = \frac{1}{\sqrt{2س^2+2}}$ في الفترة $[0,1]$

عظمى — صغرى

$\text{ق}(س) = (2س^2+2)^{-\frac{1}{2}}$

$\text{ق}'(س) = -\frac{1}{2}(2س^2+2)^{-\frac{3}{2}}(4س) = 0$

$-4س(2س^2+2)^{-\frac{3}{2}} = 0$ ، وهذا مستحيل او $4س = 0 \leftarrow س = 0$ مرفوض

تأكد وتكامل للطرفين

$\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \text{ق}(س) \leq \frac{1}{2}$

طريقة آخرى للحصر

$1 \geq س \geq 0$

$1 \geq س^2 \geq 0$

$2 \geq 2س^2 \geq 0$

$9 \geq 2س^2+7 \geq 7$

$3 \geq \sqrt{2س^2+7} \geq \sqrt{7}$

$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2س^2+7}} \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$

$\int_0^1 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س \leq \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \text{د}س$

$\int_0^1 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$

$\int_0^1 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س \geq \int_0^1 \frac{1}{3} \cdot \text{د}س$

$\int_0^1 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س \geq \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \leq \int_0^1 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$

ج) نجزء المعطيات ①

$\int_1^2 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س + \int_1^2 3س^2 \cdot \text{ق}(س) \cdot \text{د}س - 12 = 3 \leftarrow \int_1^2 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س = 4$

نجزء المعطيات ②

$\int_1^2 \text{ق}(س+1) \cdot \text{د}س - \int_1^2 3س^2 \cdot \text{ق}(س) \cdot \text{د}س = 27$

$\left.\begin{matrix} ص = س+1 \\ \text{د}ص = \text{د}س \end{matrix}\right\} \leftarrow \int_2^3 \text{ق}(ص) \cdot \text{د}ص - س^3|_1^2 = 27 \leftarrow \int_2^3 \text{ق}(ص) \cdot \text{د}ص = 1$ بدل اكثر من مرة

المطلوب $\int_1^3 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س = \int_1^2 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س + \int_2^3 \text{ق}(س) \cdot \text{د}س$

$= 4 + 1 = 5$

س٣ ب) لدينا جذرين مختلفين لذلك نضرب بالمرافق للبسط والمقام

$\int \frac{\sqrt{1+س} - \sqrt{1-س}}{\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}} \times \frac{\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}}{\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}} \cdot \text{د}س$

$= \int \frac{2+س+1+س+2\sqrt{1-س^2}}{1+س-1+س} \cdot \text{د}س$

$= \int \frac{2+2\sqrt{1-س^2}}{2س} \cdot \text{د}س = \int \frac{1}{س} \cdot \text{د}س + \int \frac{س}{\sqrt{1-س^2}} \cdot \text{د}س$

الآن نفرض $ص = 1-س^2$

$ص^2 = 1-س^2$ ... اكمل الحل

الجواب $-\sqrt{1-س^2} + \ln|1-\sqrt{1-س^2}| + \text{جـ}$

يوجد حل آخر نفرض $ص$ = كل المقام

الجواب $-(1+\sqrt{1-س^2}) + 2\ln|\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}| + \text{جـ}$

ج) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 3\text{قا}^2 س \ln|\text{ظا} س| \cdot \text{د}س$

$\left.\begin{matrix} ص = \text{ظا} س \\ \text{د}ص = \text{قا}^2 س \, \text{د}س \end{matrix}\right\} \leftarrow \int_0^1 3\ln|ص| \cdot \text{د}ص$ اجزاء بعد التخلص من ظا

$\int_0^1 3(ص+1)\ln|ص| \cdot \text{د}ص$

$\text{ق} = 3\ln|ص| \leftarrow \text{د}ق = \frac{3}{ص} \cdot \text{د}ص$

$\text{د}ه = (ص+1) \cdot \text{د}ص \leftarrow ه = \frac{ص^2}{2} + ص$

$= (\frac{ص^2}{2} + ص)3\ln|ص| \Big|_0^1 - \int_0^1 (\frac{ص^2}{2} + ص) \cdot \frac{3}{ص} \cdot \text{د}ص$

الجواب $\frac{3}{4} - \frac{3}{2}\ln 2$

د) نجد نقط تقاطعهما ← $1 + \text{جا} س = 1 + \text{جتا} س$

$\text{جا} س = \text{جتا} س$

$\text{ظا} س = 1$

اول — ثالث

$س = \frac{\pi}{4}$ — $س = \frac{5\pi}{4}$

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} \text{جتا} س - \text{جا} س \, \text{د}س$ — $\text{جتا} س - \text{جا} س$ — $\text{جا} س - \text{جتا} س$

Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com

$م = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} جتاس \cdot جتاس \cdot وس + \int_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} جتاس \cdot جتاس \cdot وس$

أكمل بدقة كبيرة الجواب $\frac{4}{\sqrt{7}}$ وحدة مربعة
بعد استخدام وطلم لكل قسم إذا كان الجواب سالب

س ٤ ب) لاحظ أن دائرة عمل الحوض في الربع الأول لذلك المركز (ر، ر) وعمل المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٠)، (٠، ٤) لذلك يلزم معادلة الخط المستقيم

ميله $= \frac{4-0}{0-4} = -1$

معادلته $ص - 0 = -1(س - 4) \leftarrow ص = -س + 4$

يجد ر منه بعد نقطة (ر، ر) عن المستقيم $س + ص - 4 = 0$

$ر = \frac{|س + ص - 4|}{\sqrt{1+1}}$

$ر = \frac{|ر + ر - 4|}{\sqrt{2}} \leftarrow \sqrt{2}ر = |2ر - 4|$

$\sqrt{2}ر = 2ر - 4$ أو $\sqrt{2}ر = 4 - 2ر$

$4 = 2ر - \sqrt{2}ر$ أو $2ر + \sqrt{2}ر = 4$

$4 = ر(2 - \sqrt{2})$ $ر(2 + \sqrt{2}) = 4$

$ر = \frac{4}{2-\sqrt{2}}$ أو $ر = \frac{4}{2+\sqrt{2}}$

$= \frac{4}{2-\sqrt{2}}$ $ر = \frac{4}{2+\sqrt{2}}$

$= \frac{4}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$ $ر = \frac{4}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$

$= \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2}\sqrt{2}$ مرفوض $ر = \frac{4}{\frac{3}{2}\sqrt{2}} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$ لأنه أكبر من المسافة عن محور الصادات

$\therefore$ المركز $(\frac{4}{2+\sqrt{2}}، \frac{4}{2+\sqrt{2}})$ ، $ر = \frac{4}{2+\sqrt{2}}$

$(س - \frac{4}{2+\sqrt{2}})^2 + (ص - \frac{4}{2+\sqrt{2}})^2 = (\frac{4}{2+\sqrt{2}})^2$ ١ تمام حقيرة

ب) أولاً نجد رأسي وبؤرتي القطع الناقص

$\frac{س^2}{4} + \frac{ص^2}{9} = 1$

الرسم: ناقص، المركز (٠،٠)، النوع: صادي

$ب^2 = 4$ عكس $\quad$ $ا^2 = 9$ نقس

$ج^2 = 9 - 4 = 5 \leftarrow ج = \sqrt{5}$ عكس نقس

رأسا $(0، \pm 3)$ $\quad$ بؤرتا $(0، \pm \sqrt{5})$

نكتب السؤال في صيغة جديدة

أي معادلة قطع زائد رأساه $(0، \pm \sqrt{5})$ وبؤرتاه $(0، \pm 3)$

الرسم: زائد
المركز: (٠،٠)
النوع: صادي

$\frac{ص^2}{ا^2} - \frac{س^2}{ب^2} = 1$

رأساه $\leftarrow ا = \sqrt{5} \leftarrow ا^2 = 5 \leftarrow ب^2 = 9 - 5 = 4$

بؤرتاه $\leftarrow ج = 3 \leftarrow ج^2 = 9$

لكن $ج^2 = ا^2 + ب^2$

$9 = 5 + ب^2 \leftarrow ب^2 = 4$

المعادلة $\frac{ص^2}{5} - \frac{س^2}{4} = 1$

حا س $= \frac{5}{4}$ قاه $\leftarrow \frac{س+4}{5} = قاه$

ص $= 3 - 2$ ظاه $\leftarrow \frac{ص-3}{-2} = ظاه$

لكن قاه $-$ ظاه $= 1$ متطابقة

$(\frac{س+4}{5})^2 - (\frac{ص-3}{-2})^2 = 1 \leftarrow \frac{(س+4)^2}{25} - \frac{(ص-3)^2}{4} = 1$

قطع زائد سيني

س ٥ ب) أولاً نجد مركز القطع الزائد

$\frac{1}{9}(س-1)^2 - \frac{8}{9}(ص-2)^2 = 7 \times \frac{1}{9}$ $\leftarrow$ المركز (١، ٢)

أجيب السؤال قطع مكافئ رأسه (١، ٢) وبؤرته (٣، ١)

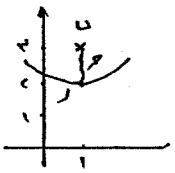
الرأس (١، ٢) $\quad ا = 1$

$(س-1)^2 = 4ا(ص-2)$

$(س-1)^2 = 4(ص-2)$

المحور $س = 1$

بالتعويض ص $= 1$ من خلال الرسم



ب) $4س^2 + 9ص^2 - 48س + 72ص + 144 = 0$

$4س^2 - 48س + 9ص^2 + 72ص = -144$

$4(س^2 - 12س + 36) + 9(ص^2 + 8ص + 16) = -144 + 144 + 144$

$4(س-6)^2 + 9(ص+4)^2 = 144$ ثم حلو

$\frac{(س-6)^2}{36} + \frac{(ص+4)^2}{16} = 1$

الرسم: ناقص

المركز: (٦، -٤)

نقس	عكس
$ا^2 = 36 \leftarrow ا = 6$	$ب^2 = 16$

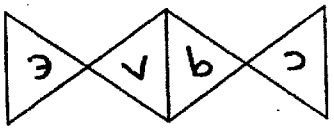
رأسا $(6 \pm 6، -4)$

بؤرتا $(6 \pm \sqrt{20}، -4)$

نقس (ناقص)
$ج^2 = 36 - 16 = 20$
$ج = \sqrt{20}$

$ه = \frac{ج}{ا} = \frac{\sqrt{20}}{6}$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com



بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الاردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الصيفية

[وثيقة محمية/محدود]

المبحث : الرياضيات/المستوى الرابع
الفرع : العلمي

مدة الامتحان : ٣ س ٣٠ د
اليوم والتاريخ : الاثنين ٢٠١٦/٠٦/١٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (١٩ علامة)

أ) إذا كان $\int_{-١}^{٢} ق(س)\,دس = ٢س + جاس - \int_{-١}^{٢} جتاس\, ق(س)\,دس$ ، فجد ق(٠)

(٦ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} |هـ^{س} - ١| & ، -١ < س \leq ١ \\ [٣ - س] & ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$

فجد $\int_{-١}^{٢} ق(س)\,دس$

(٧ علامات)

ج) إذا علمت أن $\int_{١}^{هـ} س^{٤}\, لو س\, دس = \frac{٤هـ^{٢} + ١}{٢٥}$ ، فجد $\int_{١}^{هـ} س^{٤}\,(لو س)^{٢}\, دس$

(٦ علامات)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) ابتدأ جُسيم الحركة من نقطة الأصل على محور السينات وفق العلاقة : $ت = -٤ ع^{\frac{٣}{٢}}$ ، $ع > ٠$

حيث ت : تسارع الجسيم ، ع : سرعة الجُسيم، فإذا كانت سرعته عند بدء الحركة (٤) سم/ث

أثبت أن $ف = ٢ن \overline{ع}$

(٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) إذا علمت أن م $\geq \int_{1}^{2} \sqrt{س^{4}+9}$ دس $\geq$ ك ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين م ، ك

دون حساب قيمة تكامل المقدار $\int_{1}^{2} \sqrt{س^{4}+9}$ دس (٦ علامات)

ج) إذا كان $\int_{1}^{3}$ ق(س) دس = ٤ ، $\int_{1}^{3}$ (٢ ق(٣ – س) + ٦س + ١) دس = ٤٢ ، فجد قيمة الثابت ٢

(٦ علامات)

السؤال الثالث: (٢١ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية:

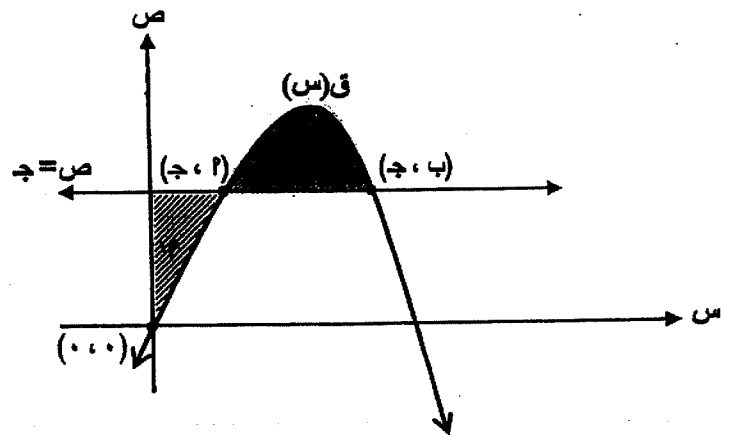
١) $\int \frac{\text{لو}_{\text{هـ}} \text{ظا س}}{\text{جا}^{2} 2س}$ دس (٦ علامات)

٢) $\int \frac{\text{دس}}{\text{س} - \sqrt{\text{س} + 2}}$ (٧ علامات)

ب) رُسم المستقيم ص = جـ فقطع منحنى الاقتران ق(س) = ٢س – ٣س^{3} في النقطتين (٢ ، جـ) ، (ب ، جـ)

حيث ٢ ، ب ، جـ أعداد حقيقية موجبة ، مكوّناً المنطقتين م١ ، م٢ كما في الشكل الآتي،

جد قيمة جـ التي تجعل مساحتي المنطقتين م١ ، م٢ متساويتين. (٨ علامات)



يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الرابع: (١٨ علامة)

أ) قطع ناقص اختلافه المركزي $\frac{٣}{٥}$ ، وأحد رأسيه (٣ ، ١) والبؤرة القريبة من هذا الرأس (١ ، ١) ، جد معادلته.
(٨ علامات)

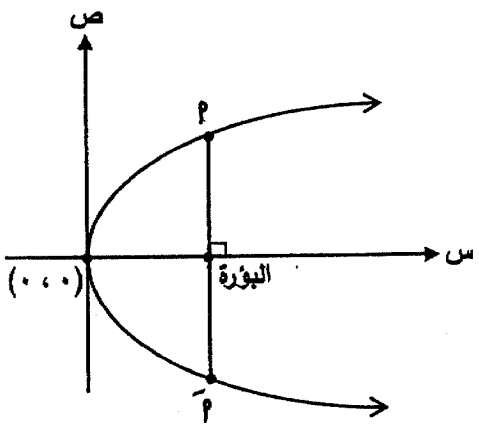
ب) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته:

$٩ص^{٢} - ١٦س^{٢} + ٣٢س - ٣٦ص = ١٢٤$ (١٠علامات)

السـؤال الخامس: (٢٢ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم س = ٥ ، وتمر بالنقطتين (٨ ، ٠) ، (٨ ، ٨)
(٨ علامات)

ب) معتمداً الشكل الآتي الذي يمثّل قطعاً مكافئاً ، إذا علمت أن طول $\overline{ق ق'}$ (٨) وحدات ، فجد معادلته.
(٧ علامات)



ج) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحرّكة و(س ، ص) في المستوى ، بحيث يكون بعدها عن النقطة (٠ ، ٢) مساوياً ثُلثي بعدها عن المستقيم ٢ص = ٩ ، **ثمّ بيّن نوعه.** (٧ علامات)

﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabi Academy
www.omaraljabi.com

س١ ق(س) = ٢ + جتاس − جتاس ، ق(٠) = ٠

نفرض فورًا

ق(٠) = ٢ + ١ − ١ = ق(٠)

ق(٠) = ٢ ← ق(٠) = ١

ب) $\int_{-1}^{2} |ق(س)|\,دس = \int_{-1}^{1} |ق-١|\,دس + \int_{1}^{2} [٢-س]\,دس$

ق − ١ = ٠ ⇒ ق = ١

ق − ١ | + | −

ق − ١ | − | +

س = ٠

ل = ١

[−١ ، ١] حدد ق

$= \int_{-1}^{1} (١-ق)\,دس + \int_{1}^{2} (ق-١)\,دس$

$= ١(١) - ق_{-1}^{1} + ق_{1}^{2} - ١(١)$

∴ الكل = ق − ق^{-١} − ٢

جـ) ص = (لو س)^٢ ← دص = ٢(لو س)(١/س) دس

ع = س^٢ ، دس ← هـ = ق^س

$= \frac{1}{2} س^2 (لو س)^2 \Big|_{ق}^{ق^2} - \int_{ق}^{ق^2} س^2 \cdot لو س \cdot دس$

$\frac{1}{2}[ق^2 (لو ق)^2 - ق^2 (لو ق)^2] - \frac{1}{2}\left(\frac{ق^5}{5} - \frac{ق^5}{25}\right)$

$\frac{ق^5}{5} - \frac{ق^5}{10} = \frac{2ق^5 - ق^5}{10} = \frac{ق^5}{10}$

س٢ $\frac{دص}{دس} = -٣ص^2$ ← $\frac{دص}{ص^2} = -٣\,دس$

$\int ص^{-2}\,دص = \int -٣\,دس$ ⇒ $-\frac{1}{ص} = -٣س + ج$

$-\frac{1}{2} = -٣ + ج$ ⇒ ج = ٢ عندما س = ٠

$-\frac{1}{ص} = -٣س + ٢$

$\left(-\frac{1}{ص} = -٣س - ١\right)$ ⇒ $\frac{1}{ص} = ٣س + ١$ (بضرب ×(−١))

$\frac{1}{ص} = (٣س+١)^{-2}$ ← ص = $\frac{1}{(٣س+١)^2}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-٦}{(٣س+١)^3}$ ← $دص = \frac{-٦}{(٣س+١)^3}\,دس$

$ف = \frac{-٦}{-٢(٣س+١)^2} + ج$ لكن ف(٠) = ٠

$ف = \frac{٣}{(٣س+١)^2} - ١$ ∴ ج = ١

$ف = \frac{-١+٣س+١}{(٣س+١)^2} = \frac{٣س}{(٣س+١)^2}$

$\frac{دف}{دس} = \frac{(٣س+١)^2 \cdot ٣ - ٣س \cdot ٢(٣س+١)\cdot ٣}{(٣س+١)^4}$

$= \frac{٣(٣س+١)[(٣س+١) - ٢(٣س)]}{(٣س+١)^4}$

$= \frac{٣(١-٣س)}{(٣س+١)^3}$

س	−∞		١/٣		∞
ف		+	٠	−	

∴ ف متزايدة في $(-\infty, \frac{1}{3}]$ ، متناقصة في $[\frac{1}{3}, \infty)$

س٣ أ) $\int \frac{ص}{جتاس}\,دس$ ← $\int ص \cdot \frac{1}{جتاس}\,دس$

ع = ص ، $دع = دص$

$دو = \frac{1}{جتاس}\,دس$ ، $و = \int \frac{1}{جتاس}\,دس$

$= \int \frac{جتاس}{جتاس^2}\,دس = \int \frac{جتاس}{1-ظا^2س}\,دس$

ن = ظاس ، $دن = جتاس\,دس$

$= \int \frac{دن}{1-ن^2} = \frac{1}{2}\int \left(\frac{1}{1-ن} + \frac{1}{1+ن}\right) دن$

$= \frac{1}{2}[-لو|1-ن| + لو|1+ن|] + ج$

$= \frac{1}{2}لو\left|\frac{1+ن}{1-ن}\right| + ج$

$= \frac{1}{2}لو\left|\frac{1+ظاس}{1-ظاس}\right| + ج$

$= \frac{1}{2}لو\left|\frac{(1+ظاس)^2}{1-ظا^2س}\right| + ج$

$= \frac{1}{2}لو\left|\frac{(1+ظاس)^2}{جتا^2س}\right| + ج$

$= \frac{1}{2}لو|(1+ظاس)(قاس)^2| + ج$

$= \frac{1}{2}لو|قاس + ظاس \cdot قاس| + ج$

$= \frac{1}{2}لو|قاس + ظا^2س + ظاس| + ج$

$= \frac{1}{2}لو|قاس + ظاس| + \frac{1}{2}لو|قاس + ظاس| + ج$

$= لو|قاس + ظاس| + ج$

ب) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{ظاس}{جتاس}\,دس$ ← $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} ظاس \cdot \frac{1}{جتاس}\,دس$

ع = ظاس ، $دع = قا^2س\,دس$

$دو = \frac{1}{جتاس}\,دس$ ، $و = \int \frac{1}{جتاس}\,دس$

$= \int \frac{جتاس}{جتاس^2}\,دس = \int \frac{جتاس}{1-ظا^2س}\,دس$

ن = ظاس ، $دن = جتاس\,دس$

$= \int \frac{دن}{1-ن^2} = \frac{1}{2}\int \left(\frac{1}{1-ن} + \frac{1}{1+ن}\right) دن$

$= \frac{1}{2}[-لو|1-ن| + لو|1+ن|]$

$= \frac{1}{2}لو\left|\frac{1+ن}{1-ن}\right|$

$= \frac{1}{2}لو\left|\frac{1+ظاس}{1-ظاس}\right|$

$= \frac{1}{2}لو\left|\frac{(1+ظاس)^2}{1-ظا^2س}\right|$

$= \frac{1}{2}لو\left|\frac{(1+ظاس)^2}{جتا^2س}\right|$

$= \frac{1}{2}لو|(1+ظاس)(قاس)^2|$

$= \frac{1}{2}لو|قاس + ظاس \cdot قاس|$

$= \frac{1}{2}لو|قاس + ظا^2س + ظاس|$

$= \frac{1}{2}لو|قاس + ظاس| + \frac{1}{2}لو|قاس + ظاس|$

$= لو|قاس + ظاس|$

$= لو|قا\frac{\pi}{4} + ظا\frac{\pi}{4}| - لو|قا٠ + ظا٠|$

$= لو|\sqrt{2} + 1| - لو|1 + 0|$

$= لو(\sqrt{2} + 1)$

جـ) ص = ق^س ، ع = جتاس

$دص = ق^س\,دس$ ، $دع = -جاس\,دس$

$\int ق^س جتاس\,دس = ق^س جتاس + \int ق^س جاس\,دس$

$= ق^س جتاس + ق^س جاس - \int ق^س جتاس\,دس$

$2\int ق^س جتاس\,دس = ق^س جتاس + ق^س جاس + ج$

$\int ق^س جتاس\,دس = \frac{1}{2}ق^س(جتاس + جاس) + ج$

س٤ أ) $\int_{0}^{1} \frac{س^3}{\sqrt{1-س^2}}\,دس$

ن = $\sqrt{1-س^2}$ ، $ن^2 = 1-س^2$

$2ن\,دن = -2س\,دس$ ، $س^2 = 1-ن^2$

$= \int_{1}^{0} \frac{(1-ن^2)}{ن}(-ن\,دن) = \int_{0}^{1} (1-ن^2)\,دن$

$= ن - \frac{ن^3}{3}\Big|_{0}^{1} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

ب) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^3س\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^2س \cdot جتاس\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جا^2س)\,جتاس\,دس$

ن = جاس ، $دن = جتاس\,دس$

$= \int_{0}^{1} (1-ن^2)\,دن = ن - \frac{ن^3}{3}\Big|_{0}^{1}$

$= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

جـ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^3س\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2س \cdot جاس\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا^2س)\,جاس\,دس$

ن = جتاس ، $-دن = جاس\,دس$

$= -\int_{1}^{0} (1-ن^2)\,دن = \int_{0}^{1} (1-ن^2)\,دن$

$= ن - \frac{ن^3}{3}\Big|_{0}^{1} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

س٥ أ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^4س\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جتا^2س)^2\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+جتا٢س}{2}\right)^2 دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2جتا٢س + جتا^2٢س)\,دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + 2جتا٢س + \frac{1+جتا٤س}{2}\right) دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{3}{2} + 2جتا٢س + \frac{1}{2}جتا٤س\right) دس$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}س + جا٢س + \frac{1}{8}جا٤س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}\cdot\frac{\pi}{2} + 0 + 0\right] - 0$

$= \frac{3\pi}{16}$

ب) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^4س\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^2س)^2\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-جتا٢س}{2}\right)^2 دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا٢س + جتا^2٢س)\,دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - 2جتا٢س + \frac{1+جتا٤س}{2}\right) دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{3}{2} - 2جتا٢س + \frac{1}{2}جتا٤س\right) دس$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}س - جا٢س + \frac{1}{8}جا٤س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}\cdot\frac{\pi}{2} - 0 + 0\right] - 0$

$= \frac{3\pi}{16}$

جـ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2س\,جتا^2س\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2س(1-جا^2س)\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^2س - جا^4س)\,دس$

$= \left[\frac{1}{2}س - \frac{1}{4}جا٢س - \frac{3}{8}س + \frac{1}{32}جا٤س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{16} = \frac{\pi}{16}$

س٦ أ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^6س\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جتا^2س)^3\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+جتا٢س}{2}\right)^3 دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 + 3جتا٢س + 3جتا^2٢س + جتا^3٢س)\,دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + 3جتا٢س + 3\cdot\frac{1+جتا٤س}{2} + جتا^3٢س\right) دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{5}{2} + 3جتا٢س + \frac{3}{2}جتا٤س + جتا^3٢س\right) دس$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س + \frac{3}{2}جا٢س + \frac{3}{8}جا٤س + \int جتا^3٢س\,دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}\cdot\frac{\pi}{2} + 0 + 0 + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^3٢س\,دس\right]$

$= \frac{5\pi}{32} + \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^3٢س\,دس$

$= \frac{5\pi}{32} + \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^2٢س \cdot جتا٢س\,دس$

$= \frac{5\pi}{32} + \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جا^2٢س)\,جتا٢س\,دس$

ن = جا٢س ، $\frac{1}{2}دن = جتا٢س\,دس$

$= \frac{5\pi}{32} + \frac{1}{16}\int_{0}^{1} (1-ن^2)\,دن$

$= \frac{5\pi}{32} + \frac{1}{16}\left[ن - \frac{ن^3}{3}\right]_{0}^{1}$

$= \frac{5\pi}{32} + \frac{1}{16}\left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{5\pi}{32} + \frac{1}{24}$

ب) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^6س\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^2س)^3\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-جتا٢س}{2}\right)^3 دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3جتا٢س + 3جتا^2٢س - جتا^3٢س)\,دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - 3جتا٢س + 3\cdot\frac{1+جتا٤س}{2} - جتا^3٢س\right) دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{5}{2} - 3جتا٢س + \frac{3}{2}جتا٤س - جتا^3٢س\right) دس$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا٢س + \frac{3}{8}جا٤س - \int جتا^3٢س\,دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}\cdot\frac{\pi}{2} - 0 + 0 - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^3٢س\,دس\right]$

$= \frac{5\pi}{32} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^3٢س\,دس$

$= \frac{5\pi}{32} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^2٢س \cdot جتا٢س\,دس$

$= \frac{5\pi}{32} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جا^2٢س)\,جتا٢س\,دس$

ن = جا٢س ، $\frac{1}{2}دن = جتا٢س\,دس$

$= \frac{5\pi}{32} - \frac{1}{16}\int_{0}^{1} (1-ن^2)\,دن$

$= \frac{5\pi}{32} - \frac{1}{16}\left[ن - \frac{ن^3}{3}\right]_{0}^{1}$

$= \frac{5\pi}{32} - \frac{1}{16}\left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{5\pi}{32} - \frac{1}{24}$

جـ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2س\,جتا^4س\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2س(جتا^2س)^2\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1-جتا٢س}{2}\right)\left(\frac{1+جتا٢س}{2}\right)^2 دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا٢س)(1 + 2جتا٢س + جتا^2٢س)\,دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2جتا٢س + جتا^2٢س - جتا٢س - 2جتا^2٢س - جتا^3٢س)\,دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 + جتا٢س - جتا^2٢س - جتا^3٢س)\,دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + جتا٢س - \frac{1+جتا٤س}{2} - جتا^3٢س\right) دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} + جتا٢س - \frac{1}{2}جتا٤س - جتا^3٢س\right) دس$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{1}{2}س + \frac{1}{2}جا٢س - \frac{1}{8}جا٤س - \int جتا^3٢س\,دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2} + 0 - 0 - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^3٢س\,دس\right]$

$= \frac{\pi}{32} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^3٢س\,دس$

$= \frac{\pi}{32} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^2٢س \cdot جتا٢س\,دس$

$= \frac{\pi}{32} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جا^2٢س)\,جتا٢س\,دس$

ن = جا٢س ، $\frac{1}{2}دن = جتا٢س\,دس$

$= \frac{\pi}{32} - \frac{1}{16}\int_{0}^{1} (1-ن^2)\,دن$

$= \frac{\pi}{32} - \frac{1}{16}\left[ن - \frac{ن^3}{3}\right]_{0}^{1}$

$= \frac{\pi}{32} - \frac{1}{16}\left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{\pi}{32} - \frac{1}{24}$

س٧ أ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+جتاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+جتاس} \cdot \frac{1-جتاس}{1-جتاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-جتاس}{1-جتا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-جتاس}{جا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (قتا^2س - قتاس جتاس)\,دس$

$= -ظتاس + قتاس\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (-0 + 1) - (-\infty + 1)$

$= \infty$

∴ التكامل متباعد

ب) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1-جتاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1-جتاس} \cdot \frac{1+جتاس}{1+جتاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+جتاس}{1-جتا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+جتاس}{جا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (قتا^2س + قتاس جتاس)\,دس$

$= -ظتاس - قتاس\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (-0 - 1) - (-\infty - 1)$

$= \infty$

∴ التكامل متباعد

جـ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+جاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+جاس} \cdot \frac{1-جاس}{1-جاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-جاس}{1-جا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-جاس}{جتا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (قا^2س - قاس ظاس)\,دس$

$= ظاس - قاس\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (\infty - \infty) - (0 - 1)$

$= 1$

∴ التكامل متقارب

س٨ أ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+جتاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+جتاس} \cdot \frac{1-جتاس}{1-جتاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-جتاس}{1-جتا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-جتاس}{جا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (قتا^2س - قتاس جتاس)\,دس$

$= -ظتاس + قتاس\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (-0 + 1) - (-\infty + 1)$

$= \infty$

∴ التكامل متباعد

ب) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1-جتاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1-جتاس} \cdot \frac{1+جتاس}{1+جتاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+جتاس}{1-جتا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+جتاس}{جا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (قتا^2س + قتاس جتاس)\,دس$

$= -ظتاس - قتاس\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (-0 - 1) - (-\infty - 1)$

$= \infty$

∴ التكامل متباعد

جـ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+جاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+جاس} \cdot \frac{1-جاس}{1-جاس}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-جاس}{1-جا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-جاس}{جتا^2س}\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (قا^2س - قاس ظاس)\,دس$

$= ظاس - قاس\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (\infty - \infty) - (0 - 1)$

$= 1$

∴ التكامل متقارب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$\because$ المعادلة $\Leftarrow$ $س^2 + ص^2 - 10س - 8ص + 16 = 0$

حل آخر: من المعادلة العامة

$(س-ه)^2 + (ص-م)^2 = ر^2$ لكي المركز $(ه، م)$ يقع على $س = ه$

$\therefore \boxed{ه = 5}$

$(س-5)^2 + (ص-م)^2 = ر^2$

$(1، 8) \Leftarrow 9 + (-م)^2 = ر^2$ ... ①

$(8، 8) \Leftarrow 9 + (8-م)^2 = ر^2$ ... ②

بحل المعادلتين $\boxed{م = 4}$ ، $\boxed{ر^2 = 25}$

$(س-5)^2 + (ص-4)^2 = 25$

أ) من الرسم المربع مع ص مماس عند $(0، 0)$

$(ص-0)^2 = 4د(س-0)$ مفتاح الحل تحديد النقطة م وهي $(4، 4)$

$(4، 4) \Leftarrow 16 = 4د(4) \Leftarrow 4 = د^2$

$\boxed{د = 2}$

المعادلة $ص^2 = 8س$

ب) من الرسم

بعد $(س، ص)$ عن $(4، 0) = \frac{2}{3}$ بعد $(س، ص)$ عن المستقيم $3ص - 9 = 0$

$\sqrt{س^2 + (ص-4)^2} = \frac{2}{3} \times \frac{|3ص - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$ بترفع الطرفين

$س^2 + (ص-4)^2 = \frac{1}{9}(3ص - 9)^2$

$س^2 + ص^2 - 8ص + 16 = \frac{1}{9}(9ص^2 - 54ص + 81)$

$9س^2 + 9ص^2 - 72ص + 144 = 9ص^2 - 54ص + 81$

$9س^2 + 5ص^2 = 63$

قطع ناقص صادق

أ) $9ص^2 - 54ص - 16س^2 + 32س = 127$

$9(ص^2 - 6ص) - 16(س^2 - 2س) = 127$

$9(ص^2 - 6ص + 9) - 16(س^2 - 2س + 1) = 127 + 81 - 16$

$9(ص-3)^2 - 16(س-1)^2 = 144$ بقسمة

$\frac{(ص-3)^2}{16} - \frac{(س-1)^2}{9} = 1$

	قطع زائد	مرتبط
الرأس:	$(1، 6)$، $(1، 0)$	
المركز:	$(1، 3)$	
البؤرة:	$(1، 8)$، $(1، -2)$	
	$ب^2 = 16$	$ب^2 = 9$
	$م = 4$	
	$ج^2 = 25$	$ج^2 = م^2 + ب^2$
	$ج = 5$	$ج^2 = 25$
	$(1، 8)$، $(1، -2)$	$(4، 3)$، $(-2، 3)$

س 5 لوجود قطعين نستخدم المعادلة العامة

$س^2 + ص^2 + 2هس + 2وص + د = 0$

المركز $(-ه، -و)$ يقع على المستقيم $س = 5$

$\therefore -ه = 5 \Leftarrow \boxed{ه = -5}$

$س^2 + ص^2 - 10س + 2وص + د = 0$

$(1، 8) \Leftarrow 64 - 80 + 16و + د = 0 \Leftarrow \boxed{د = 16}$

$(8، 8) \Leftarrow 64 + 64 - 80 + 16و + 16 = 0$

$64 + 16و = 0 \Leftarrow \boxed{و = -4}$

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

٢
٢

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

E ٦ ٧ ٣

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الشتوية

(ورقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي والصناعي (الطلبة النظاميون والدراسة الخاصة الجدد)

مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ — د س
اليوم والتاريخ: الأربعاء ٢٠١٧/١/٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان س ق (س) − $\int$ ٣ س ق (س) دس = $\int$ قَ(س) دس ، وكان ق (٢) = ٤ ، فجد قَ(٢)

(٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} [س - ٥] \, |س - ١| & ، \ ٠ \leq س < ٢ \\ \dfrac{٣}{\sqrt{س + ١}} & ، \ ٢ \leq س \leq ٤ \end{cases}$

فجد $\int_{٠}^{٤}$ ق (س) دس

(٧ علامات)

ج) جد $\int$ جا^{٣}س لـو$_{هـ}$ (١ + جتا س) دس

(٨ علامات)

السؤال الثاني: (١٩ علامة)

أ) حل المعادلة التفاضلية الآتية :

(٦ علامات)

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٣ س ص - ص - ١٢ س + ٤}{ص^{٢} - ١٦}$$

ب) إذا كان ص = $\sqrt{هـ^{٢س} + لـو_{هـ} (س + ١)}$

فجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = صفر

(٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية/ ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ج) إذا كان م (س) = س هـ^س − هـ^س ، اقتران بدائي للاقتران ق (س) = س هـ^س

وكان $\int_{٤}^{٢}$ (٤ ق (س) + هـ^٢) دس + $\frac{\text{م}}{\text{هـ}^{٢} - ٢}$ دس = ٢٨ ، فجد قيمة الثابت م

(٧ علامات)

السـؤال الثالث: (٢١ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية :

١) $\int_{١}^{٢}$ س^٤ $\sqrt{(\frac{٢ - \text{س}}{\text{س}^{٢}})^{٣}}$ دس (٦ علامات)

٢) $\int$ $\frac{\text{قا س ظا س}}{٨ - \text{ظا}^{٢}\text{س}}$ دس (٧ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات :

ق (س) = س^٢ ، هـ (س) = $\sqrt{٨\text{ س}}$ ، ل (س) = س + ٦ ومحور الصادات. (٨ علامات)

السـؤال الرابع: (١٨ علامة)

أ) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته :

ص^٢ − ٩ س^٢ − ٨ ص + ٣٦ س − ٢٩ = صفر (١٠علامات)

ب) قطع مخروطي بُعده البؤري أقل من البُعد بين رأسيه، مركزه (٢ ، ٢)، وإحدى بؤرتيه النقطة (٧ ، ٢)

ويمرّ منحناه بالنقطة (٥ ، ٦)، جد معادلته. (٨ علامات)

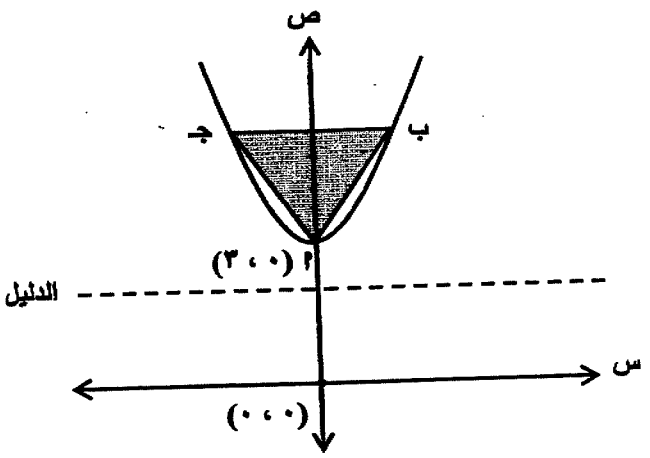
يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٢٢ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (١ ، ٠) ، (٧ ، ٠) ، (٤ ، ١) (٧ علامات)

ب) معتمدًا الشكل الآتي الذي يُمثّل قطعًا مكافئًا، إذا علمت أن المثلث أ ب جـ متطابق الأضلاع طول ضلعه (٨) وحدات، فيه الضلع ب جـ يوازي دليل القطع المكافئ ، فجـد معادلة هذا القطع. (٨ علامات)



ج) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س ، ص) التي تتحرك على بُعدين متساويين من المستقيمين ص = س + ١ ، ص = ١ – س (٧ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

Omar Al-Jabr
www.omaraljabr.com

س١

ب) $س \times ق'(س) + ق(س) - ٣س - ق(س) = ق'(س)$

$٢ \times ق'(٢) - ٦ - ق(٢) = ق'(٢)$

$٢ق'(٢) + ٤ - ٢ = ق'(٢) \leftarrow ق(٢) = ٠$

ج) $\int_{١}^{٤} [س - ٥] \, |س - ١| \, د س + \int_{٠}^{٤} \frac{٣}{\sqrt{س+١}} \, د س$

$ل = ١$

$س$	٠	١	٤
$س-١$	$-$	٠	$+$

$= \int_{١}^{٤} -٥(١-س) \, د س + \int_{١}^{٤} -٤(س-١) \, د س + \int_{٠}^{١} ٣(س+١)^{-\frac{١}{٢}} \, د س$

$-٥[١ - \frac{س^٢}{٢}]_{١}^{٤} + -٤(\frac{س^٢}{٢} - س)_{١}^{٤} + ٣ \frac{(س+١)^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}}]_{٠}^{١}$

تحدي للدقة اكمل الحل اكمل الجواب $-\frac{٩}{٢} + ٦(٥-٢\sqrt{٦})$

د) $\int حاس^٢ س \, لو(١ + جتاس) \, د س$

$ص = ١ + جتاس \rightarrow \int حاس^٣ س \, لو ص \times \frac{د ص}{-حاس}$

$\frac{د ص}{-حاس} = د س \rightarrow - \int حاس^٢ س \, لو ص \, د ص$

$- \int (١ - جتا^٢ س) \, لو ص \, د ص$

$\int (جتا^٢ س - ١) \, لو ص \, د ص$

$\int ((ص-١)^٢ - ١) \, لو ص \, د ص$

$\int (ص^٢ - ٢ص) \, لو ص \, د ص$ الآن اجزاء

$ع = لو ص \rightarrow د ع = \frac{١}{ص} \, د ص$

$د ه = (ص^٢ - ٢ص) \, د ص \rightarrow ه = \frac{ص^٣}{٣} - ص^٢$

$= (\frac{ص^٣}{٣} - ص^٢) \, لو ص - \int (\frac{ص^٣}{٣} - ص^٢) \frac{١}{ص} \, د ص$

$= (\frac{ص^٣}{٣} - ص^٢) \, لو ص - \int (\frac{ص^٢}{٣} - ص) \, د ص + ح$

$= \frac{(١+جتاس)^٣}{٣} - (١+جتاس)^٢ \, لو(١+جتاس) - \frac{(١+جتاس)^٣}{٩} + \frac{(١+جتاس)^٢}{٢} + ح$

هـ) $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص(٣س-١) - ٤(٣س-١)}{ص^٢ - ١٦}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{(٣س-١)(ص-٤)}{(ص-٤)(ص+٤)}$

$(ص+٤) \, د ص = (٣س-١) \, د س$

$\int (ص+٤) \, د ص = \int (٣س-١) \, د س$

$\frac{(ص+٤)^٢}{٢} = \frac{(٣س-١)^٢}{٦} + ح$

$(ص+٤)^٢ = \frac{(٣س-١)^٢}{٣} + ح$

$ص + ٤ = \pm \sqrt{\frac{(٣س-١)^٢}{٣} + ح}$

$ص = -٤ \pm \sqrt{\frac{(٣س-١)^٢}{٣} + ح}$

و) $\frac{د ص}{د س} = \frac{٢ق^{٢س} + \frac{١}{س+١}}{٢\sqrt{ق^{٢س} + لو(س+١)}}$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٠} = \frac{٢+١}{٢\sqrt{١+٠}} = \frac{٣}{٢}$

ز) $\int_{٢}^{٤} (٤ ق(س) + ق'(س)) \, د س = ٢٨$

$٤ \times ق(س)]_{٢}^{٤} + \int_{ق-٢}^{ق-٤} \frac{ق}{ق-٢} \, د ق = ٢٨$

$٤[ق(٤) - ق(٢)] + ق + ٢ \ln|ق-٢| = ٢٨$

$٤(ق_٤ - ق_٢ + ١) + ق_٤ - ق_٢ + ٢ \ln(ق_٤ - ٢) = ٢٨$

$٤ق_٤ + ٤ + ق_٤ - ق_٢ + ٢ \ln(ق_٤ - ٢) = ٢٨$

$٢ \ln(ق_٤ - ٢) = ٢٣ - ٥ق_٤$

$م = \frac{ق_٤ + ٣}{ق_٤ - ٢} = \frac{٣٢ - ٥ق_٤}{ق_٤ - ٢} = \frac{٥(٤ - ق_٤)}{ق_٤ - ٢} = -٥$

س٣ أ) $\int_{١}^{٢} س^٤ \sqrt{\frac{(٢-س)^٣}{س^٥}} \, د س$

$= \int_{١}^{٢} س^٤ \frac{\sqrt{(٢-س)^٣}}{س^{\frac{٥}{٢}}} \, د س = \int_{١}^{٢} \frac{س^٤ \sqrt{(٢-س)^٣}}{س^{\frac{٥}{٢}}} \, د س$

$ه = س \rightarrow د ه = ١ \, د س$

$د ق = (٢-س)^{\frac{٣}{٢}} \, د س \rightarrow ق = \frac{(٢-س)^{\frac{٥}{٢}}}{-\frac{٥}{٢}}$

$= -\frac{٢}{٥} س \sqrt{(٢-س)^٥}]_{١}^{٢} + \frac{٢}{٥} \int_{١}^{٢} (٢-س)^{\frac{٥}{٢}} \, د س$

$-\frac{٢}{٥}[٢٠ - ١٦] + \frac{٢}{٥} \frac{(٢-س)^{\frac{٧}{٢}}}{-\frac{٧}{٢}}]_{١}^{٢}$

$-\frac{٨}{٥} - \frac{٤}{٧٥} \sqrt{(٢-س)^٧}]_{١}^{٢}$

$-\frac{٨}{٥} - \frac{٤}{٧٥}[ص - ١] = \frac{٤}{٧٥} + \frac{٨}{٥} = \frac{٤٨}{٣٥}$

ب) $\int \frac{قاس ظاس}{٨ - ظا^٢ س} \, د س \Rightarrow$ نبدل ظا^٢ س بـ قا^٢ س - ١

$\int \frac{قاس ظاس}{٨ - قا^٢ س + ١} \, د س = \int \frac{قاس ظاس}{٩ - قا^٢ س} \, د س$

$ص = قاس \rightarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{قاس ظاس}{٩ - ص^٢} \rightarrow \frac{د ص}{قاس ظاس} = \frac{قاس ظاس}{٩ - ص^٢} \, د س$

$\int \frac{١}{٩ - ص^٢} \, د ص$ كسور جزئية

الجواب $= \frac{١}{٦} لو|٣ - قاس| + \frac{١}{٦} لو|٣ + قاس| + ح$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) الأعمدة: [س = ٠]

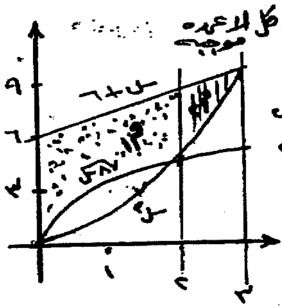
اقترانات: (٣) س^٢ ، √(٨س) ، س + ٦

س^٢ = √(٨س) بالتجربة [س = ٢]

س^٢ = س + ٦
س^٢ - س - ٦ = ٠
(س - ٣)(س + ٢) = ٠
[س = ٣] [س = -٢]

√(٨س) = س + ٦
٨س = س^٢ + ١٢س + ٣٦
س^٢ + ٤س + ٣٦ = ٠ لا تحل

لاحظ [س = -٢] لا يلزم لان كل الأعمدة موجبة



م١ = ∫ من ٠ إلى ٢ (س + ٦ - √(٨س)) ءس

= س^٢/٢ + ٦س - (٨س)^{٣/٢}/(٨ × ٣/٢) | من ٠ إلى ٢

= ٢ + ١٢ - (١/١٢)(١٦)^{٣/٢} = [٢٦/٣]

م٢ = ∫ من ٢ إلى ٣ (س + ٦ - س^٢) ءس

= س^٢/٢ + ٦س - س^٣/٣ | من ٢ إلى ٣ = ١٣/٦

المساحة الكلية = ٢٦/٣ + ١٣/٦ = [٦٥/٦]

س٦) أ) ص^٢ - ٨ص - ٩س^٢ + ٣٦س = ٢٩

ص^٢ - ٨ص + ١٦ - ٩(س^٢ - ٤س) = ٢٩ + ١٦

(ص - ٤)^٢ - ٩(س^٢ - ٤س + ٤) = ٢٩ + ١٦ - ٣٦

(ص - ٤)^٢ - ٩(س - ٢)^٢ = ٩ حلو

(ص - ٤)^٢/٩ - (س - ٢)^٢/١ = ١

القطع: زائد
المركز: (٢، ٤)
النوع: صادي

م^٢ = ٩ نصف
م = ٣
الرأسان
(٢، ٤ ± ٣)
(٢، ٧) ، (٢، ١)

ب^٢ = ١ عكس

جـ^٢ = ٩ + ١ = ١٠ نصف
جـ = √١٠
البؤرتان
(٢، ٤ ± √١٠)
هـ = جـ/م = √١٠/٣

ب) القطع: ناقص لان ٢جـ < ٢م ← جـ < م

المركز: (٢، ٢)
النوع: سيني

(س - ٢)^٢/م^٢ + (ص - ٢)^٢/ب^٢ = ١

احدى بؤرتيه (٧، ٢) ، (٥، ٦) تحقق المعادلة

جـ = ٥ ← جـ^٢ = ٢٥
جـ^٢ = م^٢ - ب^٢
٢٥ = م^٢ - ب^٢
٢٥ + ب^٢ = م^٢ ... ②

٩/م^٢ + ١٦/ب^٢ = ١ ← [٩ب^٢ + ١٦م^٢ = م^٢ب^٢] ... ①

نعوض من ② في ①

٩ب^٢ + ٤٠٠ + ١٦ب^٢ = (٢٥ + ب^٢)ب^٢

ب^٤ = ٤٠٠ ← [ب^٢ = ٢٠]

∴ م^٢ = ٢٥ + ٢٠
= ٤٥

المعادلة (س - ٢)^٢/٤٥ + (ص - ٢)^٢/٢٠ = ١

ملاحظة: يمكن الحل بالهندسة لانه لدينا بؤرة ورسم التعريف

س٥) أ) س^٢ + ص^٢ + ٢م س + ٢ل ص + جـ = ٠

(١، ٠) ← ١ + ٠ + ٢م + ٠ + جـ = ٠ ← [٢م + جـ = -١] ... ①

(٧، ٠) ← ٤٩ + ٠ + ١٤م + ٠ + جـ = ٠ ← [١٤م + جـ = -٤٩] ... ②

(٤، ١) ← ١٦ + ١ + ٨م + ٢ل + جـ = ٠

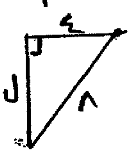
٨م + ٢ل + جـ = -١٧ ... ③

بحل المعادلات [م = -٤] ، [جـ = ٧] ، [ل = ٤]

المعادلة
س^٢ + ص^٢ - ٨س + ٨ص + ٧ = ٠

ب) (س - ٠)^٢ = ٤جـ (ص - ٣)

نجد النقطة ب كزوج مرتب لانها تحقق المعادلة



ل^٢ + ١٦ = ٦٤
ل^٢ = ٤٨
ل = √٤٨

∴ النقطة ب هي (٤ ، √٤٨ + ٣)

١٦ = ٤جـ (√٤٨ + ٣ - ٣) ← ٤جـ = ١٦/√٤٨

س^٢ = (١٦/√٤٨)(ص - ٣)

جـ) بعد (س، ص) عن ص = س + ١ يساوي بعد (س، ص) عن ص = ١ - س

ص - س - ١ = ٠ ، ص + س - ١ = ٠

|ص - س - ١|/√(١ + ١) = |ص + س - ١|/√(١ + ١)

|ص - س - ١| = |ص + س - ١|

اما
ص - س - ١ = ص + س - ١
٢س = ٠
[س = ٠]

او
ص - س - ١ = -ص - س + ١
٢ص = ٢
[ص = ١]

حل المعادلة بطريقة أخرى

|ص - س - ١| / |ص + س - ١| = ١

|(ص - س - ١)/(ص + س - ١)| = ١

اما
(ص - س - ١)/(ص + س - ١) = ١
⋮
[س = ٠]

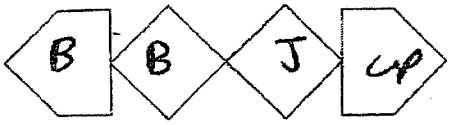
او
(ص - س - ١)/(ص + س - ١) = -١
⋮
[ص = ١]

تم تحميل الملف من موقع مكتبة الوسام التعليمي
www.alwesam.info

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي + الصناعي

د س
مدة الامتحان : ٠٠ : ٢
اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٧/٧/٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (١٩ علامة)

أ) إذا كان $\int_{1}^{2} [\, ق'(س)\, د س = لو_{هـ} |\, ٢ - ٤ س \,| - \int_{1}^{2} ٢ هـ^{س}\, ق'(س)\, د س$ ، وكان $ق'(٠) = ٢$

فجد قيمة الثابت $ق$ (٦ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{س^{٢}}{س^{٦} + س^{٣}}\, د س$ ، $س > ٠$ (٦ علامات)

٢) $\int_{١}^{٣} \frac{(س^{٢} - ٦ س + ٩)^{\frac{٧}{٢}}}{س^{٩}}\, د س$ (٧ علامات)

السؤال الثاني: (١٩ علامة)

أ) يسير جُسيم على خطٍ مستقيم حسب العلاقة : $ت = ع + ١$ ، $ع > ٠$ ، حيث ت: تسارع الجُسيم، ع: سرعة الجُسيم، إذا تحرك الجُسيم من السكون فقطع مسافة مقدارها (٦) م بعد (٣) ثوانٍ من حركته، فجد المسافة التي قطعها بعد (٩) ثوانٍ من حركته. (٧ علامات)

ب) جد قيمة التكاملات الآتية:

١) $\int_{١}^{٢} |\, هـ^{٢س - ١} - هـ \,|\, د س$ (٦ علامات)

٢) $\int_{٢}^{٦} ([\, \frac{١}{٣} س \,] - ٢)\, د س$ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية/ ،،،،

تم تحميل الملف من موقع مكتبة الوسام التعليمي
www.alwesam.info

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) إذا كان $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\text{جتا س}}{(\text{س} + ٢)^{٢}}$ د س = أ ، أ : ثابت ،

فجد بدلالة أ قيمة $\int_{\frac{\pi}{٢}}^{\pi} \frac{\text{جا ٢س}}{\text{س} + ١}$ د س (٧ علامات)

ب) إذا كان ص = $\sqrt{هـ^{أ س}}$ وكان ص" + ٤ ص' + ٤ ص = ٠ ، فجد قيمة الثابت أ (٦ علامات)

ج) استخدم التكامل في إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات :

ق (س) = ٤ − س^{٢} ، هـ (س) = س + ٢ ، ل (س) = ٣ (٩ علامات)

السـؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته:

٩ س^{٢} + ٤ ص^{٢} + ١٦ ص = ١٨ س + ١١ (١٠علامات)

ب) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه النقطة (٢ ، −٢) وإحدى بؤرتيه هي النقطة (٢ ، ٣)

وطول محوره القاطع يساوي (٨) وحدات. (٦ علامات)

ج) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين:

س = ظا هـ + ظتا هـ ، ص = ظتا ٢ هـ ، حيث هـ زاوية متغيرة.

جد معادلة مسار النقطة (و)، ثم بيّن نوع هذا المسار. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

تم تحميل الملف من موقع مكتبة الوسام التعليمي
www.alwesam.info

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

الصفحة الثالثة

السـؤال الخامس: (١٧ علامة)

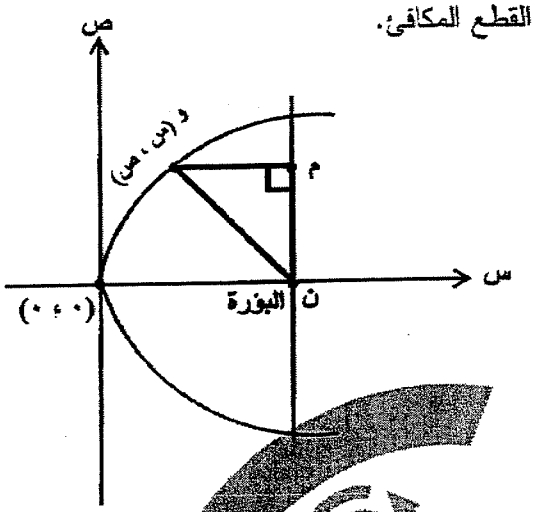
أ) جد معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها يساوي (٢ √٢) سم ، وتمر بالنقطة (٢ ، ٤) ،

وتمس المستقيم الذي معادلته س – ص – ٢ = ٠ . (١٠علامات)

ب) يُمثِّـل الشكل الآتي قطعًا مكافئًا، والنقطة و(س ، ص) تتحرك على منحنى القطع بحيث

يبقى المثلث و م ن قائم الزاوية في م ، وكان م و + و ن = ٣ وحدات،

فجد معادلة القطع المكافئ. (٧ علامات)



﴿ انتهت الأسئلة ﴾

مكتبة الوسام
ALWESAM
قسم الأسئلة الوزارية

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س١ أ) م ق(س) = $\frac{-٤}{٢-٤س}$ − ٢ هـ^{٢س} × ق(س) ق(س)

م × ق(٠) = $-\frac{٤}{٢}$ − ٢ × ١ × ق(٠)

٢م = −٢ − ٢(٢) ⟸ م = −٣

ب) ١) $\int \frac{س^٢}{س^٦ + س^٣}$ ء س = $\int \frac{س^٢}{س^٦(١ + س^{-٣})}$ ء س

$\int \frac{١}{س^٤(١+س^{-٣})}$ ء س = $\int \frac{س^{-٤}}{١+س^{-٣}}$ ء س

$-\frac{١}{٣}\int \frac{-٣س^{-٤}}{١+س^{-٣}}$ ء س = $-\frac{١}{٣}$ لو |١ + س^{-٣}| + جـ

يوجد حلول اخرى اجزاء متكرر عادي او تعويض تعويض

ب) ٢) $\int_١^٣ \frac{(س-٣)^٢)^{\frac{٧}{٢}}}{س^٩}$ ء س = $\int_١^٣ \frac{(١-٣س^{-١})^٧}{س^٩}$ ء س

= $\int_١^٣ \frac{(س-٣)^٧}{س^٩}$ ء س

= $\int_١^٣ \frac{س^٧(١-\frac{٣}{س})^٧}{س^٩}$ ء س = $\int_١^٣ س^{-٢}(١-٣س^{-١})^٧$ ء س

ص = ١ − ٣س^{-١} ، ءص/ءس = ٣س^{-٢} ⟸ $\int$ ... ص^٧ × ءص/٣ .... = $\frac{٣٢}{٣}$

اذا لم يستخدم الطالب الجزء لا علامة

س٢ أ) ءع/ءن = ع + ١ ⟸ $\int \frac{ءع}{ع+١} = \int$ ءن

لو|ع+١| = ن + جـ
عندما ن = ٠ فإن ع = ٠
لو ١ = ٠ + جـ ⟸ جـ = ٠

لو|ع+١| = ن

ع + ١ = هـ^ن ⟸ ع = هـ^ن − ١

ءف/ءن = هـ^ن − ١ ⟸ ف = $\int$ (هـ^ن − ١) ءن

ف = هـ^ن − ن + جـ لكن ف = ٦ عندما ن = ٣
٦ = هـ^٣ − ٣ + جـ
جـ = ٩ − هـ^٣

⟸ ف = هـ^ن − ن − هـ^٣ + ٩

ف |_{ن=٩} = هـ^٩ − ٩ − هـ^٣ + ٩ = (هـ^٩ − هـ^٣) م

ب) ١) نفيد التعريف هـ^{٢س−١} = هـ ⟸ هـ^{٢س−١} = هـ

∴ ٢س − ١ = ١ ⟸ ٢س = ٢ ⟸ س = ١

⟸ $\int$ (هـ − هـ^{٢س−١}) ءس + $\int$ (هـ^{٢س−١} − هـ) ءس

= هـس − $\frac{هـ^{٢س−١}}{٢}$ | + $\frac{هـ^{٢س−١}}{٢}$ − هـس |

= −($\frac{هـ}{٢}$ − $\frac{هـ^{-١}}{٢}$) + $\frac{هـ^٣}{٢}$ − هـ = $\frac{هـ^٣ − ٢هـ + هـ^{-١}}{٢}$

ب) ٢) وزع التكامل

ل = ٣

$\int$ [½ س] ءس − ٢ $\int$ ٢ ءس

صفر ، ٢ ، ٦

$\int$ صفر ءس + $\int$ ١ ءس − ٢(٤)

صفر + ٣ − ٨ = −٥

س٤ أ) ص = ٢ ظاس ، ءص/٢ = ءس ⟸ $\int \frac{جاص}{\frac{ص^٢}{٤}+١}$. $\frac{ءص}{٢}$

⟸ $\int \frac{جاص}{ص+٢}$ ءص اجزاء

ق = $\frac{١}{ص+٢}$ ⟸ ءق = $\frac{-١}{(ص+٢)^٢}$ ءص

ءهـ = جاص ءص ⟸ هـ = −جتاص

يوجد حل آخر متكامل س جاس

= $-\frac{جتاص}{ص+٢}$ | − $\int \frac{جتاص}{(ص+٢)^٢}$ ءص

−($\frac{-١}{π+٢}$ − $\frac{١}{٢}$) − م = $\frac{١}{π+٢}$ + ½ − م

ب) ص = $\sqrt{هـ^{م س}}$ = (هـ^{م س})^{½} = هـ^{½ م س}

ص' = ½ م هـ^{½ م س} ، ص'' = ½ م × ½ م × هـ^{½ م س}

ص'' = ¼ م^٢ هـ^{½ م س}

ص'' + ٤ص' + ٤ص = ٠

¼ م^٢ هـ^{½ م س} + ٤ × ½ م هـ^{½ م س} + ٤ هـ^{½ م س} = ٠

هـ^{½ م س} (¼ م^٢ + ٢م + ٤) = ٠

هـ^{½ م س} ≠ ٠ ، ¼ م^٢ + ٢م + ٤ = ٠) × ٤

م^٢ + ٨م + ١٦ = ٠

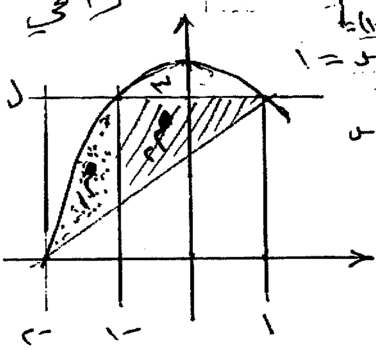
(م + ٤)(م + ٤) = ٠ ⟸ **م = −٤**

جـ) اعد ٥٠٪

اقترانات: ص = ٤ − س^٢ ، ص = س + ٢ ، ص = ٣

٤ − س^٢ = ٣	٤ − س^٢ = س + ٢	س + ٢ = ٣
١ = س^٢	٠ = س^٢ + س − ٢	س = ١
س = ١	(س + ٢)(س − ١) = ٠	
س = −١	س = −٢	س = ١

سؤال راقي



م١ = $\int_{-١}^{١}$ (٤ − س^٢) − (س + ٢) ءس

= $\int$ (٢ − س − س^٢) ءس

= $\frac{٧}{٦}$

م٢ = $\int_{-١}^{١}$ ٣ − (س + ٢) ءس

= $\int_{-١}^{١}$ (١ − س) ءس = ٢

م الكلية = $\frac{٧}{٦}$ + ٢ = $\frac{١٩}{٦}$

Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ف ٤) $9س^2-18س+4ص^2+16ص=11$

$9(س^2-2س)+4(ص^2+4ص)=11$

$9(س^2-2س+1)+4(ص^2+4ص+4)=11+9+16$

$9(س-1)^2+4(ص+2)^2=36$ ـــ على

$\frac{(س-1)^2}{4}+\frac{(ص+2)^2}{9}=1$

الاسم : ناقص

المركز : $(1,-2)$

البؤرة : صادي

$ب^2=4$ عكس	$ج^2=أ^2-ب^2=5$ نفس
$أ^2=9$ نفس	$ج^2=أ^2+ب^2=5$
$أ=3$	$ج=\sqrt{5}$

الرأسان $(1,-2\pm3)$

البؤرتان $(1,-2\pm\sqrt{5})$

$(1,1)$ ، $(1,-5)$

$(1,-2+\sqrt{5})$ ، $(1,-2-\sqrt{5})$

ب) الاسم : زائد

المركز : $(2,-2)$

البؤرة : صادي

$\frac{(ص+2)^2}{أ^2}-\frac{(س-2)^2}{ب^2}=1$

$ج=5$	$ج^2=أ^2+ب^2$
$أ=4$	$25=16+ب^2$
$أ^2=16$	$ب^2=9$

$\frac{(ص+2)^2}{16}-\frac{(س-2)^2}{9}=1$

$ظاس=\frac{جاهـ}{جتاهـ}+\frac{جاهـ}{جاهـ}=\frac{جاهـ+جتاهـ}{جتاهـ جاهـ}$

$س=\frac{1}{\frac{1}{2}جا2هـ}$ ← $س=2قتا2هـ$

$س^2=4قتا^2هـ$ لكن $قتا^2هـ=ظتا^2هـ+1$

$س^2=4(ظتا^2هـ+1)$

$س^2=4(ص+1)$

$\frac{س^2}{4}=ص+1$ ← $\frac{س^2}{4}-ص^2=1$ قطع زائد

س) الدائرة المركز $(5,هـ)$ ، $ر=2\sqrt{2}$

$(س-5)^2+(ص-هـ)^2=ر^2$

$(2,4)$ تحقق ← $(2-5)^2+(4-هـ)^2=8$ ... ①

ر = بعد $(5,هـ)$ عن المستقيم

$2\sqrt{2}=\frac{|س-ص-12|}{\sqrt{1+1}}$ ⇐ $2\sqrt{2}=\frac{|5-هـ-12|}{\sqrt{2}}$

$4=|5-هـ-12|$

$4=5-هـ-12$ او $-4=5-هـ-12$

$هـ=-3$ ... ② $هـ=13$ ... ③

بتعويض ② في ① $(2-5)^2+(4+3)^2=58$ ✓

بتعويض ③ في ① $(2-5)^2+(4-13)^2=90$ ✗

مستقيل $2\sqrt{2}$

$(4-هـ)^2=4$ ← $4-هـ=2$ او $4-هـ=-2$

$هـ=2$ | $هـ=6$

عندما $هـ=2$ فان المركز $(5,2)$

المعادلة الاولى $(س-5)^2+(ص-2)^2=8$

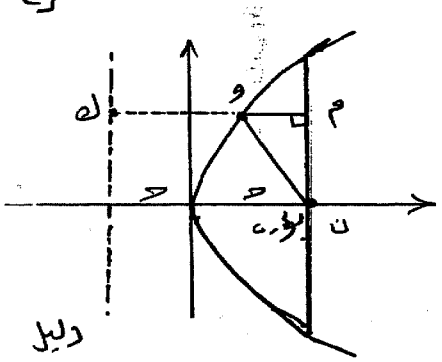
عندما $هـ=6$ فان المركز $(5,6)$

المعادلة الثانية $(س-5)^2+(ص-6)^2=8$

ا) الرأس $(0,0)$ ، $ج=$ ؟

المعادلة $(ص-0)^2=4ج(س-0)$

$ص^2=4ج س$ ... ١ رسم الدليل وفكر بالتعويض تضريح



$م و+ و ب=3$ ... معطيات

$م و+ و ل=2ج$ (مستطيل)

لكن $و ل=و ب$ ... بتعويض اطرح

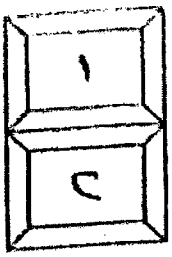
$\therefore م و+ و ب=2ج$

$3=2ج$ ← $ج=\frac{3}{2}$

المعادلة $ص^2=4\times\frac{3}{2}(س)$

$ص^2=6س$

يوجد حلول اخرى



بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي + الصناعي

مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ (د س)
اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٨/١/٨

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٤ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية:

١) $\int (س + ٢)^{٣}$ جا $(س^{٣} + ٤ س + ٣)$ دس (٨ علامات)

٢) $\int \frac{س^{٣} + ١}{س^{٣} - س - ٢}$ دس (٧ علامات)

ب) إذا علمت أن $م \leq \int_{٠}^{٢} \frac{١}{\sqrt{س^{٣} + ١}}$ دس $\geq ك$ ، بدون حساب قيمة التكامل

$\int_{٠}^{٢} \frac{١}{\sqrt{س^{٣} + ١}}$ دس ، جد قيم كل من الثابتين م ، ك (٥ علامات)

ج) يتكوّن هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا كان ق (س) = $\sqrt{٣ + هـ^{س}}$ ، فإن قيمة ق$'$ (٠) تساوي:

أ) $\frac{١}{٨}$ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) صفر د) $\frac{١}{٢}$

٢) قيمة $\int_{-١}^{١} (|٣ - س| + [\frac{١}{٢} س + ١])$ دس تساوي:

أ) ١,٥ ب) ٧,٥ ج) ٤,٥ د) -١,٥

يتبع الصفحة الثانية ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاث الآتية:

ق (س) = ٢ س ، هـ (س) = $س^{٣}$ ، ل (س) = ٤ (٨ علامات)

ب) تحرّك جسيم من السكون على خط مستقيم وفق العلاقة ت = ٢ $\sqrt{ع^{٣}}$ ، حيث ت: تسارع الجسيم، ع: سرعة الجسيم. فجد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد (٣) ثواني من بدء الحركة.

(٨ علامات)

ج) يتكوّن هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا كان $\int_{هـ}^{هـ^{٢}}$ (ق (س) − ١) دس = س جا ($\frac{\pi}{٢}$ س) ، فإن ق (٢) تساوي:

أ) $\pi - ١$ ب) $\pi + ١$ ج) $\pi -$ د) ٢

٢) قيمة $\int_{هـ}^{هـ^{٢}} \frac{١}{س \, لـو_{هـ} س}$ دس تساوي:

أ) ١ ب) $لـو_{هـ} ٢$ ج) $٤ \, لـو_{هـ} ٢$ د) $\frac{١}{٢} \, لـو_{هـ} ٢$

السـؤال الثالث: (١٧ علامة)

أ) جد قيمة $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٨}}$ ظا^{٤} (٢ س) دس (٧ علامات)

ب) حلّ المعادلة التفاضلية : $\sqrt{ص} \frac{دس}{د ص}$ = قا^{٢} ($\frac{١}{٤}$ س) ،

علمًا بأن ص = ١ عندما س = ٠ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

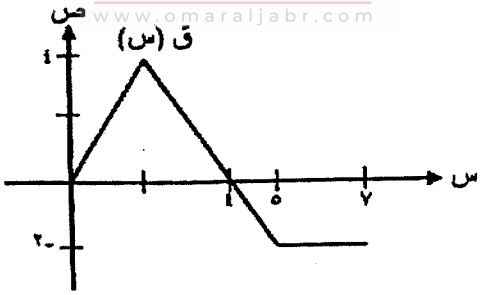
ج) يتكوّن هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:

(٤ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران ق (س) ،

فإن قيمة $\int_{٢}^{٧} |ق(س)|\, دس$ تساوي:

أ) ٣ ب) ٤ ج) ١١ د) ١٣



٢) إذا كان $\int_{٢}^{جـ} (٢س - ٣)\, دس = ١٦$ ، فإن قيمة جـ تساوي:

أ) -٤ ب) -٢ ج) ٤ د) ٢

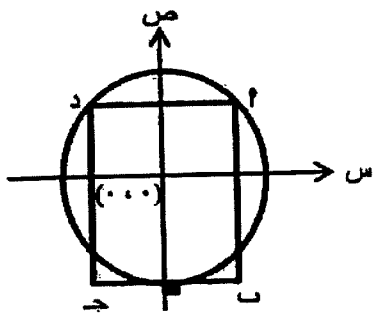
السـؤال الرابع: (١٧ علامة)

أ) قطع مكافئ محوره المستقيم س = ٢ ودليله المستقيم ص = ١ ، ويمر بالنقطة (٦ ، ٥) ،

جد معادلته وإحداثيات كل من: رأسه وبؤرته. (٨ علامات)

ب) معتمدًا الشكل المجاور والذي يظهر فيه دائرة مركزها نقطة الأصل، والمستطيل أ ب جـ د حيث:

أ ب = ٥ سم ، أ د = ٤ سم ، فجد معادلة الدائرة.



(٥ علامات)

ج) يتكوّن هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) مركز الدائرة التي تقع في الربع الأول وتمسّ المستقيمات: س = ٢ ، س = ٦ ، ص = ١ هو:

أ) (٢ ، ٢) ب) (٤ ، ٢) ج) (٢ ، ٣) د) (٤ ، ٣)

٢) البُعد البؤري للقطع المخروطي $٢٥س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٢٢٥$ يساوي:

أ) ٤ ب) ٨ ج) $\sqrt{٣٤}$ د) $٢\sqrt{٣٤}$

يتبع الصفحة الرابعة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٢٢ علامة)

أ) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته:

$(٦ - ٢ص)^{٢} + س^{٢} - ١٠ س + ٩ = ٠$ (١٢ علامة)

ب) تتحرّك نقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلتين:

$ص = (ن + \frac{٢}{ن})$ ، $س = ٢ (ن - \frac{٢}{ن})$

جد معادلة المحل الـهندسي للنقطة و (س ، ص) وبيّن نوعه. (٦ علامات)

ج) يتكوّن هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا علمت أن النقطة (٢ ، ٨) تقع على منحنى القطع المكافئ $س^{٢} = ٤ ص - ك$ ،

فإن إحداثيات رأس القطع هي:

أ) (٠ ، −٧) ب) (−٧ ، ٠) ج) (٧ ، ٠) د) (٠ ، ٧)

٢) إحداثيات نهايتي المحور القاطع للقطع الزائد: $(س + ٢)^{٢} - (ص - ٣)^{٢} = ١$ هي:

أ) (−٢ ، ١ ∓ ٣) ب) (−٢ ، ٣ ∓ ١) ج) (٢ ∓ ١ ، −٣) د) (٢ ، −٣ ∓ ١)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

س١ ج١ ① $\int (س+2)^3 حا(س^2+4س+3).دس$

الحل بالتعويض

$ص = س^2+4س+3$

$\frac{دص}{دس} = 2س+4$

$= \int (س+2)^3 حا ص \frac{دص}{2(س+2)}$

$= \int (س^2+4س+4) حا ص . \frac{دص}{2}$

$= \int \frac{1}{2}(ص+1) حا ص . دص$

و = $\frac{1}{2}(ص+1)$ ، $دو = حا ص . دص$ ، $و = -جتا ص$

اجزاء

الحل الحل ...

الجواب

$-(س^2+4س+4) جتا(س^2+4س+3) + \frac{1}{2} حا(س^2+4س+3) + ح$

② $\int \frac{س^2+1}{س^2-س-2}.دس$ ... نسمي طريقة

$= \int 1.دس + \int \frac{س+3}{س^2-س-2}.دس$

$\frac{س+3}{س^2-س-2} = \frac{م}{س-2} + \frac{ن}{س+1}$

$س+3 = م(س+1) + ن(س-2)$

اجذر ← $س=2 \leftarrow 5 = 3م \leftarrow م = \frac{5}{3}$

$س=-1 \leftarrow 2 = -3ن \leftarrow ن = -\frac{2}{3}$

$= س + \frac{5}{3}\int \frac{1}{س-2}.دس - \frac{2}{3}\int \frac{1}{س+1}.دس$

$= س + \frac{5}{3} لو|س-2| - \frac{2}{3} لو|س+1| + ح$

س١ ج٢ ① $0 \leq س \leq 2$ نكعب

$0 \leq س^3 \leq 8$ اضافة 1

$1 \leq س^3+1 \leq 9$ آخذ الجذر

$1 \leq \sqrt{س^3+1} \leq 3$ اقلب الجذر

$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{س^3+1}} \leq 1$ آخذ التكامل للطرفين

$\int \frac{1}{3}.دس \leq \int \frac{1}{\sqrt{س^3+1}}.دس \leq \int 1.دس$

$\frac{2}{3} \leq \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{س^3+1}}.دس \leq 2$

$\therefore م = \frac{2}{3}$ ، $ل = 2$

② ١) ب ٢) د

س٢ ج١ ① $\int_{-2}^{2} |س^2-4|.دس$

$= \int_{-2}^{2} -(س^2-4).دس$

$= -\left[\frac{س^3}{3} - 4س\right]_{-2}^{2}$

$= -\left[\left(\frac{8}{3}-8\right) - \left(-\frac{8}{3}+8\right)\right]$

$= -\left[-\frac{16}{3}\right] = \frac{16}{3}$

② $\int_{-2}^{2} \frac{1}{\sqrt{4-س^2}}.دس$

$= \left[جا^{-1}\frac{س}{2}\right]_{-2}^{2}$

$= جا^{-1}1 - جا^{-1}(-1)$

$= \frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{3}$

س٢ ج٢ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^3 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^2 س . جتا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جا^2 س) جتا س.دس$

$= \left[جا س - \frac{1}{3}جا^3 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (1 - \frac{1}{3}) - (0-0) = \frac{2}{3}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{جا س}{جتا^3 س}.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} ظا س . قا^2 س.دس$

$= \left[\frac{1}{2}ظا^2 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{4}}$

$= \frac{1}{2}(1)^2 - 0 = \frac{1}{2}$

س٢ ج٣ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا س}{1+جا س}.دس$

$= \left[لو|1+جا س|\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= لو 2 - لو 1 = لو 2$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جا 2س}{1+جتا 2س}.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2جا س جتا س}{2جتا^2 س}.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} ظا س.دس$

$= \left[-لو|جتا س|\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= -لو 0 + لو 1 = 0 + 0 = 0$

س٣ ج١ ① $\int_{-1}^{1} |س^3|.دس$

$= \int_{-1}^{0} -س^3.دس + \int_{0}^{1} س^3.دس$

$= -\left[\frac{س^4}{4}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{س^4}{4}\right]_{0}^{1}$

$= -(0 - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - 0)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}(1-جتا 2س).دس$

$= \frac{1}{2}\left[س - \frac{1}{2}جا 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) - (0-0)\right]$

$= \frac{\pi}{4}$

س٣ ج٢ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^3 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا^2 س) جا س.دس$

$= \left[-جتا س + \frac{1}{3}جتا^3 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0+0) - (-1 + \frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} ظا^2 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (قا^2 س - 1).دس$

$= \left[ظا س - س\right]_{0}^{\frac{\pi}{4}}$

$= (1 - \frac{\pi}{4}) - (0-0) = 1 - \frac{\pi}{4}$

س٣ ج٣ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جا 2س}{1+جتا^2 س}.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2جا س جتا س}{1+جتا^2 س}.دس$

$= -\left[لو|1+جتا^2 س|\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= -لو 1 + لو 2 = لو 2$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جا^3 س}{1+جتا س}.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جا^2 س . جا س}{1+جتا س}.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-جتا^2 س) جا س}{1+جتا س}.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا س) جا س.دس$

$= \left[-جتا س + \frac{1}{2}جتا^2 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0+0) - (-1 + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

س٤ ج١ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^4 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^2 س)^2.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^2.دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا 2س + جتا^2 2س).دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا 2س + \frac{1}{2}(1+جتا 4س)).دس$

$= \frac{1}{4}\left[س - جا 2س + \frac{1}{2}س + \frac{1}{8}جا 4س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}س - جا 2س + \frac{1}{8}جا 4س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}\left[\left(\frac{3\pi}{4} - 0 + 0\right) - (0-0+0)\right]$

$= \frac{3\pi}{16}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2 س جتا^2 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4}(2جا س جتا س)^2.دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2 2س.دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}(1-جتا 4س).دس$

$= \frac{1}{8}\left[س - \frac{1}{4}جا 4س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) - (0-0)\right]$

$= \frac{\pi}{16}$

س٤ ج٢ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^5 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^4 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا^2 س)^2 جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا^2 س + جتا^4 س) جا س.دس$

$= \left[-جتا س + \frac{2}{3}جتا^3 س - \frac{1}{5}جتا^5 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0+0-0) - (-1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{5})$

$= 1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتا^6 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جتا^2 س)^3.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1+جتا 2س)\right)^3.دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 + 3جتا 2س + 3جتا^2 2س + جتا^3 2س).دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 + 3جتا 2س + \frac{3}{2}(1+جتا 4س) + جتا^3 2س).دس$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س + \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س + \int جتا^3 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س + \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س + \int (1-جا^2 2س) جتا 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س + \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س + \frac{1}{2}جا 2س - \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س + 2جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\left(\frac{5\pi}{4} + 0 + 0 - 0\right) - (0+0+0-0)\right]$

$= \frac{5\pi}{32}$

س٥ ج١ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^3 س جتا^2 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2 س جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا^2 س) جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جتا^2 س - جتا^4 س) جا س.دس$

$= \left[-\frac{1}{3}جتا^3 س + \frac{1}{5}جتا^5 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0+0) - (-\frac{1}{3} + \frac{1}{5}) = \frac{2}{15}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^4 س جتا^2 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^4 س (1-جا^2 س).دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^4 س - جا^6 س).دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^2.دس - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^3.دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا 2س + جتا^2 2س).دس - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3جتا 2س + 3جتا^2 2س - جتا^3 2س).دس$

$= \frac{1}{4}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا 2س + \frac{1}{2}(1+جتا 4س)).دس - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3جتا 2س + \frac{3}{2}(1+جتا 4س) - جتا^3 2س).دس$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}س - جا 2س + \frac{1}{8}جا 4س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \int جتا^3 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}س - جا 2س + \frac{1}{8}جا 4س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \int (1-جا^2 2س) جتا 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}س - جا 2س + \frac{1}{8}جا 4س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \frac{1}{2}جا 2س + \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}س - جا 2س + \frac{1}{8}جا 4س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - 2جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س + \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}\left[\left(\frac{3\pi}{4} - 0 + 0\right) - (0-0+0)\right] - \frac{1}{8}\left[\left(\frac{5\pi}{4} - 0 + 0 + 0\right) - (0-0+0+0)\right]$

$= \frac{3\pi}{16} - \frac{5\pi}{64} = \frac{7\pi}{64}$

س٥ ج٢ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^3 س جتا^3 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2 س جتا^3 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا^2 س) جتا^3 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جتا^3 س - جتا^5 س) جا س.دس$

$= \left[-\frac{1}{4}جتا^4 س + \frac{1}{6}جتا^6 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0+0) - (-\frac{1}{4} + \frac{1}{6}) = \frac{1}{12}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^4 س جتا^4 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^2 س جتا^2 س)^2.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{4}جا^2 2س\right)^2.دس$

$= \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^2 2س.دس$

$= \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}(1-جتا 4س).دس$

$= \frac{1}{32}\left[س - \frac{1}{4}جا 4س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{32}\left[\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) - (0-0)\right]$

$= \frac{\pi}{64}$

س٦ ج١ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^5 س جتا^2 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^4 س جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا^2 س)^2 جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا^2 س + جتا^4 س) جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جتا^2 س - 2جتا^4 س + جتا^6 س) جا س.دس$

$= \left[-\frac{1}{3}جتا^3 س + \frac{2}{5}جتا^5 س - \frac{1}{7}جتا^7 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0+0-0) - (-\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{7})$

$= \frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{1}{7} = \frac{8}{105}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^6 س جتا^4 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^6 س (1-جا^2 س)^2.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^6 س - 2جا^8 س + جا^{10} س).دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^3.دس - 2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^4.دس + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^5.دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3جتا 2س + 3جتا^2 2س - جتا^3 2س).دس - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا 2س + جتا^2 2س)^2.دس + \frac{1}{32}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 5جتا 2س + 10جتا^2 2س - 10جتا^3 2س + 5جتا^4 2س - جتا^5 2س).دس$

$= \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3جتا 2س + \frac{3}{2}(1+جتا 4س) - جتا^3 2س).دس - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2جتا 2س + \frac{1}{2}(1+جتا 4س))^2.دس + \frac{1}{32}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 5جتا 2س + 10جتا^2 2س - 10جتا^3 2س + 5جتا^4 2س - جتا^5 2س).دس$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \int جتا^3 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{3}{2} - 2جتا 2س + \frac{1}{2}جتا 4س)^2.دس + \frac{1}{32}\left[\frac{63}{8}س - \frac{5}{2}جا 2س + \frac{15}{16}جا 4س - \frac{10}{3}\int جتا^3 2س.دس + \frac{5}{4}\int (1+جتا 4س)^2.دس - \int جتا^5 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \int (1-جا^2 2س) جتا 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{9}{4} - 6جتا 2س + 3جتا^2 2س - جتا 4س + \frac{1}{4}جتا^2 4س).دس + \frac{1}{32}\left[\frac{63}{8}س - \frac{5}{2}جا 2س + \frac{15}{16}جا 4س - \frac{10}{3}\int (1-جا^2 2س) جتا 2س.دس + \frac{5}{4}\int (1 + 2جتا 4س + جتا^2 4س).دس - \int (1-جا^2 2س)^2 جتا 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \frac{1}{2}جا 2س + \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{9}{4} - 6جتا 2س + \frac{3}{2}(1+جتا 4س) - جتا 4س + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}(1+جتا 8س)).دس + \frac{1}{32}\left[\frac{63}{8}س - \frac{5}{2}جا 2س + \frac{15}{16}جا 4س - \frac{10}{3}\int (1-جا^2 2س) جتا 2س.دس + \frac{5}{4}\int (1 + 2جتا 4س + \frac{1}{2}(1+جتا 8س)).دس - \int (1 - 2جا^2 2س + جا^4 2س) جتا 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \frac{1}{2}جا 2س + \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{15}{4} - 6جتا 2س + \frac{1}{2}جتا 4س + \frac{1}{8}جتا 8س).دس + \frac{1}{32}\left[\frac{63}{8}س - \frac{5}{2}جا 2س + \frac{15}{16}جا 4س - \frac{10}{3}\int (1-جا^2 2س) جتا 2س.دس + \frac{5}{4}\int (\frac{3}{2} + 2جتا 4س + \frac{1}{2}جتا 8س).دس - \int (1 - 2جا^2 2س + جا^4 2س) جتا 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{5}{2}س - \frac{3}{2}جا 2س + \frac{3}{8}جا 4س - \frac{1}{2}جا 2س + \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8}\left[\frac{15}{4}س - 3جا 2س + \frac{1}{8}جا 4س + \frac{1}{64}جا 8س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{32}\left[\frac{63}{8}س - \frac{5}{2}جا 2س + \frac{15}{16}جا 4س - \frac{10}{3}جا 2س + \frac{10}{9}جا^3 2س + \frac{15}{8}س + \frac{5}{4}جا 4س + \frac{5}{16}جا 8س - جا 2س + \frac{2}{3}جا^3 2س - \frac{1}{5}جا^5 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{8}\left[\left(\frac{5\pi}{8} - 0 + 0 + 0\right) - (0-0+0+0)\right] - \frac{1}{8}\left[\left(\frac{15\pi}{8} - 0 + 0 + 0\right) - (0-0+0+0)\right] + \frac{1}{32}\left[\left(\frac{63\pi}{16} - 0 + 0 - 0 + 0 + \frac{15\pi}{16} + 0 + 0 - 0 + 0 + 0\right) - (0-0+0-0+0+0+0+0-0+0+0)\right]$

$= \frac{5\pi}{64} - \frac{15\pi}{64} + \frac{78\pi}{512} = \frac{-5\pi}{512}$

س٦ ج٢ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^7 س جتا^2 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^6 س جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا^2 س)^3 جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3جتا^2 س + 3جتا^4 س - جتا^6 س) جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جتا^2 س - 3جتا^4 س + 3جتا^6 س - جتا^8 س) جا س.دس$

$= \left[-\frac{1}{3}جتا^3 س + \frac{3}{5}جتا^5 س - \frac{3}{7}جتا^7 س + \frac{1}{9}جتا^9 س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0+0-0+0) - (-\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{3}{7} + \frac{1}{9})$

$= \frac{1}{3} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} - \frac{1}{9} = \frac{16}{315}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^8 س جتا^4 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^8 س (1-جا^2 س)^2.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^8 س - 2جا^{10} س + جا^{12} س).دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^4.دس - 2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^5.دس + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^6.دس$

$= \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 4جتا 2س + 6جتا^2 2س - 4جتا^3 2س + جتا^4 2س).دس - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 5جتا 2س + 10جتا^2 2س - 10جتا^3 2س + 5جتا^4 2س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 6جتا 2س + 15جتا^2 2س - 20جتا^3 2س + 15جتا^4 2س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 4جتا 2س + 6\cdot\frac{1}{2}(1+جتا 4س) - 4جتا^3 2س + \frac{1}{2}(1+جتا 4س)^2).دس - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 5جتا 2س + 10\cdot\frac{1}{2}(1+جتا 4س) - 10جتا^3 2س + 5\cdot\frac{1}{4}(1+جتا 4س)^2 - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 6جتا 2س + 15\cdot\frac{1}{2}(1+جتا 4س) - 20جتا^3 2س + 15\cdot\frac{1}{4}(1+جتا 4س)^2 - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{11}{4} - 4جتا 2س + 3جتا 4س - 4جتا^3 2س + \frac{1}{2}جتا^2 4س).دس - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{4}جتا^2 4س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{4}جتا^2 4س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{11}{4} - 4جتا 2س + 3جتا 4س - 4جتا^3 2س + \frac{1}{4}(1+جتا 8س)).دس - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}(1+جتا 8س) - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{4}\cdot\frac{1}{2}(1+جتا 8س) - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{11}{4} - 4جتا 2س + 3جتا 4س - 4جتا^3 2س + \frac{1}{4}جتا 8س).دس - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{8}جتا 8س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{8}جتا 8س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\left[\frac{11}{4}س - 2جا 2س + \frac{3}{4}جا 4س + \frac{1}{32}جا 8س - \int جتا^3 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{8}جتا 8س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{8}جتا 8س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\left[\frac{11}{4}س - 2جا 2س + \frac{3}{4}جا 4س + \frac{1}{32}جا 8س - \int (1-جا^2 2س) جتا 2س.دس\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{8}جتا 8س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{8}جتا 8س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\left[\frac{11}{4}س - 2جا 2س + \frac{3}{4}جا 4س + \frac{1}{32}جا 8س - \frac{1}{2}جا 2س + \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{8}جتا 8س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{8}جتا 8س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\left[\frac{11}{4}س - \frac{5}{2}جا 2س + \frac{3}{4}جا 4س + \frac{1}{32}جا 8س + \frac{1}{6}جا^3 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{8}جتا 8س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{8}جتا 8س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{1}{16}\left[\left(\frac{11\pi}{8} - 0 + 0 + 0 + 0\right) - (0-0+0+0+0)\right] - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{8}جتا 8س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{8}جتا 8س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{11\pi}{128} - \frac{1}{16}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{19}{4} - 5جتا 2س + 5جتا 4س - 10جتا^3 2س + \frac{5}{8}جتا 8س - جتا^5 2س).دس + \frac{1}{64}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{43}{4} - 6جتا 2س + \frac{15}{2}جتا 4س - 20جتا^3 2س + \frac{15}{8}جتا 8س - 6جتا^5 2س + جتا^6 2س).دس$

$= \frac{11\pi}{128} - \frac{1}{16}\left[\frac{19}{4}س - \frac{5}{2}جا 2س + \frac{5}{4}جا 4س - \frac{5}{3}جا^3 2س + \frac{5}{64}جا 8س - \frac{1}{5}جا^5 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{64}\left[\frac{43}{4}س - 3جا 2س + \frac{15}{8}جا 4س - \frac{20}{3}جا^3 2س + \frac{15}{64}جا 8س - \frac{6}{5}جا^5 2س + \frac{5}{6}جا^3 2س - \frac{1}{7}جا^7 2س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{11\pi}{128} - \frac{1}{16}\left[\left(\frac{19\pi}{8} - 0 + 0 - 0 + 0 - 0\right) - (0-0+0-0+0-0)\right] + \frac{1}{64}\left[\left(\frac{43\pi}{8} - 0 + 0 - 0 + 0 - 0 + 0 - 0\right) - (0-0+0-0+0-0+0-0)\right]$

$= \frac{11\pi}{128} - \frac{19\pi}{128} + \frac{43\pi}{512} = \frac{27\pi}{512}$

س٧ ج١ ① $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^9 س جتا^2 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^8 س جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1-جتا^2 س)^4 جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - 4جتا^2 س + 6جتا^4 س - 4جتا^6 س + جتا^8 س) جتا^2 س . جا س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جتا^2 س - 4جتا^4 س + 6جتا^6 س - 4جتا^8 س + جتا^{10} س) جا س.دس$

$= \left[-\frac{1}{3}جتا^3 س + \frac{4}{5}جتا^5 س - \frac{6}{7}جتا^7 س + \frac{4}{9}جتا^9 س - \frac{1}{11}جتا^{11} س\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0+0-0+0-0) - (-\frac{1}{3} + \frac{4}{5} - \frac{6}{7} + \frac{4}{9} - \frac{1}{11})$

$= \frac{1}{3} - \frac{4}{5} + \frac{6}{7} - \frac{4}{9} + \frac{1}{11} = \frac{128}{3465}$

② $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^{10} س جتا^4 س.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^{10} س (1-جا^2 س)^2.دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (جا^{10} س - 2جا^{12} س + جا^{14} س).دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^5.دس - 2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2س)\right)^6.دس + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2}(1-جتا 2

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س٣ أ) $\int_0^{\frac{\pi}{8}}$ ظا٢س × ظا٢س . دس
ظا٢س = (قا٢س − ١)

= $\int_0^{\frac{\pi}{8}}$ ظا٢س قا٢س . دس − $\int_0^{\frac{\pi}{8}}$ ظا٢س . دس
ظا٢س = قا٢س − ١

ص = ظا٢س
$\frac{\text{دص}}{\text{٢قا٢٢س}}$ = دس

$\int$ ص٢ قا٢٢س . $\frac{\text{دص}}{\text{٢قا٢٢س}}$ − ($\frac{\text{ظا٢س}}{٢}$ − س)$\Big|_0^{\frac{\pi}{8}}$

$\frac{١}{٢}$ $\frac{\text{ص}^٣}{٣}$ $\Big|_0^1$

$\frac{١}{٦}$ (١ − ٠) = $\frac{١}{٦}$ − ($\frac{١}{٢}$ − صفر − $\frac{\pi}{8}$)

= $\frac{١}{٦}$ − $\frac{١}{٢}$ + $\frac{\pi}{8}$ = $\frac{\pi}{8}$ − $\frac{٢}{٦}$

ب) $\frac{\text{دس}}{\text{قا٢}\frac{١}{٤}\text{س}}$ = $\frac{\text{دص}}{\sqrt{\text{ص}}}$

$\int$ جتا٢ $\frac{١}{٤}$س . دس = $\int$ ص$^{-\frac{١}{٢}}$. دص

$\frac{١}{٢}\int$ (١ + جتا $\frac{١}{٢}$س) . دس = ٢ص$^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{١}{٢}$ (س + ٢جا $\frac{١}{٢}$س) + جـ = ٢ ص$^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{١}{٢}$س + جا $\frac{١}{٢}$س + جـ = ٢$\sqrt{\text{ص}}$

لكن ص = ١ عندما س = ٠

٠ + ٠ + جـ = ٢ ← **جـ = ٢**

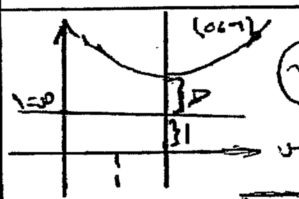
$\frac{١}{٢}$س + جا $\frac{١}{٢}$س + ٢ = ٢$\sqrt{\text{ص}}$

$\sqrt{\text{ص}}$ = $\frac{١}{٤}$س + $\frac{١}{٢}$ جا $\frac{١}{٢}$س + ١

ص = ($\frac{١}{٤}$س + $\frac{١}{٢}$ جا $\frac{١}{٢}$س + ١)٢

جـ) ١) د ٢) ب

س٤ أ) الرسم أولاً



(مقعر +) الرأس (٢، ١ + جـ)

(س − ٢)٢ = ٤جـ (ص − ١ − جـ)

(٦، ٥) ⇐ ١٦ = ٤جـ (٤ − جـ)

٤ = ٤جـ − جـ٢

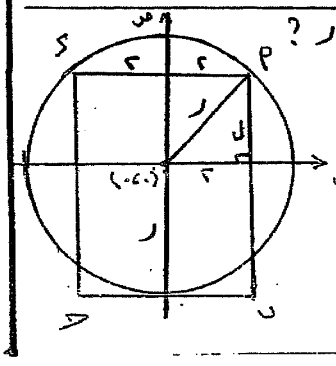
جـ٢ − ٤جـ + ٤ = ٠ ⇐ **جـ = ٢** س = ٢

المعادلة (س − ٢)٢ = ٨ (ص − ٣)

ب) المركز (٠، ٠) ، نفرض = ر ؟

(س − ٠)٢ + (ص − ٠)٢ = ر٢

نكون معادلتين بمجهولين كي نجد ر



ر٢ = ل٢ + ٤ --- ①

ل + ر = ٥ --- ②

بحل المعادلتين ر = $\frac{٢٩}{١٠}$

س٢ + ص٢ = ($\frac{٢٩}{١٠}$)٢

جـ) ١) د ٢) ب

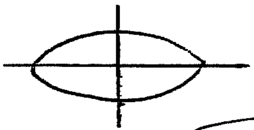
س٥ أ) نجزء المعادلة بدقة

٤ص٢ − ٢٤ص + س٢ − ١٠س = −٩

٤(ص − ٣)٢ + س٢ − ١٠س + ٢٥ = −٩ + ٢٥

٤(ص − ٣)٢ + (س − ٥)٢ = ١٦ رقم حلو

$\frac{(\text{ص} - ٣)^٢}{٤}$ + $\frac{(\text{س} - ٥)^٢}{١٦}$ = ١



المنحنى: ناقص

المركز: (٥، ٣)

النوع: سيني

أ٢ = ١٦	ب٢ = ٤	جـ٢ = أ٢ − ب٢ = ١٢
أ = ٤	**ب = ٢**	**جـ = $\sqrt{١٢}$**
نفس	عكس	نفس

الرأسان (٥ ± ٤، ٣)
(٩، ٣)، (١، ٣)

البؤرتان (٥ ± $\sqrt{١٢}$، ٣)

هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\frac{\sqrt{١٢}}{٤}$ = $\frac{٢\sqrt{٣}}{٤}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ب) ص = ٧ + $\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{\text{س}}{٢}$ = ٧ − $\frac{٢}{٧}$

ص٢ = ٧٢ + ٤ + $\frac{٤}{٧^٢}$ --- ①

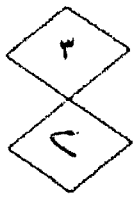
$\frac{\text{س}^٢}{٤}$ = ٧٢ − ٤ + $\frac{٤}{٧^٢}$ --- ② بطرح المعادلتين

ص٢ − $\frac{\text{س}^٢}{٤}$ = ٨

القطع زائد صادي

جـ) ١) د ٢) أ

بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: د ٠٠ س ٢
اليوم والتاريخ: السبت ٢٠١٨/٠٦/٣٠

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣٤ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{س^٢ + ٢س - ٦}{س^٢ - ٤}$ دس (١٣ علامة)

٢) $\int_{١}^{} \frac{٢س هـ^{س}}{(س + ١)^٢}$ دس (١٢ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = لـو$_{هـ}$ $\left(\frac{هـ^{٣س}}{س}\right)^٢$ ، فإن قيمة ق$'$(١) تساوي:

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) هـ^٢

٢) قيمة $\int_{١}^{٣} \frac{(س^٢ - ٢)^٢ - ٤}{س^٢}$ دس تساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-\frac{٢}{٣}$ ج) $-\frac{٢٠}{٣}$ د) $\frac{٢٠}{٣}$

٣) حل المعادلة التفاضلية ظا^{٢}س دس = ٣ دص – دس هو:

أ) ص = $\frac{١}{٣}$ (ظاس + ٣س) + جـ ب) ص = $\frac{١}{٣}$ قا^{٢}س + جـ

ج) ص = $\frac{١}{٣}$ ظاس + جـ د) ص = $\frac{١}{٣}$ (قا^{٢}س + ٣س) + جـ

بتبع الصفحة الثانية ....

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٣٤ علامة)

أ)

١) جد قيمة $\int_{0}^{\frac{\pi}{٤}}$ جتا س (٢ − ٢ جتا ٢ س)^{٤} دس (١٢ علامة)

٢) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{١ + لـو_{هـ} س}{هـ + س لـو_{هـ} س}$

فجد قاعدة العلاقة ص علمًا بأن منحناها يمر بالنقطة (١ ، ٢) (١٣ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتـك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}}$ ق(س) دس = جتا س − ٢ جا س ، فإن قيمة $\frac{ق(\frac{\pi}{٤})}{ق'(\frac{\pi}{٤})}$ تساوي:

أ) ٣ ب) $-\frac{١}{٣}$ ج) ١ د) −٣

٢) قيمة $\int_{٠}^{٢}$ (| س − ١ | + ١) دس تساوي:

أ) ١ ب) ٣ ج) ٢ د) ٤

٣) إذا كان ق(س) = س $\sqrt{س}$ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٤}$ ق'(س) دس تساوي:

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $-\frac{٣}{٤}$ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) $-\frac{٣}{٢}$

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين : (١٣ علامة)

ق(س) = $\sqrt{٢ - س}$ ، هـ (س) = | س |

يتبع الصفحة الثالثة ....

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

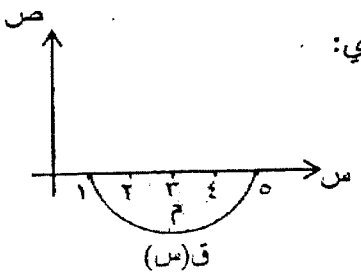
١) إذا كان $\int_{١}^{٠} \left(\frac{٥}{٢} - ٤ \text{ ق}(س) \right) دس = \int_{١}^{٠} \left(٢س + \frac{\text{ق}(س)}{٢} \right) دس$ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٠} \text{ق}(س) دس$ تساوي:

أ) -٧ ب) -١ ج) $-\frac{٣}{٧}$ د) $-\frac{٧}{٩}$

٢) إذا كان ق اقترانًا معرفًا على الفترة $[٠ ، ٣]$ ، وكان ق(س) $\geq$ س ، فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{٠}^{٣} (٢ - ٢\text{ق}(س)) دس$ تساوي:

أ) ١٢ ب) ٣ ج) -٣ د) ١٥

٣) الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة $[١ ، ٥]$ ، فإذا كانت مساحة المنطقة (م) تساوي (٨) وحدات مربّعة، فإن قيمة $\left| \int_{١}^{٥} (\text{ق}(س) - ٤) دس \right|$ تساوي:



أ) ٨ ب) ١٢
ج) ١٦ د) ٢٤

السـؤال الرابع: (٣٥ علامة)

أ)

١) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم ص = ٦ وتمس المستقيم الذي معادلته س $-$ ٢ ص = ٠ ، عند النقطة (٤ ، ٢) (١٢ علامة)

٢) جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره المستقيم س = -٣ ويمر بالنقطتين (٠ ، ٠) ، (-٢ ، ٢) (١٢ علامة)

يتبع الصفحة الرابعة ....

Scanned by CamScanner

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) تتحرّك النقطة و(س ، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س = ٣ن ، ص^{٢} = ٦ن – ٩ن^{٢} ، فإن المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) هو:

أ) دائرة　　ب) قطع مكافئ　　ج) قطع ناقص　　د) قطع زائد

٢) قطع زائد معادلته ك ص^{٢} – س^{٢} + ك = صفر ، ك > ٠ ، ومجموع مربعي طولي محوريه القاطع والمرافق (١٢) وحدة، فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) –٤　　ب) –٢　　ج) ٤　　د) ٢

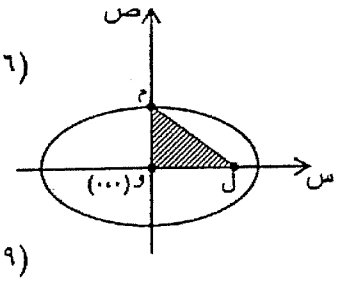
٣) قطع مكافئ بؤرته النقطة (–٤ ، ٢) ودليله محور الصادات، فإن معادلته هي:

أ) (ص+٢)^{٢} = –٨س + ١٦　　ب) (ص–٢)^{٢} = ٨س – ١٦

ج) (ص–٢)^{٢} = –٨س – ١٦　　د) (ص+٢)^{٢} = ٨س + ١٦

السـؤال الخامس: (٢٥ علامة)

أ) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل قطعًا ناقصًا بؤرته النقطة (ل) فإذا علمت أن مساحة المثلث ل و م تساوي (٦) وحدات مربّعة، والفرق بين طولي محوريه (٤) وحدات، فجد معادلته. (١٦ علامة)



ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي طول محوره القاطع مثلي طول محوره المرافق يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$　　ب) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$　　ج) $\sqrt{٣}$　　د) $\sqrt{٥}$

٢) طول المحور القاطع للقطع المخروطي الذي معادلته ٤ س^{٢} – ٣ ص^{٢} = $\frac{٤}{٣}$ يساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$　　ب) $\frac{٤}{٩}$　　ج) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$　　د) $\frac{٤}{٣}$

٣) تتحرّك النقطة ن(س، ص) في الربع الأول من المستوى الإحداثي؛ بحيث تبقى على بعدين متساويين من محور الصادات والمستقيم $\sqrt{٣}$ ص – س = ٠ ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س، ص) هي:

أ) ص = $\frac{٣}{\sqrt{٣}}$ س　　ب) ص = $\frac{-٣}{\sqrt{٣}}$ س　　ج) ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س　　د) ص = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ س

﴿انتهت الأسئلة﴾

Scanned by CamScanner

س١ (م)

(أ) $\begin{array}{r|l} س^٣ + ٢س - ٦ & س^٢ - ٤ \\ \hline س^٣ + ٤س & س \\ \hline ٦س - ٦ & \end{array}$

$\int \frac{س^٣ + س + ٦س - ٦}{س^٢ - ٤} \, د س$

$\int س + \int \frac{٦س - ٦}{(س+٢)(س-٢)} \, د س$

$\frac{س^٢}{٢} + \int \frac{م}{س-٢} \, د س + \int \frac{ن}{س+٢} \, د س$

$٦س - ٦ = م(س+٢) + ب(س-٢)$

$-١٨ = -٤ب \leftarrow ب = \frac{٩}{٢}$

$٦ = ٤م \leftarrow م = \frac{٣}{٢}$

$\frac{س^٢}{٢} + \frac{٣}{٢} \text{لو}_هـ |س-٢| + \frac{٩}{٢} \text{لو}_هـ |س+٢| + جـ$

(ب) $\int_{١}^{٠} ٢س هـ^{س} (س+١)^{-٢} \, د س$ أجزاء

$ف = ٢س هـ^{س} \leftarrow د ف = (٢س هـ^{س} + هـ^{س} \times ٢) د س$

$د ه = (س+١)^{-٢} د س \leftarrow ه = \frac{(س+١)^{-١}}{-١}$

$\left[\frac{-٢س هـ^{س}}{س+١} \right]_{١}^{٠} + \int_{١}^{٠} \frac{٢هـ^{س}(س+١)}{س+١} \, د س$

$\frac{-٢هـ}{٢} - ٠ + ٢هـ^{س} \Big|_{١}^{٠}$

$-هـ + ٢هـ - ٢ = هـ - ٢$

(ج) ١) $ف(س) = ٢(\text{لو}_هـ س^{٢} - \text{لو}_هـ س)$

$ف(س) = ٢(٢\text{لو}_هـ س - \text{لو}_هـ س)$

$ف'(س) = ٢(٢ - \frac{١}{س})$

$ف'(١) = ٢$

(٦٢)

٢) $\int_{١}^{٣} \frac{(س^٢ - ٢ - ٢)(س^٢ - ٢س + ٢)}{س^٢} \, د س$

$\left| \frac{س^٣}{٣} - ٤س \right|_{١}^{٣} = (٩ - ١٢) - (\frac{١}{٣} - ٤)$

$= \frac{٢}{٣}$ (م)

٣) $ظا^٢ س \, د س + د س = ٣ د ص$

$\int ظا^٢ س \, د س = \int ٣ \, د ص$

$ظا س + جـ = ٣ ص$

$ص = \frac{١}{٣}(ظا س + جـ)$

$= \frac{١}{٣} ظا س + جـ$ (جـ)

س٢ (م) ١) $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} ظتا س \times ٢^{٤} (١ - (١ - ٢جا^٢ س))^{٤} \, د س$

$\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} ظتا س \times ٢٥٦ \times جا^٨ س \times جتا س \, د س$

$\int_{\frac{١}{\sqrt{٢}}}^{١} ٢٥٦ \, ظتا س \, ص^٨ \frac{د ص}{ظتا س}$

$\left| \begin{array}{l} ص = جا س \\ د ص = جتا س \, د س \\ س = \frac{\pi}{٤} \leftarrow ص = \frac{١}{\sqrt{٢}} \\ س = \frac{\pi}{٢} \leftarrow ص = ١ \\ س = ٠ \leftarrow ص = ٠ \end{array} \right.$

$\frac{٢٥٦}{٩} ص^٩ \Big|_{\frac{١}{\sqrt{٢}}}^{١}$

$\frac{٢٥٦}{٩} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٩ = \frac{٢٥٦}{٩} \times \frac{١}{٢^{\frac{٩}{٢}}} = \frac{١٦}{٩\sqrt{٢}}$

٢) $\frac{د ص}{د س} = \frac{١ + \text{لو}_هـ س}{هـ + س \text{لو}_هـ س}$ $\left| ص = هـ + س \text{لو}_هـ س \right.$

$\left| س = \frac{د ص}{١ + \text{لو}_هـ س} \right.$

$\int د ص = \int \frac{١ + \text{لو}_هـ س}{هـ + س \text{لو}_هـ س} \, د س$

$ص = \text{لو}_هـ |هـ + س \text{لو}_هـ س| + جـ$

$٢ = \text{لو}_هـ |هـ + ٠| + جـ \leftarrow جـ = ١$

$ص = \text{لو}_هـ |هـ + س \text{لو}_هـ س| + ١$

Omar AlJabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(ب) ١) د(س) = − جا س − ٢ جتا س

قَ(س) = − جتا س + ٢ جا س

د(π/٤) / قَ(π/٤) = (−١/√٢ − ٢/√٢) / (−١/√٢ + ٢/√٢)

= (−٣/√٢) / (١/√٢) = −٣ (د)

٢) س − ١ + ١ ، −س + ١ + ١

∫₀¹ (٢ − س) دس + ∫₁² س دس

= ٢س − س²/٢]₀¹ + س²/٢]₁²

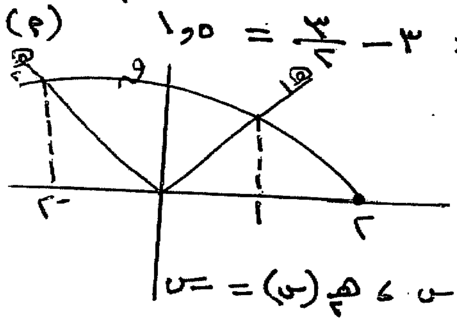
= ١,٥ + ٢ − ٠,٥ = ٣ (ب)

٣) ∫₁⁴ قَ(س) = قَ(٤) − قَ(١)

د(س) = س^{٣/٢} ← قَ(س) = ٣/٢ س^{١/٢}

= ٣ − ٣/٢ = ١,٥ (أ)

س٢ (أ)



هـ₁(س) = −س ، هـ₂(س) = س

د = هـ₂ ⇐ √(٢ − س) = س ⇐ ٢ − س = س²

س² + س − ٢ = ٠ ← (س + ٢)(س − ١) = ٠

د = هـ₁ ⇐ √(٢ − س) = −س ← ٢ − س = س²

س = ١

م = ∫₋₂⁰ (√(٢ − س) + س) دس + ∫₀¹ (√(٢ − س) − س) دس

م = ٢(٢ − س)^{٣/٢}/−٣ + س²/٢]₋₂⁰ + ٢(٢ − س)^{٣/٢}/−٣ − س²/٢]₀¹

م = −٢/٣ √٨ − (−١٦/٣ + ٢) + (−٢/٣) − ١/٢ + ٢/٣ √٨

م = −٢√٨/٣ + ١٠/٣ − ٢/٣ − ١/٢ + ٢√٨/٣ = ١٣/٦

(ب) ١) ∫₁² ٥/٢ دس − ∫₁² ٤ د(س) دس = ∫₁² ٢س دس + ∫₁² د(س)/٢ دس

٥/٢ + ٤ ∫₁² د(س) دس = −١ + ١/٢ ∫₁² د(س) دس

٧/٢ ∫₁² د(س) دس = −٧/٢ ⇐ ∫₁² د(س) دس = −١ (ب)

٢) د(س) ≤ س

٢ − ٢د(س) ≥ ٢ − ٢س

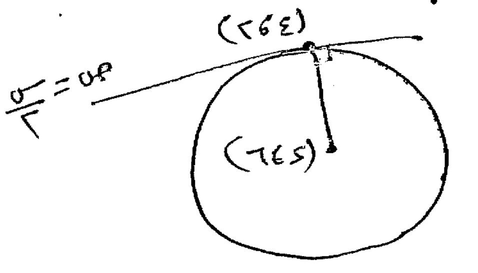
∫₁³ (٢ − ٢د(س)) دس ≥ ∫₁³ (٢ − ٢س) دس

= ٢س − س²]₁³ = −٣ (أ)

٣) | ∫₁⁵ د(س) دس − ∫₁⁵ ٤ دس |

| −٨ − ١٦ | = | −٢٤ | = ٢٤ (د)

س٤ (أ)



م_مماس × م_ر = −١

٢/(ك − ٤) × ١/٢ = −١

−ك + ٤ = ٢ ⇐ ك = ٢

(٤ ، ٢) ، (٢ ، ٦)

ر = √(٤ + ١٦) = √٢٠

(س − ٢)² + (ص − ٦)² = ٢٠

Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

(ب) $(س+٣)^{٢} = ٤ جـ (ص-ل)$

$(-٣، ٠) \leftarrow ٩ = -٤ جـ ل$ — (١) $\times -١$

$(-٣، ٢) \leftarrow ١ = ٤ جـ (٢-ل)$ — (٢)

$-٨ = ٨ جـ \Leftarrow جـ = -١$

عوّض $٩ = ٤ل \Leftarrow ل = \frac{٩}{٤}$

$(س+٣)^{٢} = -٤(ص - \frac{٩}{٤})$

(ج) (١) $ن = \frac{س}{٣}$

$ص^{٢} = ٢س - \frac{٩ \times س^{٢}}{٩}$

$ص^{٢} + س^{٢} = ٢س$ (دائرة) (م)

$ك ص^{٢} - س^{٢} = -ك$

$\frac{ص^{٢}}{-١} + \frac{س^{٢}}{ك} = ١ \Leftarrow م^{٢} = ك$

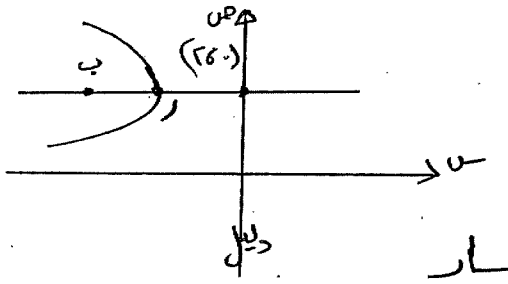
$م = \sqrt{ك}$

$ح^{٢} = ١ \Leftarrow ن = ١$

$(٢\sqrt{ك})^{٢} + (٢)^{٢} = ١٢$

$٤ك + ٤ = ١٢ \Leftarrow ك = ٢$ (د)

(٢)



يسار

$ر(-٢، ٢)$

$ه = ٢$

(هـ) $(ص-٢)^{٢} = -٨(س+٢)$ (م)

ن ⓟ م$(٠، ٠)$ ، ناقص سيني

$٢م - ٢ب = ٤ \Leftarrow م - ب = ٢$ — (١)

$م = \frac{١}{٢} \times جـ \times ب = ٦ \Leftarrow ب جـ = ١٢$ — (٢)

$جـ^{٢} = م^{٢} - ن^{٢}$

$\frac{١٤٤}{ن^{٢}} = (٢+ن)^{٢} - ن^{٢}$

$\frac{١٤٤}{ن^{٢}} = ٤ + ٤ن$

$٤ن^{٣} + ٤ن^{٢} - ١٤٤ = ٠$

$ن^{٣} + ن^{٢} - ٣٦ = ٠$

$ن = ٣$ ، $م = ٥$

$\frac{س^{٢}}{٢٥} + \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$

(ب) (١) $٢م = ٤ب \Leftarrow م = ٢ب$

$جـ^{٢} = م^{٢} + ن^{٢}$

$جـ^{٢} = م^{٢} + \frac{م^{٢}}{٤} \Leftarrow \frac{جـ^{٢}}{م^{٢}} = \frac{٥}{٤}$

$هـ^{٢} = \frac{٥}{٤} \Leftarrow هـ = \frac{\sqrt{٥}}{٢}$ (ب)

(٢) $\frac{س^{٢}}{\frac{١}{٣}} - \frac{ص^{٢}}{\frac{٤}{٩}} = ١$

$م^{٢} = \frac{١}{٣} \leftarrow م = \frac{١}{\sqrt{٣}} \Leftarrow$ القاطع $= \frac{٢}{\sqrt{٣}}$ (جـ)

(٣) $\frac{|س|}{١} = \frac{|\sqrt{٣}ص - س|}{\sqrt{٤}}$

$\left|\frac{س}{\sqrt{٣}ص - س}\right| = \frac{١}{٢}$

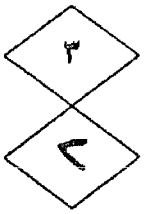
$\frac{س}{\sqrt{٣}ص - س} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{س}{\sqrt{٣}ص - س} = -\frac{١}{٢}$

$\sqrt{٣}ص - س = ٢س$ ، $\sqrt{٣}ص - س = -٢س$

$ص = \frac{٣س}{\sqrt{٣}}$ (م)

(٦٤)

بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الرابع — مدة الامتحان: ٢ س ٠٠ د
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: السبت ٢٠١٨/٠٦/٣٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٢ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{س^{٣} + ٣ س - ٦}{س^{٢} - ٩}$ دس (٨ علامات)

٢) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$ جا٢س لـو (جتا س)^{٢} دس (٨ علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ق(س) = لـو | ٤ − ٢ س | ، فإن قيمة ق َ(٠) تساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) −١ ج) ١ د) $-\frac{١}{٢}$

٢) قيمة $\int_{٠}^{١}$ (س − ١) (س + ١) (س^{٢} + ١) دس تساوي:

أ) $-\frac{٤}{٥}$ ب) $-\frac{٦}{٥}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٦}{٥}$

٣) حل المعادلة التفاضلية جتا^{٢}س دس = $\frac{١}{٢}$ دص + جا^{٢}س دس هو:

أ) ص = $\frac{١}{٢}$ جا٢س + جـ ب) ص = − جا٢س + جـ

ج) ص = جا٢س + جـ د) ص = − $\frac{١}{٢}$ جا٢س + جـ

يتبع الصفحة الثانية ....

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٢٣ علامة)

أ)

١) جد قيمة $\int_{٣}^{٥} \sqrt{\frac{س+٣}{س-١}} \, \frac{١}{س^{٢}+٢س-٣} \, دس$ (٨ علامات)

٢) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{هـ^{س+١}}{(١+٢هـ^{س})^{٢}}$

حيث هـ العدد النيبيري، فجد قاعدة العلاقة ص علمًا بأن منحناها يمر بالنقطة $(٠ ، -\frac{هـ}{٦})$

(٩ علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

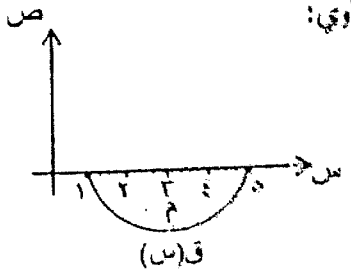
١) إذا كان $\int_{١}^{٢} ق(س) \, دس = هـ^{٢} + هـ^{١-س^{٢}}$ ، فإن قيمة $\sqrt{ق'(١) - ق(١)}$ تساوي:

أ) $\sqrt{٨}$ ب) صفر ج) ٢ د) $\sqrt{٦}$

٢) قيمة $\int_{١}^{٢} لـو_{هـ} س \, دس + \int_{٢}^{١} (لـو_{هـ} س - ٣) \, دس$ تساوي:

أ) -٣ ب) ٣ ج) $-٢ + ٢ لـو_{هـ} ٢$ د) $٢ + ٢ لـو_{هـ} ٢$

٣) الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة $[١ ، ٥]$ ، فإذا كانت مساحة المنطقة (م) تساوي (١٠) وحدات مربّعة، فإن قيمة $\int_{١}^{٥} (ق(س) - ٤) \, دس$ تساوي:



أ) -٦ ب) -٢٦

ج) ٦ د) ١٦

يتبع الصفحة الثالثة ....

Scanned by CamScanner

عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث: (١٥ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين: (٩ علامات)

ق(س) = $\sqrt{س + ٢}$ ، هـ(س) = |س|

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ق اقترانًا معرفًا على الفترة [٢ ، ٤] ، وكان ق(س) ≥ س ، فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{٢}^{٤}$ (٣س^{٢} – ق(س)) دس تساوي:

أ) ٦ ب) ٦٢ ج) ٥٦ د) ٥٠

٢) قيمة $\int_{٠}^{٢}$ |س^{٢} – ١| دس تساوي:

أ) ٢ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $-\frac{٢}{٣}$ د) – ٢

٣) إذا كان $\int_{١}^{٠}$ ($\frac{١}{٢}$ + ٢ق(س)) دس = $\int_{١}^{٠}$ (٢س – $\frac{ق(س)}{٢}$) دس ، فإن قيمة $\int_{١}^{٠}$ ق(س) دس تساوي:

أ) – ١ ب) ١ ج) $\frac{٥}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

السـؤال الرابع: (٢٢ علامة)

أ)

١) قطع زائد معادلته ك^{٢} ص^{٢} – ٨ س^{٢} + ك = صفر ، ك < ٠ ، ومجموع مربعي طولي محوريه القاطع والمرافق (٣) وحدات، فجد قيم الثابت ك (٨ علامات)

٢) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٤ ، $\sqrt{٥}$) ويقع مركزها على محور السينات. (٨ علامات)

يتبع الصفحة الرابعة ....

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٦ علامات)

١) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى الاحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س = ن^{٢} + ٢ ن + ١ ، ص = ن + ٢ ، فإن المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) هو:

أ) قطع زائد　　ب) قطع ناقص　　ج) قطع مكافئ　　د) دائرة

٢) مركز الدائرة التي معادلتها ٢س^{٢} + ٢ص^{٢} + ١٢س − ٨ص = ١٨ هو:

أ) (٢ ، −٣)　　ب) (−٣ ، ٢)　　ج) (٣ ، −٢)　　د) (−٣ ، −٢)

٣) قطع مكافئ بؤرته النقطة (٤ ، ٢) ودليله محور الصادات، فإن معادلته هي:

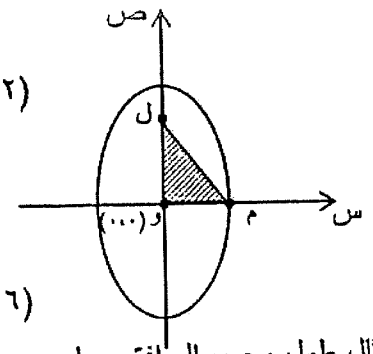
أ) (ص−٢)^{٢} = ٨س + ١٦　　ب) (ص−٢)^{٢} = ٨س − ١٦

ج) (ص−٢)^{٢} = −٨س + ١٦　　د) (ص−٢)^{٢} = −٨س − ١٦

السـؤال الخامس: (١٨ علامة)

أ) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل قطعًا ناقصًا بؤرته النقطة (ل) (١٢ علامة)

فإذا علمت أن مساحة المثلث ل و م تساوي (٦) وحدات مربعة، والفرق بين طولي محوريه (٤) وحدات، فجد معادلته.



ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٦ علامات)

١) الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي طول محوره القاطع ثلاثة أمثال طول محوره المرافق يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{٨}}{٣}$　　ب) $\frac{١٠}{٣}$　　ج) $\frac{٨}{٣}$　　د) $\frac{\sqrt{١٠}}{٣}$

٢) طول المحور المرافق للقطع المخروطي الذي معادلته ٣ س^{٢} − ٤ ص^{٢} = $\frac{٤}{٣}$ يساوي:

أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$　　ب) $\frac{١}{٣}$　　ج) $\frac{٤}{٩}$　　د) $\frac{٤}{٣}$

٣) تتحرك النقطة ن(س، ص) في الربع الثاني من المستوى الإحداثي، بحيث تبقى على بعدين متساويين من محور الصادات والمستقيم $\sqrt{٣}$ ص + س = ٠ ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س، ص) هي:

أ) ص = $\frac{٣}{\sqrt{٣}}$ س　　ب) ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س　　ج) ص = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ س　　د) ص = $\frac{-٣}{\sqrt{٣}}$ س

﴿انتهت الأسئلة﴾

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س١ ① $\frac{س}{س^2-9}$ | $س^3+3س-6$

$-س^3+9س$

$12س-6$

$\int س\,د س + \int \frac{12س-6}{س^2-9}\,د س$

$\frac{س^2}{2} + \int \frac{أ}{س-3}\,د س + \int \frac{ب}{س+3}\,د س$

$12س-6 = أ(س+3)+ب(س-3)$

$س=3 \leftarrow 30 = 6أ \leftarrow أ = 5$

$س=-3 \leftarrow -42 = -6ب \leftarrow ب = 7$

$\frac{س^2}{2} + 5 لو_هـ |س-3| + 7 لو_هـ |س+3| + جـ$

② $\int 2 جا س جتا س \times 2 لو_هـ (جتا س)\,د س$

تعويض $ص = جتا س$

$د ص = -جا س\,د س$

$\int 4 جا س جتا س لو_هـ ص \frac{د ص}{-جا س}$

$\int -4 ص لو_هـ ص\,د ص$ (أجزاء)

$ع = لو_هـ ص \leftarrow د ع = \frac{1}{ص}\,د ص$

$د ه = -4ص\,د ص \leftarrow ه = -2ص^2$

$-2ص^2 لو_هـ ص + \int 2ص\,د ص$

$-2جتا^2 س لو_هـ جتا س + جتا^2 س + جـ$

(ب) ١) د
٢) جـ
٣) P

س٢ (P) ① $ص = \frac{س+3}{س-1}$ تعويض

$\frac{د ص}{د س} = \frac{(س-1)\times 1 - (س+3)\times 1}{(س-1)^2}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{-4}{(س-1)^2}$

$س = 3 \leftarrow ص = 3$

$س = 0 \leftarrow ص = 2$

$\int_3^2 \frac{1}{(س-1)(س+3)} \times ص^{\frac{1}{2}} \times \frac{(س-1)^2\,د ص}{-4}$

$= -\frac{1}{4} \int_3^2 ص^{\frac{1}{2}}\,د ص$

$= -\frac{1}{4} \int_3^2 ص^{\frac{1}{2}}\,د ص = -\frac{1}{2} ص^{\frac{1}{2}} \Big|_3^2$

$= \frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

② $\frac{د ص}{د س} = \frac{ه^{س+1}}{(1+2ه^س)^2}$

$د ص = \int \frac{ه \times ه^س}{(1+2ه^س)^2}\,د س$

$\begin{cases} ع = ه^س \\ د س = \frac{د ع}{ه^س} \end{cases}$

$ص = \int \frac{ه \times ه^س}{(1+2ع)^2} \times \frac{د ع}{ه^س}$

$ص = \frac{ه(1+2ع)^{-1}}{-2} + جـ$

$ص = \frac{-ه}{2(1+2ه^س)} + جـ$

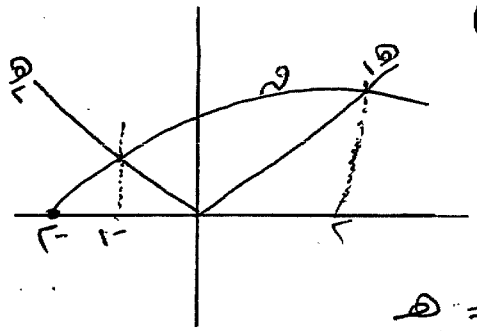
$-\frac{ه}{6} = \frac{-ه}{3 \times 2} + جـ \Leftarrow جـ = 0$

$ص = \frac{-ه}{2(1+2ه^س)}$

(ب) ١) جـ
٢) ب
٣) ب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س٣ (م)



و = هـ

$\sqrt{س+٢} = |س|$ تربيع

$س+٢ = س^٢ \Leftarrow س^٢ - س - ٢ = ٠$

$(س-٢)(س+١) = ٠$

$س = ٢ ، س = -١$

$م = \int_{-١}^{٢} (\sqrt{س+٢} + س) - (\sqrt{س+٢} - س)\, دس$

$= \frac{٤}{٣}(س+٢)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{س^٢}{٢}\Big|_{-١}^{٢} - \left[\frac{٤}{٣}(س+٢)^{\frac{٣}{٢}} - \frac{س^٢}{٢}\right]_{-١}^{٢}$

$= \left(\frac{٤}{٣}\sqrt{٨} + ٠\right) - \left(\frac{٤}{٣} + \frac{١}{٢}\right) + \left(\frac{١٦}{٣} - ٢\right) - \frac{٤}{٣}$

$= \frac{٧}{٢} + \frac{١٠}{٣} = \frac{٣١}{٦}$

(ب) ١) ر
٢) م
٣) ب

س٤ (م) ١) $ك^٢ ص^٢ - ٨ س^٢ = -ك$

$\frac{-ص^٢}{\frac{١}{ك}} + \frac{س^٢}{\frac{ك}{٨}} = ١$

$\frac{س^٢}{\frac{ك}{٨}} - \frac{ص^٢}{\frac{١}{ك}} = ١$

$م^٢ = \frac{ك}{٨} \leftarrow م = \sqrt{\frac{ك}{٨}}$

$ن^٢ = \frac{١}{ك} \Leftarrow ن = \sqrt{\frac{١}{ك}}$

طول القاطع = ٢ $\sqrt{\frac{ك}{٨}}$ ، المرافق = ٢ $\sqrt{\frac{١}{ك}}$

$\frac{٤ \times ك}{٨} + ٤ \times \frac{١}{ك} = ٣$

$\frac{ك}{٢} + \frac{٤}{ك} = ٣$

$\frac{ك^٢ + ٨}{٢ك} = ٣ \Leftarrow ك^٢ + ٨ = ٦ك$

$ك^٢ - ٦ك + ٨ = ٠$

$(ك-٢)(ك-٤) = ٠$

$ك = ٢ ، ك = ٤$

(م) $م(-م^٢ ، -ن)$ يحقق $ص = ٠$

$-ن = ٠ \Leftarrow ن = ٠$

المعادلة

$س^٢ + ص^٢ + ٢م س + ٢ن ص + جـ = ٠$

يحقق (٣،٢) $\Leftarrow ١٣ + ٤م + جـ = ٠$

$٤م + جـ = -١٣$ ——— ①

يحقق (٤،٥) $\Leftarrow ٢١ + ٨م + جـ = ٠$

$(٨م + جـ = -٢١$ ——— ② $) \times -١$

من ① ، ② ← $-٤م = ٨$

$م = -٢$

$جـ = -٥$

$س^٢ + ص^٢ - ٤س - ٥ = ٠$

(ب) ١) ج

٢) ب

٣) ب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س ٥) ٤ $\frac{1}{2}$ × ب × جـ = ٦

ب جـ = ١٢ ——— ①

٢م - ٢ب = ٤ ← م - ب = ٢ ——— ②

جـ^{٢} = م^{٢} - ب^{٢}

$\frac{١٤٤}{ب^{٢}}$ = (ب + ٢)^{٢} - ب^{٢}

$\frac{١٤٤}{ب^{٢}}$ = ٤ ب + ٤

٤ ب^{٣} + ٤ ب^{٢} - ١٤٤ = ٠

ب^{٣} + ب^{٢} - ٣٦ = ٠

ب = ٣

م = ٥

ناقص صادي مركزه (٠،٠)

$\frac{ص^{٢}}{٢٥}$ + $\frac{س^{٢}}{٩}$ = ١

(ب) ١) د

٢) د

٣) م

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الاردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

RKTS

٣ / ٢

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الرابع — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ — د س
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٩/٠١/٠٧

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥) ، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٢ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

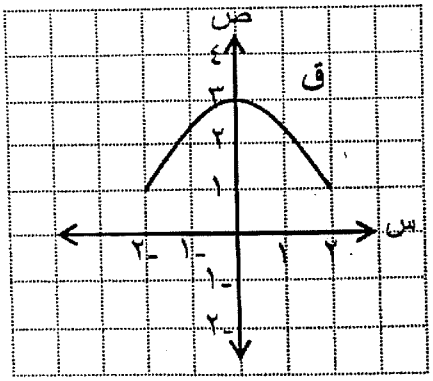
١) إذا كان م(س) = $هـ^{٢س}$ + ٦ س + ٣ اقتران بدائي للاقتران المتصل ق(س) ، فإن قيمة ق(٠) تساوي:

أ) ١ ب) ١٠ ج) ٤ د) ٨

٢) إذا كان $\int_{٣}^{جـ} [٥ - \frac{١}{٣}س]$ دس = ١٦ ، جـ > ٣ ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) ٦ ب) ١٠ ج) ٩ د) ١٢

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [−٢ ، ٢] ، ما أصغر قيمة للمقدار: $\int_{-٢}^{٢}$ ق(س) دس ؟



أ) ١٢ ب) ٨
ج) ٤ د) صفر

ب) جد كلًا من التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{(٢\sqrt{س} + ٢)^{٥}}{س^{٤}}$ دس (٨ علامات)

٢) $\int \frac{جتا\ س}{جتا^{٢}\ س + ٣ جا\ س - ٣}$ دس (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Scanned by CamScanner

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

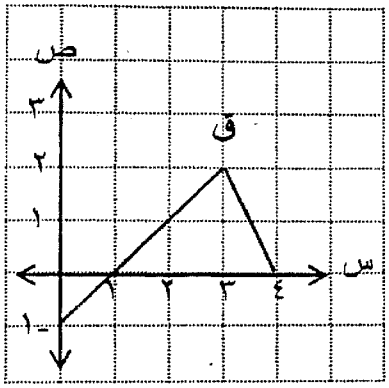
السـؤال الثاني: (٢٣ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) قيمة $\int_{-2}^{2} (2-س)(س-2)^3$ دس تساوي:

أ) $-\frac{16}{5}$ ب) $\frac{32}{5}$ ج) $-\frac{32}{5}$ د) $\frac{16}{5}$

٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [٠ ، ٤] ، ما قيمة $\int_{0}^{4} |ق(س)|$ دس ؟



أ) $\frac{5}{2}$ ب) $\frac{3}{2}$

ج) $\frac{7}{2}$ د) $\frac{9}{2}$

٣) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{هـ^{س} + 2}{هـ^{ص}}$ ، وكانت النقطة (١ ، ١) تقع على منحناها ، فإن قاعدة العلاقة ص هي:

أ) ص = لـو$_{هـ}$ ($هـ^{س}$ + ٢س + ٢)

ب) ص = لـو$_{هـ}$ ($هـ^{س}$ + ٢س)

ج) ص = لـو$_{هـ}$ ($هـ^{س}$ + ٤)

د) ص = لـو$_{هـ}$ ($هـ^{س}$ + ٢س − ٢)

ب) جـد التكامل الآتي: (٨ علامات)

$$\int \frac{هـ^{\sqrt{س}} + 2}{\sqrt{س}} \, دس$$

ج) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س) = جا س ، ل(س) = جتا $\frac{س}{2}$ في الفترة [$\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$] . (٩ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

Scanned by CamScanner

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث: (١٥ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) قيمة $\int_{١}^{هـ} \frac{س + ١}{س + س^{٢}}$ دس تساوي:

أ) $-$ هـ ب) هـ ج) ١ د) $-$١

٢) إذا كان ق(س) = ٤ لـو$_{هـ}$ (س + $\sqrt{س}$) ، س > ٠ ، فإن قيمة ق`(١) تساوي:

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) $\frac{١٦}{٣}$ ج) ٣ د) ١٢

٣) إذا كان ص = ($هـ^{س}$)^{٣} + $هـ^{٣س}$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٠ تساوي:

أ) ٤ ب) ٣ ج) ٢ د) ٥

ب) إذا كان س $هـ^{ص}$ = ١ + $هـ^{ص}$ ، أثبت أن: ص`` = $هـ^{٢ص}$ (٩ علامات)

السـؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س ، ص) التي تتحرك على بعدين متساويين من النقطتين الثابتتين (٣ ، ٠) ، (−٣ ، ٠) هي:

أ) س = ٠ ب) ص = س ج) ص = ٠ د) ص = − س

٢) قطع مكافئ معادلته س^{٢} − ١٢ ص + ٢٤ = ٠ ، ما معادلة دليله؟

أ) س = −١ ب) ص = −١ ج) ص = ١ د) س = ١

٣) ما إحداثيا مركز الدائرة التي معادلتها ٢س^{٢} + ٢ص^{٢} − ١٦ س + ٤ ص + ٢٤ = ٠ ؟

أ) (−٨ ، ٢) ب) (−٤ ، ١) ج) (٨ ، −٢) د) (٤ ، −١)

ب) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيم س = −١ وتمر بالنقطة (٥ ، ٢) ويقع مركزها في الربع الأول على المستقيم ص = س وطول نصف قطرها أقل من ٤ وحدات. (٧ علامات)

ج) قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة (٤ ، −٨) ، إذا كان إحداثيا بؤرته (٠ ، $\frac{ف − ٣}{٤}$)

فما قيمة الثابت ف ؟ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الرابعة ....

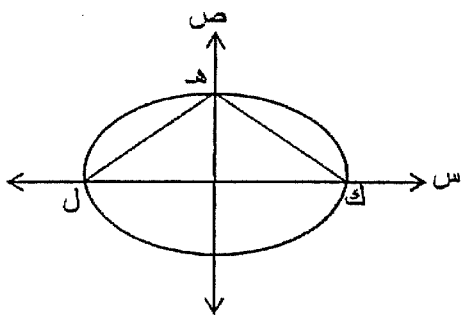
Scanned by CamScanner

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) يمثّل الشكل المجاور قطعًا ناقصًا رأساه النقطتان ك ، ل وأحد طرفي محوره الأصغر النقطة هـ ، إذا علمت أن مساحة المثلّث هـ ك ل تساوي ١٢ وحدة مربّعة، فما مساحة القطع الناقص بالوحدات المربّعة؟



أ) ٦π ب) ١٢π

ج) ١٠π د) ١٤π

٢) إذا كان البعد البؤري لقطع زائد يساوي ثلاثة أمثال طول محوره المرافق، فإن الاختلاف المركزي لهذا القطع يساوي:

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٦}{\sqrt{٣٥}}$ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٣}{\sqrt{٨}}$

٣) نوع القطع المخروطي الذي معادلته $-٤ص^{٢} + ١٨س = -٩س^{٢} + ٨ص + ٣١$ هو :

أ) قطع زائد ب) قطع ناقص ج) دائرة د) قطع مكافئ

ب) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه النقطتان (-٢ ، ٢) ، (٦ ، ٢) ويمر بالنقطة (٢ ، ٦) (٧ علامات)

ج) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (٧ علامات)

$-٤س^{٢} + ٢ص^{٢} - ٨س - ٨ص - ١٢ = ٠$

﴿انتهت الأسئلة﴾

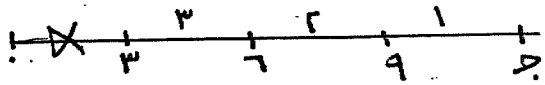
Scanned by CamScanner

س١ (م) ١) $م(0) = م(0)$

$م(س) = 2$ هـ$^{س^2}$ + ٦ ← $م(0) = 8$

(ك)

٢) ل = ٣ ، ارتكاز = .



$\int_{3}^{6} (3س + 2) د س + \int_{9}^{جـ} 1 د س = 16$

$9 + 6 + جـ - 9 = 16$ ← جـ = ١٠

(ب)

٢) $1 \leq م(س) \leq 3$

$\int_{-2}^{2} 1 د س \leq \int_{-2}^{2} م(س) د س$

$4 \leq \int_{-2}^{2} م(س) د س$ (ج)

١) $\int \frac{(\sqrt{س}(1 + \frac{2}{\sqrt{س}}))^5}{س^4} د س$

$\int \frac{س^{\frac{5}{2}}(1 + 2س^{-\frac{1}{2}})^5}{س^4} د س$

$\int س^{-\frac{3}{2}}(1 + 2س^{-\frac{1}{2}})^5 د س$ | ص = 1 + 2س$^{-\frac{1}{2}}$ ، د س = $\frac{د ص}{-س^{-\frac{3}{2}}}$

$\int -ص^5 د ص$

$-\frac{ص^6}{6} + جـ$

$-\frac{1}{6}(1 + 2س^{-\frac{1}{2}})^6 + جـ$

٢) $\int \frac{جتا س}{1 - جا^2 س + 3 جا س - 3} د س$

$\int \frac{جتا س}{-جا^2 س + 3 جا س - 2} د س$

$\int \frac{-جتا س}{ص^2 - 3ص + 2} \frac{د ص}{جتا س}$ | ص = جا س ، د س = $\frac{د ص}{جتا س}$

$\int \frac{-1}{(ص - 2)(ص - 1)} د ص$

$\int \frac{أ}{ص - 2} د ص + \int \frac{ب}{ص - 1} د ص$

لكن $-1 = أ(ص - 1) + ب(ص - 2)$

$أ = -1$ ، $ب = 1$

$\int \frac{-1}{ص - 2} د ص + \int \frac{1}{ص - 1} د ص$

$-لو_{هـ}|ص - 2| + لو_{هـ}|ص - 1| + جـ$

$-لو_{هـ}|جا س - 2| + لو_{هـ}|جا س - 1| + جـ$

س٢ (م) ١) $\int_{-1}^{2} (2 - س)(2 - س)^3 د س$

$-\int_{-1}^{2} (2 - س)^4 د س = -\left| \frac{+(2 - س)^5}{5 + 1} \right|_{-1}^{2}$

$\frac{0 - 32}{5} = -\frac{32}{5}$. (ج)

٢) $\int_{-2}^{4} |م(س)| د س$ = مجموع المساحات

$م = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = \frac{7}{2}$ (جـ)

٢) $\frac{د ص}{د س} = \frac{هـ^{ص}}{هـ^{س} + 2}$ ← $\int هـ^{ص} د ص = \int (هـ^{س} + 2) د س$

$هـ^{ص} = هـ^{س} + 2س + جـ$

(١، ١) ← $هـ = هـ + 2 + جـ$ ← $جـ = -2$

$\therefore هـ^{ص} = هـ^{س} + 2س - 2$

$ص = لو_{هـ}(هـ^{س} + 2س - 2)$ (ك)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(ب) $\int \frac{هـ^{\sqrt[3]{س}+2}}{\sqrt[3]{س^2}}\, د س$ | $ص = \sqrt[3]{س} + 2$

$ص = س^{\frac{1}{3}} + 2$

$د س = \frac{د ص}{\frac{1}{3} س^{-\frac{2}{3}}}$

$\int هـ^{ص} \times س^{-\frac{1}{3}} \times \frac{د ص}{\frac{1}{3} س^{-\frac{2}{3}}}$

$\int 3 هـ^{ص} \times س^{\frac{1}{3}} \, د ص$

$\int 3(ص-2) \frac{هـ^{ص}}{ف} \frac{د ص}{د هـ}$ أجزاء

$3(ص-2) \times هـ^{ص} - \int هـ^{ص} \times 3 \, د ص$

$3(ص-2) هـ^{ص} - 3 هـ^{ص} + جـ$

$3(\sqrt[3]{س}) هـ^{\sqrt[3]{س}+2} - 3 هـ^{\sqrt[3]{س}+2} + جـ$

(جـ) نجد نقط التقاطع من المساواة

$ف = ل \leftarrow جا س = جتا \frac{س}{2}$

$جا س - جتا \frac{س}{2} = 0$

$2 جا \frac{س}{2} جتا \frac{س}{2} - جتا \frac{س}{2} = 0$

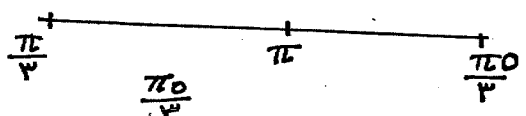
$جتا \frac{س}{2} (2 جا \frac{س}{2} - 1) = 0$

$جتا \frac{س}{2} = 0 \leftarrow \frac{س}{2} = \frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$

$2 جا \frac{س}{2} - 1 = 0 \leftarrow جا \frac{س}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{س}{2} = \frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$

$س = \frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$



$م = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (جا س - جتا \frac{س}{2}) د س + \int_{\pi}^{\frac{5\pi}{3}} (جتا \frac{س}{2} - جا س) د س$

$م = \left| -جتا س - 2 جا \frac{س}{2} + جتا س \right|_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} + \left| 2 جا \frac{س}{2} + جتا س \right|_{\pi}^{\frac{5\pi}{3}}$

$م = (1-2) - (-\frac{1}{2} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) + (2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}) - (2 + -1)$

$م = -1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 1 = 1$

(د) $\int_{1}^{هـ} \frac{س+1}{س(1+س)} د س = لو_{هـ} |س| \Big|_{1}^{هـ} = 1$

(هـ) $ق'(س) = \frac{4 \times (1 + \frac{1}{\sqrt{س}})}{س + \sqrt{س}}$

$ق'(1) = \frac{4 \times (\frac{3}{2})}{2} = 3$

(و) $ص = هـ^{س^3} + هـ^{جا س}$

$\frac{د ص}{د س} = 3 هـ^{س^3} + جتا س \, هـ^{جا س}$

$\frac{د ص}{د س} \Big|_{س=0} = 3 + 1 = 4$

(ز) $س هـ^{ص} = 1 + هـ^{ص}$

$س هـ^{ص} \frac{د ص}{د س} + هـ^{ص} = هـ^{ص} \frac{د ص}{د س}$

$هـ^{ص} = هـ^{ص} \frac{د ص}{د س} - س هـ^{ص} \frac{د ص}{د س}$

$هـ^{ص} = \frac{د ص}{د س} (هـ^{ص} - س هـ^{ص})$

$\frac{هـ^{ص}}{هـ^{ص} - س هـ^{ص}} = \frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{هـ^{ص}}{هـ^{ص}(1-س)} = \frac{1}{1-س}$

$\frac{د^2 ص}{د س^2} = \frac{-1 \times -1}{(1-س)^2} = \frac{1}{(1-س)^2}$

لكنه من الأصل $س هـ^{ص} - هـ^{ص} = 1$

$\frac{هـ^{ص}}{س هـ^{ص}} = \frac{(س-1)}{س(س-1)} = \frac{1}{س-1}$

$\therefore$ س $-1 = \frac{1}{\text{هـ ص}}$

$\therefore$ ص$'$ $= \frac{1}{(\frac{1}{\text{هـ ص}})^2} =$ هـ$^{2\text{ص}}$

س ④

① $\sqrt{(\text{س}-3)^2+\text{ص}^2} = \sqrt{(\text{س}+3)^2+\text{ص}^2}$

$\cancel{\text{س}^2} - 6\text{س} + \cancel{9} + \cancel{\text{ص}^2} = \cancel{\text{س}^2} + 6\text{س} + \cancel{9} + \cancel{\text{ص}^2}$

$12\text{س} = 0 \leftarrow \text{س} = 0$ (م)

② $\text{س}^2 = 12\text{ص} - 24$

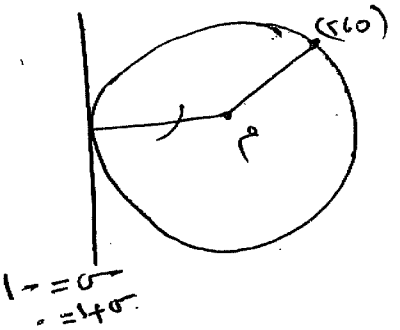
$(\text{س}-0)^2 = 12(\text{ص}-2)$

جـ $= 3 \leftarrow$ ص $= 2-3 = -1$ (ب)

③ $\text{س}^2 + \text{ص}^2 - 8\text{س} + 2\text{ص} + 12 = 0$

م $(4, -1)$ (د)

ب) المركز $(5, 5)$



ر $= \frac{|5+1|}{\sqrt{10}}$ ، ر $= \sqrt{(5-5)^2+(5-2)^2}$

$|5+1| = \sqrt{(5-5)^2+(5-2)^2}$

$(5+1)^2 = (5-5)^2 + (5-2)^2$

$\cancel{5^2} + 2(5) + 1 = \cancel{5^2} - 10(5) + 25 + \cancel{5^2} - 4(5) + 4$

$5^2 - 16(5) + 28 = 0$ (٧٨)

$(5-14)(5-2) = 0$

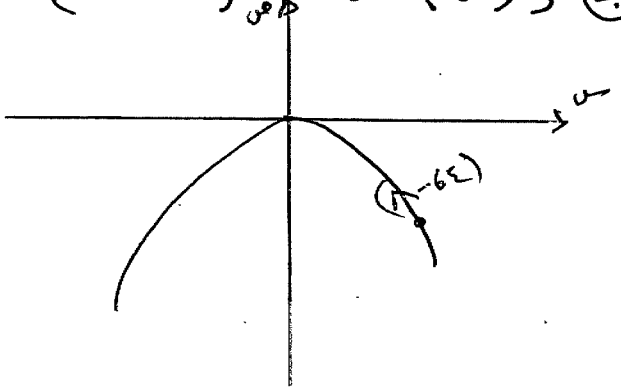
$5 \neq 14$ ، $5 = 2$

تهمل

ر $= 3$ ، م $(2, 2)$

$(\text{س}-2)^2 + (\text{ص}-2)^2 = 9$

ج) ر $(0, 0)$ ، $\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{-8}{4}$



للأسفل

$(\text{س}-0)^2 = -4\text{جـ}(\text{ص}-0)$

$(4, -8)$ تحقق $16 = -4\text{جـ} \times -8$

$\text{هـ} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

البؤرة $(0, \frac{1}{2}) = (0, \frac{\text{م}-3}{4})$

$\frac{1}{2} = \frac{\text{م}-3}{4} \Leftarrow -4 = 6-2\text{م}$

$\therefore$ م $= 5$

س ⑤

① م $= \frac{1}{2} \times 2\pi \times$ ب $= 12 \leftarrow 2\pi$ ب $= 12$

ب) $\therefore$ م ناقص $= \pi$ ب $= \pi \times 12 = 12\pi$

ج) 2جـ $= 2 \times 3 \leftarrow$ جـ $= 3$ ب

$\text{هـ}^2 = \text{م}^2 + \text{ن}^2 \leftarrow \text{هـ}^2 = \text{م}^2 + \frac{\text{جـ}^2}{9}$

$\frac{8\text{هـ}^2}{9} = \text{م}^2 \leftarrow \frac{8\text{هـ}^2}{\text{م}^2} = \frac{9\text{م}^2}{\text{م}^2}$

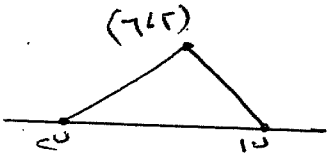
$هـ^2 = \frac{9}{8}$

$هـ = \frac{3}{\sqrt{8}}$ (د)

ب) $-4ص^2 + 18س + 9س^2 - 8ص = 31$

زائد (ه)

ⓐ م (-2، 6) ، ر (-2، 6 ± $\sqrt{8}$)



النوع: سيني

$ح = 4$

$ل = \frac{\sqrt{16+16} + \sqrt{16+16}}{2}$

$ل = \frac{2\sqrt{32}}{2} = \sqrt{32}$

$ع = 32 - 16 = 16$

المعادلة: $\frac{(س+2)^2}{32} + \frac{(ص-2)^2}{16} = 1$

ⓑ $2ص^2 - 8ص - 4س^2 - 8س = 12$

$2(ص^2 - 4ص + 4) - 4(س^2 + 2س + 1) = 12 + 8 - 4$

$\frac{2(ص-2)^2}{16} - \frac{4(س+1)^2}{16} = \frac{16}{16}$

$\frac{(ص-2)^2}{8} - \frac{(س+1)^2}{4} = 1$

م (-1، 2) زائد صادي

$ل^2 = 8$ ← رأسيه (-1، 2 ± $\sqrt{8}$)

$ب^2 = 4$

$ح^2 = 12$ ← بؤرتين (-1، 2 ± $\sqrt{12}$)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: ٢ : ٠٠
اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٩/٠١/٠٧

د س ٢

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٧ علامة)

أ) انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

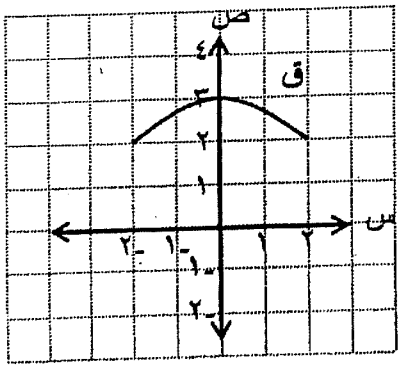
١) إذا كان م(س) معكوسًا لمشتقة الاقتران ق المتصل على الفترة [−١ ، ٤] ، وكان م′(−١) = ٢ ، م′(٤) = −٣ ، فإن قيمة $\int_{-١}^{٤} \left(\frac{١}{٥} - \frac{٢}{٥}\, ق′(س)\right)$ دس تساوي:

أ) −١ ب) ٣ ج) −٦ د) ٤

٢) قيمة $\int_{١}^{هـ^٢} \frac{١}{هـ^٤ - ١}$ دس تساوي:

أ) $هـ^٢ + ١$ ب) $\frac{١}{هـ^٢ - ١}$ ج) $\frac{١}{هـ^٢ + ١}$ د) $هـ^٢ - ١$

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [−٢ ، ٢] ، ما أكبر قيمة للمقدار $\int_{-٢}^{٢} ق(س)$ دس ؟



أ) ٨ ب) ١٢
ج) ٤ د) ٣

ب) جد كلًا من التكاملات الآتية:

١) $\int جا^٣س\,(١ + جتاس)^٥$ دس (٨ علامات)

٢) $\int_{١}^{هـ} لو_{هـ}(٤س^٢ - ٩)$ دس ، هـ العدد النيبيري (١٠علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Scanned by CamScanner

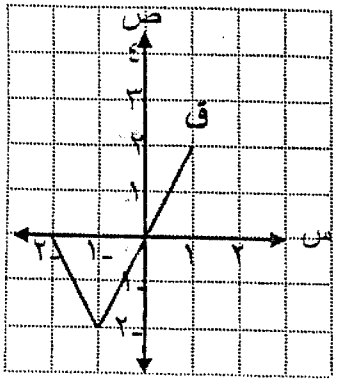
السـؤال الثاني: (٣٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) قيمة $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{٣ + ٣ \text{ ظتا}^{٢} س}{\text{ظتا س}}$ دس تساوي:

أ) $-٣ \text{ لـو}_{\frac{١}{٣}}$ ب) $\text{لـو}_{\frac{١}{٣}}$ ج) $٣ \text{ لـو}_{\frac{١}{٣}}$ د) $-\text{لـو}_{\frac{١}{٣}}$

٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [−٢ ، ١] ، ما قيمة $\int_{٠}^{٣}$ ق(١− س) دس ؟



أ) −١ ب) −٣

ج) ٣ د) ١

٣) حَلّ المعادلة التفاضلية: $\text{دص} - \text{ظا}^{٢} س \text{ دص} = ٢ \text{ ظا س دس}$ ، $س \in (٠ ، \frac{\pi}{٤})$ هو:

أ) $ص = ٢ \text{ لـو}_{هـ} |\text{جتا } ٢س| + \text{جـ}$ ب) $ص = -٢ \text{ لـو}_{هـ} |\text{جتا } ٢س| + \text{جـ}$

ج) $ص = \frac{١}{٢} \text{ لـو}_{هـ} |\text{جتا } ٢س| + \text{جـ}$ د) $ص = -\frac{١}{٢} \text{ لـو}_{هـ} |\text{جتا } ٢س| + \text{جـ}$

ب) جد التكامل الآتي: (١١ علامة)

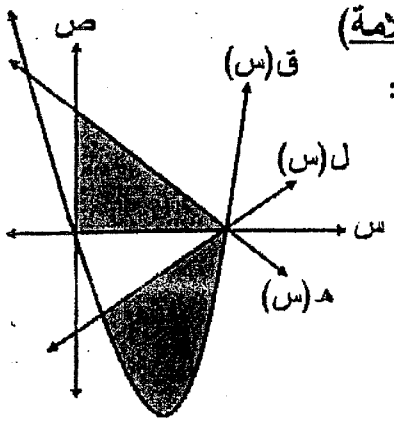
$$\int ٤ \text{ هـ}^{٢س} \text{ جا س جتا س دس}$$

ج) إذا كان $\text{هـ}^{\text{س ص}} = \text{لـو}_{هـ} (س + ص) + \text{هـ}^{٢}$ ، $س > ٠$ ، $ص > ٠$ ،

أثبت أن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١ - \text{ص}(س + ص) \text{ هـ}^{\text{س ص}}}{س(س + ص) \text{ هـ}^{\text{س ص}} - ١}$ (١٠علامات)

السـؤال الثالث: (٣٣ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المظلّلة في الشكل المجاور حيث: (١٢ علامة)



ق(س) = $س^{٢} - ٥س$

ل(س) = $س - ٥$

هـ(س) = $٥ - س$

يتبع الصفحة الثالثة ...

Scanned by CamScanner

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

١) إذا كان $\int_{٧}^{٣} (٤ ق(س) + ٦)$ دس = −١٢ ، وكان $\int_{٣}^{٥} \frac{ق(س)}{٢}$ دس = −٤ ،

فـإن قيمـة $\int_{٥}^{٧} ٣ ق(س)$ دس تساوي:

أ) ٥ ب) −٣٣ ج) −٢١ د) ١٥

٢) $\int$ س جاس دس يساوي:

أ) س جتاس + جاس + جـ ب) − س جتاس − جاس + جـ

ج) − س جتاس + جاس + جـ د) س جتاس − جاس + جـ

٣) إذا كـان م(س) ، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق ،

وكان $\int_{-٢}^{١} (م(س) - هـ(س))$ دس = ١٥ ، فما قيمة $\int_{-٢}^{١} \frac{م(س) - هـ(س)}{س + ٣}$ دس ؟

أ) لـو$_{هـ}$ ٤ ب) ٥ لـو$_{هـ}$ ٤ ج) لـو$_{هـ}$ ٣ د) ٥ لـو$_{هـ}$ ٣

ج) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{جا^{٤}س}{جتا^{٢}س}$ ، (١٢ علامة)

فجد قاعدة العلاقة ص ، علمًا بأن منحناها يمر بالنقطة (٠ ، ١)

السـؤال الرابع: (٣٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا قُطِعَ أحد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل قليلًا عن المحور، فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

٢) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة $(-\frac{٩}{٢} ، ١)$ ، ودليله المستقيم س − $\frac{١}{٢}$ = ٠ هي:

أ) $(س-١)^{٢}$ = ١٠ ص + ٢٠ ب) $(ص-١)^{٢}$ = −١٠ س − ٢٠

ج) $(س+٢)^{٢}$ = −١٠ ص + ١٠ د) $(ص+٢)^{٢}$ = ١٠ س + ١٠

٣) الاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته : $(٣ص+٩)^{٢} + (٢-س)^{٢}$ = ٣٦ يساوي:

أ) $\sqrt{٢}$ ب) ٢ $\sqrt{٢}$ ج) $\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$ د) $\frac{\sqrt{٦}}{٣}$

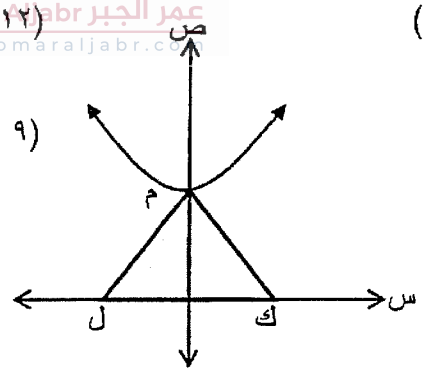
يتبع الصفحة الرابعة ....

Scanned by CamScanner

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم الذي معادلته ص = س + ٤
وتمس المستقيم الذي معادلته ص = س عند النقطة (٤ ، ٤) (١٢ علامة)

ج) يمثّل الشكل المجاور قطعًا مكافئًا رأسه النقطة (م) ودليله محور السينات، إذا علمت أن المثلّث م ك ل متطابق الأضلاع طول ضلعه (٤) وحدات، فجد معادلة هذا القطع. (٩ علامات)



السؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) قطع ناقص رأساه النقطتان (∓ ٦ ، ٠) ، إذا كان طول محوره الأصغر (٨) وحدات ، فإن بعده البؤري بالوحدات يساوي:

أ) $\sqrt{٢}$ ٥ ب) $\sqrt{٥}$ ٤ ج) $\sqrt{٢}$ ١٠ د) $\sqrt{٥}$ ٢

٢) قطع زائد معادلته $\frac{٣ص^{٢}}{ك^{٢}} - \frac{س^{٢}}{٤} = ١$ ، ك > ٠ ، إذا كان طول محوره القاطع (١٠) وحدات، فما قيمة الثابت ك ؟

أ) $\frac{١٠}{\sqrt{٣}}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{١٠}$ ج) $\sqrt{٥}$ ٣ د) $\sqrt{٣}$ ٥

٣) تتحرك النقطة و(س، ص) في المستوى الإحداثي حيث يتحدد موقعها بالمعادلتين: س = ظا هـ ، ص = قا هـ
هـ زاوية متغيّره ، ما معادلة مسار النقطة و ؟

أ) ص^{٢} – س^{٢} = ١ ب) ٢ص^{٢} + ٢س^{٢} = ١ ج) س^{٢} – ص^{٢} = ١ د) ٢ص^{٢} – ٢س^{٢} = ١

ب) قطع ناقص مساحته (٢٠ π) وحدة مربّعة، ومركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي يقع رأسه في نقطة الأصل ومعادلة دليله س = ٣ ، جد معادلة هذا القطع الناقص. (١١ علامة)

ج) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١٠علامات)

٤س^{٢} – ص^{٢} – ١٦ س + ١٠ ص – ١٧ = ٠

﴿انتهت الأسئلة﴾

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr عمر الجبر www.omarmath.com

س١

١) $\frac{1}{5}(5) - \frac{2}{5}(ق(4) - ق(-1))$ | $م = ق$ ، $م = ق$

$= 1 - \frac{2}{5}(-3-2) = 3$ (ب)

٢) $\frac{1}{هـ^4 - 1} = \frac{1}{(هـ^2-1)(هـ^2+1)}$ (جـ)

٢) $2 \leq ق(س) \leq 3$

$\therefore \int_{-2}^{2} ق(س)\,د س \leq \int_{-2}^{2} 3\,د س = 12$ (ب)

٣) ١) $\int حا^3 س (1+حتا س)^5 د س$ | $ص = 1+حتا س$ ، $د ص = -حا س\,د س$

$= \int حا^2 س\, ص^5 (-د ص) = -\int (1-حتا^2 س) ص^5 د ص$

$= -\int (1-(ص-1)^2) ص^5 د ص$

$= -\int (1 - ص^2 + 2ص - 1) ص^5 د ص$

$= -\int (-ص^7 + 2ص^6) د ص = \frac{ص^8}{8} - \frac{2ص^7}{7} + ج$

$= \frac{(1+حتا س)^8}{8} - \frac{2}{7}(1+حتا س)^7 + ج$

٤) $\int لو_هـ (4 - س^2 - 9)\,د س$ أجزاء

$ق = لو_هـ (4 - س^2 - 9)$ ، $د هـ = د س$

$د ق = \frac{-8س}{4 - س^2 - 9}$ ، $هـ = س$

$ق(0) = هـ$ ، $ق(هـ) = 0$

$س لو_هـ (4 - س^2 - 9) - \int \frac{-8 س^2}{4 - س^2 - 9}\,د س$

قسمة

$\frac{-8س^2 + 18}{18}$ | $4 - س^2 - 9$

$س لو_هـ (4 - س^2 - 9) - 2س - \int \frac{18}{4 - س^2 - 9}\,د س$

$س لو_هـ (4 - س^2 - 9) - 2س - \int \frac{أ}{2 - س} + \frac{ب}{3 + س}\,د س$

$18 = أ(2 - س + 3) + ب(2 - س - 3)$

$أ = 3$ ، $ب = -3$

$س لو_هـ (4 - س^2 - 9) - 2س - 3 لو_هـ |2 - س| + 3 لو_هـ |3 + س| + ج$

س٢ ٤) ١) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{-3(قتا^2 س)}{ظتا س}\,د س = -3 لو_هـ |ظتا س|$ | $\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{\pi}{3}$

$= -3(لو_هـ ظتا \frac{\pi}{3} - لو_هـ ظتا \frac{\pi}{6})$

$= -3 \times (لو_هـ \frac{1}{\sqrt{3}} - لو_هـ \sqrt{3}) = -3 لو_هـ \frac{1}{3}$ (ب)

٢) $\int_{-2}^{2} ق(ص) \times -د ص$

$\int_{1}^{-2} ق(ص)\,د ص$ = من المساحة

$ص = 1 - س$ ، $د ص = -د س$

$س = 0 \leftarrow ص = 1$

$س = 3 \leftarrow ص = -2$

$= -(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 4) = -1$ (ب)

٣) $\int \frac{ك ص\,(1 - ظا^2 س)}{1 - ظا^2 س} = \int 2 ظا س\,د س$

$ص = \int \frac{2 حتا س\, حا س}{1 - \frac{حا^2 س}{حتا^2 س}}\,د س = \int \frac{حا 2س}{حتا 2س}\,د س$

$ص = -\frac{1}{2} لو_هـ |حتا 2س| + ج$ (ج)

٤) $\int هـ^{2س} \times 2 حا س حتا س\,د س$ (أجزاء دوري)

$\int هـ^{2س} حا 2س\,د س$

$ق = هـ^{2س}$ ، $د هـ = 2 هـ^{2س}\,د س$

$د ق = 2 هـ^{2س}$ ، $هـ = -حتا 2س$

$\int هـ^{2س} حا 2س\,د س = -هـ^{2س} حتا 2س + \int 2 هـ^{2س} حتا 2س\,د س$

$= -هـ^{2س} حتا 2س + هـ^{2س} حا 2س - \int 2 هـ^{2س} حا 2س\,د س$

$\int هـ^{2س} حا 2س\,د س = \frac{-هـ^{2س} حتا 2س + هـ^{2س} حا 2س}{4} + ج$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(ج) $(س \frac{ص}{س} + ص)$ هـ$^{س ص}$ $= \frac{1 + \frac{ص}{س}}{\frac{س}{س+ص}}$

$س$ هـ$^{س ص}$ $\frac{ص}{س} + ص$ هـ$^{س ص}$ $= \frac{1}{س+ص} + \frac{\frac{ص}{س}}{\frac{س}{س+ص}}$

$س$ هـ$^{س ص}$ $\frac{ص}{س} - ص$ هـ$^{س ص}$ $= \frac{\frac{ص}{س}}{س+ص} - \frac{1}{س+ص}$

$\frac{ص}{س}$ $(س$ هـ$^{س ص}$ $- \frac{1}{س+ص}) = ص$ هـ$^{س ص}$ $- \frac{1}{س+ص}$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص$ هـ$^{س ص}$ $- \frac{1}{س+ص}}{\frac{1}{س}$ هـ$^{س ص}$ $- \frac{1}{س+ص}}$

$\frac{ص}{س} = \frac{1 - (س+ص) ص$ هـ$^{س ص}}{س (س+ص)$ هـ$^{س ص}$ $- 1}$

(د) ٣ س ④ هـ$(س) = 0 \leftarrow س = 0 \leftarrow س = 0$

هـ$(س) = ل(س) \leftarrow س^٢ - ٥س = س - ٥$

$س^٢ - ٦س + ٥ = 0 \leftarrow (س-٥)(س-١) = 0$

$س = ٥ ، س = ١$

$م = \int_{١}^{٥} (٥ - س)$ د$س + \int_{٠}^{١} (س - ٥ - س^٢ + ٥س)$ د$س$

جمع وكامل

$م = ٥س - \frac{س^٢}{٢} \Big|_{١}^{٥} + ٣س^٢ - ٥س - \frac{س^٣}{٣} \Big|_{٠}^{١}$

$م = ٢٥ - \frac{٢٥}{٢} + (٧٥ - ٢٥ - \frac{١٢٥}{٣}) - (٣ - ٥ - \frac{١}{٣})$

$م = \frac{٧٧}{١} - \frac{٥٥}{٢} - \frac{١٣٤}{٣}$

$= \frac{٤٦٢ - ٧٥ - ٤٣٨}{٦} = \frac{١٣٩}{٦}$

(ب) ١) $\int_{٧}^{٣}$ هـ$(س)$ د$س = -١٢ \leftarrow -٣٤ + \int_{٧}^{٣}$ هـ$(س)$ د$س$ ×٤

$\int_{٥}^{٣}$ هـ$(س)$ د$س = -٨$

$\int_{٧}^{٣}$ هـ$(س)$ د$س = ٣ (\int_{٥}^{٣}$ هـ$(س)$ د$س + \int_{٧}^{٣}$ هـ$(س)$ د$س)$ ×٣

$= ٣ (٨ + -٣)$

$= ١٥$ (٨٥) (د)

٢) $\int \frac{س}{$ هـ$^{س}}$ جاس د$س$. أجزاء

$= -س$ جتاس $+ \int$ جتاس د$س$

$= -س$ جتاس $+$ جاس $+$ جـ (د)

٣) م$(س) -$ هـ$(س) = 0$

$\therefore \int_{-٢}^{١} \frac{٥}{س+٣}$ د$س = ٥$ لو$_{$ هـ$}$ $|س+٣| \Big|_{-٢}^{١}$

٥ (لو$_{$ هـ$}$ ٤ - لو$_{$ هـ$}$ ٠) (ب)

(ج) $\frac{ص}{س} = \frac{$ جا$^٤ س}{$ جتا$^٢ س}$

$ص = \int \frac{$ جا$^٤ س}{$ جتا$^٢ س}$ د$س$

$ص = \int$ ظا$^٢ س \times$ جا$^٢ س$ د$س$

$ص = \int$ ظا$^٢ س$ (١ - جتا$^٢ س$) د$س$

$ص = \int$ ظا$^٢ س$ د$س - \int$ ظا$^٢ س$ جتا$^٢ س$ د$س$

(اختصر)

$ص = \int$ (ق$^٢ س - ١$) د$س - \int$ جا$^٢ س$ د$س$

$ص =$ ظاس $- س - \frac{١}{٢} \int$ (١ - جتا٢س) د$س$

$ص =$ ظاس $- س - \frac{١}{٢} (س - \frac{$ جا٢س$}{٢}) +$ جـ

لكن

$١ = ٠ - ٠ - ٠ +$ جـ $\leftarrow$ جـ $= ١$

$ص =$ ظاس $- س - \frac{١}{٢} س + \frac{١}{٤}$ جا٢س $+ ١$

$ص =$ ظاس $- \frac{٣}{٢} س + \frac{١}{٤}$ جا٢س $+ ١$

٤س ④ ١) ب

٢) ب $(\frac{-٩}{٢}$ ، $\frac{١}{٢})$ ، $س = \frac{١}{٢}$

ر (-١٦) ، جـ $= \frac{٥}{٢}$

$(ص-١)^٢ = ١٠ (س+٢)$

٣) $\frac{٩}{٣٦} (ص+٣)^٢ + \frac{(س-٢)^٢}{٣٦} = \frac{٣٦}{٣٦}$

$\frac{(ص+٣)^٢}{٤} + \frac{(س-٢)^٢}{٣٦} = ١$ ناقص

(ب)

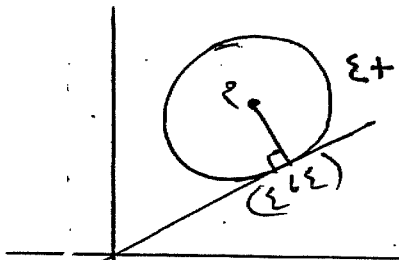
$م^2 = 36$

$ن^2 = 4$ ← $هـ = \frac{\sqrt{32}}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$حـ^2 = 32$

(جـ)

(ب) المركز



$س = ل$ ، $ص = ل + 4$

$م (ل ، ل + 4)$

نق ⊥ مماس

$م_{نق} \times م_{مماس} = -1$

$\frac{ل + 4 - 4}{ل - 4} \times 1 = -1$

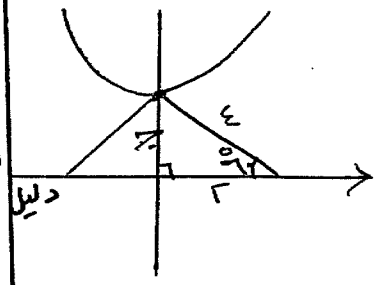
$\frac{ل}{ل - 4} = -1$ ← $ل = 2$

$م (2\sqrt{2} ، 6) ، (4 ، 4)$

$ر = \sqrt{4^2 + 4} = \sqrt{8}$

المعادلة : $(س - 4)^2 + (ص - 6)^2 = 8$

(جـ)



$ظا ٦٠ = \frac{جـ}{2}$

$\sqrt{3} = \frac{جـ}{2}$

$حـ = 2\sqrt{3}$

$ر (0 ، 2\sqrt{3})$

$(س - 0)^2 = 8\sqrt{3}(ص - 2\sqrt{3})$

(٥) $س^2 = 4ب$ ← $36 = 4ب$ ← $ب = 9$

$ب = 8$ ← $ن = 4$ ← $ن^2 = 16$

$حـ^2 = 20$

$حـ = 2\sqrt{5}$

البُعد $= 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ (ب)

(٤) $م^2 = \frac{ك^2}{3}$ ، $ب^2 = 4$

$م = \frac{ك}{\sqrt{3}}$ ← $\frac{2ك}{\sqrt{3}} = 10$ ← $ك = 5\sqrt{3}$

(٤)

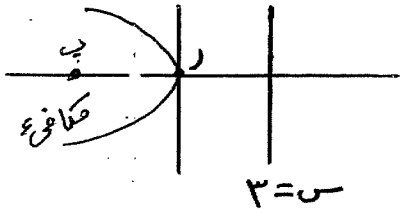
(٣) $س = ظا هـ$ ، $ص = قا هـ$

$قا^2 هـ - ظا^2 هـ = 1$ ← $ص^2 - س^2 = 1$ (م)

(ب) $\frac{1}{2} \times 2\pi م = 20\pi$ ← $م ب = 20$

$م (0 ، 0)$

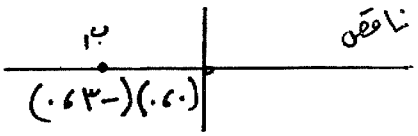
البؤرة $(-\sqrt{63} ، 0)$



$حـ = 3$

نوع : سيني

$م (0 ، 0)$



$حـ^2 = م^2 - ن^2$ ← $9 = م^2 - \left(\frac{20}{م}\right)^2$

$9 = م^2 - \frac{400}{م^2}$ ← $9م^2 = م^4 - 400$

$م^4 - 9م^2 - 400 = 0$

$(م^2 - 25)(م^2 + 16) = 0$

$م^2 = 25$ ، $م^2 = -16$

$ن^2 = 16$

المعادلة : $\frac{س^2}{25} + \frac{ص^2}{16} = 1$

(جـ) $4س^2 - 16س - ص^2 + 10ص = 17$

$4(س^2 - 4س + 4) - (ص^2 - 10ص + 25) = 17 + 16 - 25$

$\frac{4(س - 2)^2}{8} - \frac{(ص - 5)^2}{8} = \frac{8}{8}$

$\frac{(س - 2)^2}{2} - \frac{(ص - 5)^2}{8} = 1$

م (2 ، 5)

زائد سيني

$م^2 = 2$ ← $م = \sqrt{2}$

$ن^2 = 8$

$حـ^2 = 10$ ← $جـ = \sqrt{10}$

رأسيه $(2 \pm \sqrt{2} ، 5)$

بؤرتيه $(2 \pm \sqrt{10} ، 5)$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

منهاجي
متعة التعليم الهادف
ط ة ا غ

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ (د س)
اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠١٩/٦/١٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣٠ علامة)

أ) جد كلًا من التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{٥س^{٣} + ٤}{س^{٢} + ٢س}$ دس (١١ علامة)

٢) $\int$ جتا^{٤}س دس (١٠ علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة (٩ علامات)

١) إذا كان م(س) معكوسًا لمشتقة الاقتران المتصل ق حيث ق(س) = ظاس + ٢ ، س ∈ $[\frac{\pi}{٣}، \frac{\pi}{٤}]$

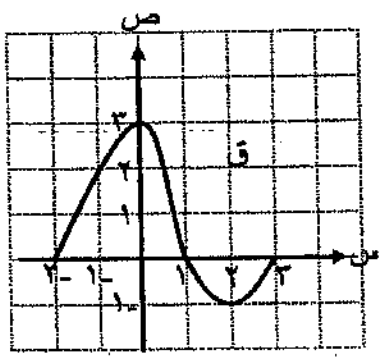
فإن م$'$ ($\frac{\pi}{٤}$) تساوي:

أ) ٢ ب) $\sqrt{٢}$ ج) −٢ د) − $\sqrt{٢}$

٢) إذا كان $\int_{١}^{ج}$ (٤ − ٢جـ)^{٤} دس = ١٦ ، جـ < ٣ ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) صفر ج) ٢ د) ١

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على الفترة [−٢ ، ٣] ، ما قيم الثابتين م ، ن على الترتيب التي تحقق المتباينة: م ≤ $\int_{-٢}^{٣}$ (ق(س) + ٢) دس ≤ ن ؟



أ) ٠ ، ٢٥ ب) ٥ ، ٢٥
ج) −٢٥ ، −٥ د) −٥ ، ١٥

يتبع الصفحة الثانية /....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٢٨ علامة)

أ) جد التكامل الآتي: $\int س^{٢} هـ^{٣س} \, دس$ ، حيث هـ العدد النيبيري (١٠ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $لـو_{هـ} \left(\sqrt{٢س^{٢} + ٨س} \right) + هـ^{١-س^{٢}}$ ، فجد ق`(١) (٩ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) قيمة $\int_{١}^{٣} \frac{١}{٧ - ٢س} \, دس$ تساوي:

أ) $٢ لـو_{هـ} ٥$ ب) $٢ لـو_{هـ} ٤$ ج) $\frac{١}{٢} لـو_{هـ} ٥$ د) $\frac{١}{٢} لـو_{هـ} ٤$

٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى كل من الاقترانين ق ، هـ

إذا كانت المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق ، هـ

على الفترة [أ، ب] تساوي (٧) وحدات مربعة، وكان ∫ ق(س) دس = ٦ ،

فإن $\int_{أ}^{ب} هـ(س) \, دس$ يساوي:

أ) ١ ب) ١٣ ج) ٧ د) ٦

٣) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{س + ٣}{س}$ وكانت النقطة (١ ، ٠) تقع على منحناها، فإن قاعدة العلاقة ص هي:

أ) ص = س + ٣ $لـو_{هـ}$ | س | + ١ ب) ص = س + ٣ $لـو_{هـ}$ | س | − ١

ج) ص = ٣ $لـو_{هـ}$ | س + ٣ | + ١ د) ص = ٣ $لـو_{هـ}$ | س + ٣ | − ١

السـؤال الثالث: (٣٢ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية: (١٢ علامة)

ق(س) = ٢ − $س^{٢}$ ، هـ(س) = $س^{٢}$ ، ل(س) = س + ٢

ب) حل المعادلة التفاضلية : $\frac{دص}{س^{٢}} = \sqrt{س^{٤} - ٢} \, دس$ (١١ علامة)

يتبع الصفحة الثالثة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $\int_{١}^{٣} (٢ + ق(س)) \, دس = ٧$ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٣} ق(س) \, دس + \int_{٣}^{١} ٢ق(س) \, دس$ تساوي:

أ) -٥ ب) ٣ ج) -٣ د) ٥

٢) إذا كان $\int_{٣}^{٢} ق(س) \, دس = ٤$ ، $\int_{٣}^{٦} ق(س) \, دس = -٨$ ، فإن $\int_{٢}^{٦} ق(س) \, دس$ يساوي:

أ) -٤ ب) -١٢ ج) ٤ د) ١٢

٣) إذا كان $ق'(س) \, دس = (أ + ٢)س^{٤}$ ، $ق'(٢) = ٤٨$ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) -١ ب) ٣ ج) -٢ د) ٢

السـؤال الرابع: (٣٠ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات، ويقع مركزها على المستقيم ص - ٢س = صفر ، وتمر بالنقطة (١ ، ٧) (١١ علامة)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات، ويمر بالنقاط (٣ ، ٣) ، (٦ ، ٠) ، (٠ ، ٢) (١٠ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا قطع مستوى مخروط قائم مزدوج بشكل عمودي على المحور، بحيث لا يحتوي القطع على رأس المخروط، فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

٢) إحداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته: $٣س^{٢} - ١٦ = ٨ص$ هي:

أ) (-٢ ، ٠) ب) (٠ ، ٢) ج) (٢ ، ٠) د) (٠ ، -٢)

٣) قطع ناقص طول محوره الأكبر مثلي طول محوره الأصغر، فإن اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ج) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

يتبع الصفحة الرابعة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) جد معادلة القطع الزائد الذي محوره القاطع يوازي محور السينات ونهاية أحد طرفي محوره المرافق النقطة (١ ، −٥) ، وإحدى بؤرتيه النقطة (٥ ، −٢) (١٠ علامات)

ب) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١١ علامة)

$١٠س^{٢} + ص^{٢} - ٤٠س - ٤ص + ٣٤ = ٠$

ج) انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) قطع ناقص مركزه نقطة الأصل، مساحته (١٢π) وحدة مربعة، وأحد رأسيه النقطة (−٤ ، ٠)، ما إحداثيا البؤرة القريبة من هذا الرأس؟

أ) ($\sqrt{٧}$ ، ٠) ب) (٠ ، $\sqrt{٧}$) ج) (٠ ، −$\sqrt{٧}$) د) (−$\sqrt{٧}$ ، ٠)

٢) ما طول المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته: $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{٦} = ١$ ؟

أ) ٣ ب) ٦ ج) ٦ د) $\sqrt{٦}$

٣) معادلة المحل الهندسي للنقطة ل (س ، ص) التي تتحرك في المستوى الإحداثي والتي يكون بُعدها عن النقطة م (٣ ، ٠) مساويًا دائمًا لبُعدها عن المستقيم الذي معادلته س = −٥ هي:

أ) $ص^{٢} = ١٦(س + ١)$ ب) $ص^{٢} = ١٦(س - ١)$

ج) $ص^{٢} = ٨(س + ٢)$ د) $ص^{٢} = ٨(س - ٢)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(انتهت الأسئلة)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) جد معادلة القطع الزائد الذي محوره القاطع يوازي محور السينات ونهاية أحد طرفي محوره المرافق النقطة (١ ، −٥) ، وإحدى بؤرتيه النقطة (٥ ، −٢) (١٠ علامات)

ب) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١١ علامة)

$١٠س^{٢} + ص^{٢} - ٤٠س - ٤ص + ٣٤ = ٠$

ج) انقل إلى دفترإجابتـك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) قطع ناقص مركزه نقطة الأصل، مساحته (١٢π) وحدة مربعة، وأحد رأسيه النقطة (−٤ ، ٠)، ما إحداثيا البؤرة القريبة من هذا الرأس؟

أ) $(\sqrt{٧}، ٠)$ ب) $(٠، \sqrt{٧})$ ج) $(٠، -\sqrt{٧})$ د) $(-\sqrt{٧}، ٠)$

٢) ما طول المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته: $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{٦} = ١$ ؟

أ) ٣ ب) $\sqrt{٦}$ ج) ٦ د) $\sqrt{٦}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

٣) معادلة المحل الهندسي للنقطة ل (س ، ص) التي تتحرك في المستوى الإحداثي والتي يكون بُعدها عن النقطة م (٣ ، ٠) مساويًا دائمًا لبُعدها عن المستقيم الذي معادلته م = −٥ هي:

أ) $ص^{٢} = ١٦(س + ١)$ ب) $ص^{٢} = ١٦(س - ١)$

ج) $ص^{٢} = ٨(س + ٢)$ د) $ص^{٢} = ٨(س - ٢)$

(انتهت الأسئلة)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س١ (٣٠) ① مسألة طويلة ثم كور

$$\int \frac{5س^3+4}{س^2+2س}\,د س$$

$$\begin{array}{r|l} 5س-10 & س^2+2س \\ \hline 5س^3+4 & \\ -5س^3-10س^2 & \\ \hline 10س^2+4 & \\ -10س^2-20س & \\ \hline 20س+4 & \end{array}$$

$$= \int (5س-10)\,د س + \int \frac{20س+4}{س^2+2س}\,د س$$

$$= \frac{5}{2}س^2 - 10س + \int \left(\frac{أ}{س} + \frac{ب}{س+2}\right) د س$$

$$20س+4 = أ(س+2) + ب س$$

بالتعويض: $س=0 \Rightarrow 4 = 2أ \Rightarrow أ=2$

$س=-2 \Rightarrow -36 = -2ب \Rightarrow ب=18$

$$= \frac{5}{2}س^2 - 10س + 2\ln|س| + 18\ln|س+2| + ج$$

٢) $\int جتا^4 س\,د س = \int (جتا^2 س)^2\,د س$ حافظ بقانون فقط

$$\int \left(\frac{1}{2}(1+جتا 2س)\right)^2 د س$$

$$\frac{1}{4}\int (1+2جتا 2س + جتا^2 2س)\,د س$$

$$\frac{1}{4}\left(س + \frac{2جا 2س}{2} + \frac{1}{2}\left(س + \frac{جا 4س}{4}\right)\right) + ج$$

ب) (الدوائر ج، ب، ب)

س٢ م) $\int س^2 هـ^{3س}\,د س$ اجزاء مرتين

$$ع = س^2 \Rightarrow ص ع = 2س\,د س$$

$$ص ص = هـ^{3س}\,د س \Rightarrow ص = \frac{1}{3}هـ^{3س}$$

$$= \frac{1}{3}س^2 هـ^{3س} - \frac{2}{3}\int س هـ^{3س}\,د س$$

$$ع = س \Rightarrow ص ع = 1\,د س$$

$$ص ص = هـ^{3س}\,د س \Rightarrow ص = \frac{1}{3}هـ^{3س}$$

$$\frac{1}{3}س^2 هـ^{3س} - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}س هـ^{3س} - \frac{1}{3}\int هـ^{3س}\,د س\right)$$

$$\frac{1}{3}س^2 هـ^{3س} - \frac{2}{9}س هـ^{3س} + \frac{2}{27}هـ^{3س} + ج$$

يمكن الحل بالجدول

س٣) بجهز أولاً لوجود (لو)

$$ق(س) = \frac{1}{ق(س)}\,لو(2س^2+8س)^{\frac{1}{2}} + ك e^{1-س^2}$$

$$ق(س) = \frac{1}{12}\,لو(2س^2+8س) + ك e^{1-س^2}$$

$$ق(س) = \frac{1}{12} \times \frac{4س+8}{2س^2+8س} + ك e^{1-س^2} \times (-2س)$$

$$ق(1) = \frac{1}{12} \times \frac{12}{10} + ك e^{0} = 1$$

$$= \frac{2}{5} - ك = \boxed{-\frac{3}{5}}$$

ج) (الدوائر ج، ب، ب)

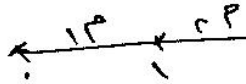
س٣ م) ٣ اقترانات لانهائي ارجع الأول

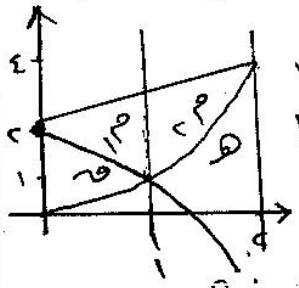
$$\begin{array}{l} ك = س^2 \\ ك = 2س^2 \\ س^2 = 1 \\ س = \pm 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2س^2 = س^2 + 2س \\ س^2 - 2س = 0 \\ س(س-2) = 0 \\ س = 0 \text{ مرفوض}, \quad س = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} س^2 = س + 2 \\ س^2 - س - 2 = 0 \\ (س-2)(س+1) = 0 \\ س = 2 \text{ مرفوض}, \quad س = -1 \end{array}$$

سؤال راجعي





$$م_1 = \int_{-1}^{1} (س+2) - (2-س^2)\,د س$$

$$= \int_{-1}^{1} (س^2+س)\,د س = \boxed{\frac{5}{6}}$$

$$م_2 = \int_{1}^{2} (س+2) - (س^2)\,د س$$

$$= \ldots\ldots = \boxed{\frac{7}{6}}$$ (تقريباً بالآلة)

المساحة الكلية $= \frac{5}{6} + \frac{7}{6} = \frac{12}{6} = \boxed{2}$

ب) $\frac{ص ص}{س ص} = \sqrt{7س^4 - 2}$

$$ص ص = \sqrt{7س^4-2}\,د س$$

$$\int ص ص = \int س\sqrt{7س^4-2}\,د س$$

$$ص = \int س \times ع \times \frac{د ع}{4س^3}$$

$$ع = 7س^4 - 2$$

$$ع^2 = 7س^4 - 2$$

$$2ع\,د ع = 28س^3\,د س$$

$$د س = \frac{د ع}{4س^3}$$

$$ص = \frac{1}{4}\int ع^2 + 2\,د ع$$

$$ص = \frac{1}{4}\int (ع^2+2)\,د ع$$

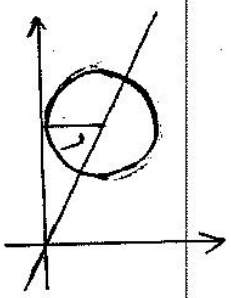
$$ص = \frac{1}{4}\left(\frac{ع^3}{3} + 2ع\right) + ج$$

$ص = \frac{1}{2}(٧س - ٤ - ٤)^{٥} + \frac{٤}{٦}(٧س - ٤ - ٤)^{٣} + ٥$

د) الدوائر جـ ، ب ، ٩

٤ س

٩) المركز $(ر ، ٢ر)$ ويقع على المستقيم $ص = ٢س$



$\therefore ق = ٢ر$

$\therefore$ المركز $(ر ، ٢ر)$

$(س - ر)^{٢} + (ص - ٢ر)^{٢} = ر^{٢}$

$(١ ، ٧)$ تحقق المعادلة

$(١ - ر)^{٢} + (٧ - ٢ر)^{٢} = ر^{٢}$

$ر = ٥$ ، $ر = \frac{٥}{٣}$

(المعادلة الأولى)

مركزها $(١٠ ، ٥)$

$(س - ٥)^{٢} + (ص - ١٠)^{٢} = ٢٥$

المعادلة الثانية

مركزها $(\frac{٥}{٣} ، ٥)$

$(س - \frac{٥}{٣})^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = \frac{٢٥}{٤}$

ب) الحل بيانياً (بيانات)

$س = ٩ ص^{٢} + ب ص + جـ$

$(٣ ، ٣) \Leftarrow ٣ = ٩ + ٣ب + جـ$ ---①

$(٠ ، ٦) \Leftarrow ٦ = ٠ + ٠ + جـ \Leftarrow$ جـ = ٦

$(٠ ، ٢) \Leftarrow ٠ = ٤ + ٢ب + ٦$ ---②

بحل المعادلتين $٩ = ٢$ ، $ب = -٧$

المعادلة

$س = ٢ ص^{٢} - ٧ ص + ٦$

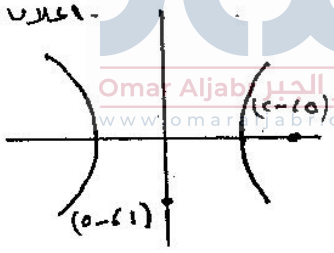
د) الدوائر لـ ٩ ، ٥ ، ب

٥ س ٩)

(الاسم: زائد

(المركز: ؟؟

(النوع: سيني



(المركز $(١ ، -٢)$

$\frac{(س - ١)^{٢}}{٩^{٢}} - \frac{(ص + ٢)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

$ب = ٣$ | $ق = ٤$ | $ق^{٢} = ٩^{٢} + ب^{٢}$

$ب^{٢} = ٩$ | $ق^{٢} = ١٦$ | $١٦ = ٩^{٢} + ٩$

$٩^{٢} = ٧$

$\frac{(س - ١)^{٢}}{٧} - \frac{(ص + ٢)^{٢}}{٩} = ١$

ا)

$١٠ س^{٢} - ٤٠ س + ص^{٢} - ٤ ص = -٤٤$

$١٠ (س^{٢} - ٤ س + ٤) + ص^{٢} - ٤ ص + ٤ = -٤٤ + ٤٠ + ٤$

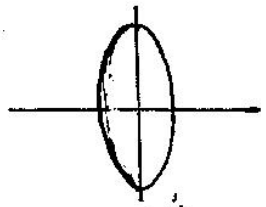
$١٠ (س - ٢)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ١٠$

$\frac{(س - ٢)^{٢}}{١} + \frac{(ص - ٢)^{٢}}{١٠} = ١$

(الاسم: ناقص

(المركز: $(٢ ، ٢)$

(النوع: صادي



نقص	عكس	نقص
$٩^{٢} = ١٠$	$ب^{٢} = ١$	$ق^{٢} = ٩^{٢} - ب^{٢}$
$٩ = \sqrt{١٠}$	$ب = ١$	$= ١٠ - ١ = ٩$
		$ق = ٣$

(الرأسان $(٢ ، ٢ \pm \sqrt{١٠})$

(البؤرتان $(٢ ، ٢ \pm ٣)$

$(٥ ، ٢)$ ، $(-١ ، ٢)$

د) الدوائر لـ ٥

٥ ، ب ، ٩

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

F ٣M R

٢ — ١

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

د س
مدة الامتحان: ٢ : ٠٠
اليوم والتاريخ: الأحد ٢٠١٩/٨/٤

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

صـ ١ ـ ٥٠

السؤال الأول: (٣٠ علامة)

أ) جد كلًا من التكاملات الآتية:

١) $\int جا^{٣}س\,(٤ + جتا س)^{٥}\,دس$ (١١ علامة)

٢) $\int \frac{٩}{س^{٢} - ٦س - ٧}\,دس$ (١٠ علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $ق(س)\,دس = س^{٣} - س^{٢}$ ، فإن قيمة $ق'(١) - ق(١)$ تساوي:

أ) ٤ ب) ٣ ج) صفر د) ٢

٢) قيمة $\int_{١}^{٠} \frac{٢س^{٢} - ٦س}{٣ - س}\,دس$ تساوي:

أ) -١ ب) ١ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $-\frac{١}{٢}$

٣) إذا كان ق اقترانًا معرفًا على الفترة [-٢ ، ١] ، وكان $٣ \geq ق(س) \geq ٥$ ، فما قيم الثابتين م ، ن على الترتيب بحيث أن: $م \geq \int_{-٢}^{١} ٢ق(س)\,دس \geq ن$ ؟

أ) ٩ ، ١٥ ب) ٦ ، ١٠ ج) ١٨ ، ٣٠ د) ٣ ، ٥

يتبع الصفحة الثانية /،،،،

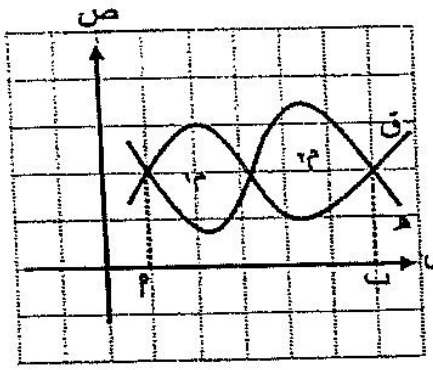
السـؤال الثاني: (٢٨ علامة)

أ) جـد: $\int_{\text{ر}_{\text{أ}}\text{س}}^{\text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س}} \frac{\text{د س}}{\text{س}}$ (١٠ علامات)

ب) إذا كان $\text{ص}^{٢} = \text{لـو}_{\text{هـ}}(٢\text{س}^{٢} - ٣\text{ص})$ ، فجد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ (٩ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق ، هـ على الفترة [أ، ب] ، إذا كانت المساحة م١ تساوي ٤ وحدات مربعة والمساحة م٢ تساوي ٥ وحدات مربعة فإن $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} (\text{ق}(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س}))\,\text{د س}$ يساوي:



أ) ٩ ب) -١ ج) -٩ د) ١

٢) $\int_{\text{ر}_{\text{أ}}\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ١}^{\text{ر}_{\text{أ}}\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ١} \text{د س}$ يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $-\frac{١}{٢}$ ج) ١ د) -١

٣) حل المعادلة التفاضلية: د س - ٥ د ص = جتا س د س هو:

أ) ص = ٥ (س - جا س) + جـ ب) ص = $\frac{١}{٥}$ (س + جا س) + جـ

ج) ص = $\frac{١}{٥}$ (س - جا س) + جـ د) ص = ٥ (س + جا س) + جـ

السـؤال الثالث: (٣٢ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين: (١٢ علامة)

ق(س) = $\text{س}^{٢}$ ، هـ(س) = س + ٦ على الفترة [-٥ ، ٣]

ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{٤\text{ص}^{٣}}{(٢\text{س} - ٥)^{\frac{١}{٣}}}$

فجد قاعدة هذه العلاقة علمًا بأن منحناها يمر بالنقطة (٣ ، ١) (١١ علامة)

يتبع الصفحة الثالثة ....

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $\int_{٣}^{١} ٢ق(س)\,دس = -٤$ ، $\int_{٦}^{١} ق(س)\,دس = ٢$ ، فإن $\int_{٦}^{٣} ق(س)\,دس$ يساوي:

أ) ٤ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٢

٢) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{جا٢س}{١ + جا^{٢}س}\,دس$ يساوي:

أ) $لو_{هـ}\frac{١}{٢}$ ب) $لو_{هـ}٢$ ج) صفر د) $-لو_{هـ}٢$

٣) إذا كان ق(س) = $(هـ^{٢س+١})^{٢}$ ، فإن ق`(٠) تساوي:

أ) ٢هـ^{٢} ب) هـ^{٢} ج) ٨هـ^{٢} د) ٤هـ^{٢}

السؤال الرابع: (٣٠ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم ب ص = ٣ ، وتمر بالنقطتين (٢ ، ١) ، (٠ ، ٥) (١١ علامة)

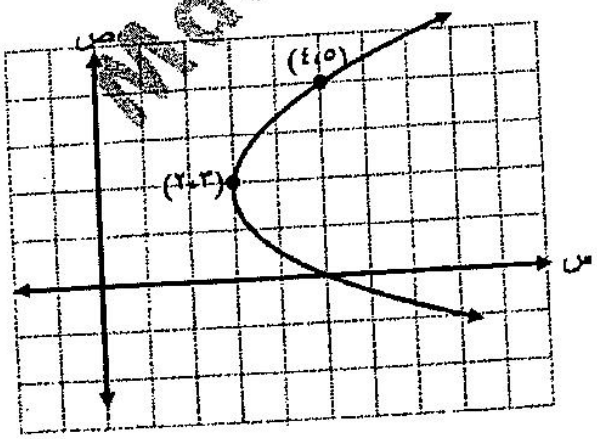
ب) جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٣ ، ٢) ومحوره يوازي محور السينات، ويمر منحناه بالنقطة (٣ ، ٤) ، ويقع رأسه إلى يسار بؤرته. (١٠ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) والتي تتحرك في المستوى البياني بحيث يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقدارًا ثابتًا هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل قطع مكافئ رأسه النقطة (٣ ، ٢) ويمر بالنقطة (٥ ، ٤) فإن معادلته هي:



أ) (ص − ٢)^{٢} = ٢(س − ٣)

ب) (ص − ٢)^{٢} = −٢(س − ٣)

ج) (س − ٣)^{٢} = ٢(ص − ٢)

د) (س − ٣)^{٢} = −٢(ص − ٢)

٣) قطع ناقص معادلته: س^{٢} + ٤ص^{٢} = ١٠٠ ، فإن مساحته بالوحدات المربعة تساوي:

أ) ٢٥ π ب) ٥٠ π ج) ٢٥٠٠ π د) ٥٠٠ π

يتبع الصفحة الرابعة ....

Omar Aljabr عمر الجبر

السؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه النقطتان (٤ ، ٣) ، (٠ ، ٣) وطول محوره الأكبر يساوي أربعة أمثال بعده البؤري.

(١٠ علامات)

ب) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١١ علامة)

٩س^2 − ٤ص^2 + ١٨س + ١٦ص = ٤٣

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) قطع زائد معادلته $\frac{(س-٣)^2}{٤} - \frac{(ص+٢)^2}{٩} = ١$ ، فإن معادلة محوره القاطع هي:

أ) س = ٣ ب) س = −٢ ج) ص = ٣ د) ص = −٢

٢) قطع ناقص معادلته: $\frac{س^2}{٩} + \frac{ص^2}{٢٥} = ١$ ، فإن مجموع طولي محوريه يساوي:

أ) ٨ ب) ٢٥ ج) ١٦ د) ٣٤

٣) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى البياني بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≤ ٠ بالمعادلتين س = ن^2 ، ص = ن ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) هي:

أ) ص^2 = س ب) س^2 − ص^2 = ٢س

ج) س^2 + ص^2 = ٢ص د) س^2 + ص^2 = ٢

Mathforum

(انتهت الأسئلة)

س١ (أ) ١) تعويض

$\int \frac{جتا^3 س}{جا^5 س} \times \frac{ص^5}{} \, \frac{د ص}{د س}$

$ص = ٤ + جتا س$

$\frac{د ص}{د س} = -جا س$

$\int \frac{جتا^2 س}{جا^5 س} ص^5 \, د ص$

$\int \frac{1 - جا^2 س}{جا^5 س} ص^5 \, د ص$

$\int (1 - جا^2 س) ص^5 \, د ص$

$\int (1 - (ص-٤)^2) ص^5 \, د ص$

$\int (ص^7 - ٨ ص^6 + ١٥ ص^5) \, د ص$

$\frac{ص^8}{8} - \frac{8}{7} ص^7 + \frac{15}{6} ص^6 + ج$

$\frac{(٤ + جتا س)^8}{8} - \frac{8}{7} (٤ + جتا س)^7 + \frac{15}{6} (٤ + جتا س)^6 + ج$

(ب) $٢ ص \frac{د ص}{د س} = \frac{٤ س - ٣ \frac{د ص}{د س}}{٢ س^2 - ٣ ص}$

$٤ س^2 ص \frac{د ص}{د س} - ٦ ص^2 \frac{د ص}{د س} + ٣ \frac{د ص}{د س} = ٤ س$

$\frac{د ص}{د س} (٤ س^2 ص - ٦ ص^2 + ٣) = ٤ س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٤ س}{٤ س^2 ص - ٦ ص^2 + ٣}$

(جـ)

الفقرة	١	٢	٣
الرمز	ب	م	جـ

س٢ (أ) تعويض

$\int \frac{لو ص}{٧ ص} \times ٢ \sqrt{س} \, \frac{د ص}{ص}$ أجزاء

$ص = ٧^{\sqrt{س}}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{٢ \sqrt{س}}$

$هـ = لو ص \leftarrow د هـ = \frac{1}{ص} د ص$

$د هـ = ٢ د ص \leftarrow هـ = ٢ ص$

$= ٢ ص لو ص - \int ٢ ص \times \frac{1}{ص} د ص$

$= ٢ ص لو ص - ٢ ص + ج$

$= ٢ \sqrt{س} لو ٧^{\sqrt{س}} - ٢ \sqrt{س} + ج$

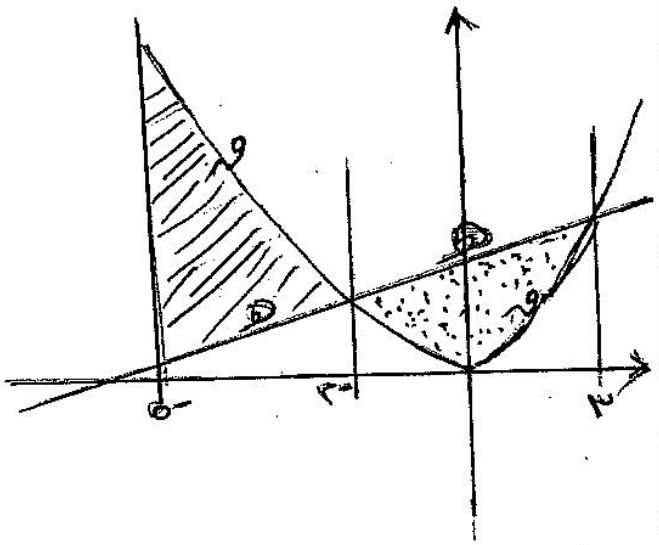
(ب)

الفقرة	١	٢	٣
الرمز	ب	م	جـ

س٣ (أ) تقاطع

$س^2 = س + ٦ \leftarrow س^2 - س - ٦ = ٠$

$(س-٣)(س+٢) = ٠ \leftarrow س = ٣ ، -٢$



$م = \int_{-٢}^{٣} (س + ٦ - س^2) \, د س$

$م = \left| \frac{س^2}{2} + ٦ س - \frac{س^3}{3} \right|_{-٢}^{٣}$

$م = \frac{١٥٧}{٢}$

(جـ)

الفقرة	١	٢	٣
الرمز	م	ب	د

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(ب) $\frac{ص}{س} = \frac{٤ص^{٣}}{\frac{١}{٣}(٥-س-٢)}$

$\frac{ص}{٤ص^{٣}} = \frac{س}{\frac{١}{٣}(٥-س-٢)}$

$\int \frac{١}{٤} ص^{-٣}\, ص = \int \frac{١}{٣}(٥-س-٢)^{-\frac{١}{٣}}\, س$

$\frac{١}{٤} \times \frac{ص^{-٢}}{-٢} = \frac{(٥-س-٢)^{\frac{٢}{٣}}}{\frac{٢}{٣} \times -٢} + جـ$

$\frac{-١}{٨ص^{٢}} = \frac{٣}{٤}\sqrt[٣]{(٥-س-٢)^{٢}} + جـ$

(١،٣) تحقق $\frac{-١}{٨} = \frac{٣}{٤} \times \sqrt[٣]{١} + جـ$

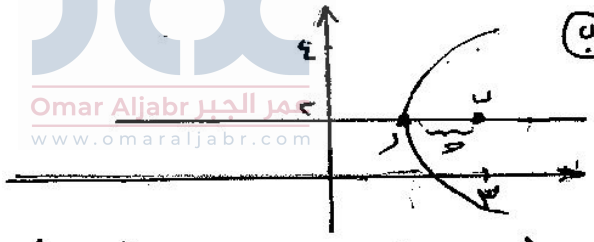
$جـ = \frac{-١}{٨} - \frac{٣}{٤} = \frac{-٧}{٨}$

$\frac{-١}{٨ص^{٢}} = \frac{٣}{٤}\sqrt[٣]{(٥-س-٢)^{٢}} - \frac{٧}{٨}$

$\frac{-١}{٨ص^{٢}} = \frac{٦\sqrt[٣]{(٥-س-٢)^{٢}} - ٧}{٨}$

$ص^{٢} = \frac{-١}{٦\sqrt[٣]{(٥-س-٢)^{٢}} - ٧}$

(ب)



ر ≡ (-٣ ، جـ ، ٢) يتحرك في مستوى يمر (٤،٣)

$(ص-٢)^{٢} = ٤جـ(س+٣+جـ)$

(٤،٣) تحقق $٤ = ٤جـ(جـ) \leftarrow جـ^{٢} = ١$

$جـ = ١$ ، ~~-١~~ تهمل

المعادلة : $(ص-٢)^{٢} = ٤(س+٣)$

(ج)

الفقرة	١	٢	٣
الرمز	جـ	م	ب

(أ) س٥ م (٣،٢) ، جـ = ٢ ، ص يمس

$م^{٢} = ٤ \times ٤ \leftarrow م = ٨$

$ب^{٢} = م^{٢} - جـ^{٢} = ٦٤ - ٤ = ٦٠$

$\frac{(س-٢)^{٢}}{٦٤} + \frac{(ص-٣)^{٢}}{٦٠} = ١$

(أ) س٤ $س^{٢} + ص^{٢} + ٢٩س + ٢ب ص + جـ = ٠$

م (-٩ ، -ب)

(-٩ ، -ب) تحقق المستقيم $-ب = ٣ \leftarrow ب = -٣$

(٥،٥٠) تحقق الدائرة $٠ = ٢٥ + ٠ + ١٠ب + جـ$

$٠ = جـ + ٣٠ - ٢٥$

$جـ = ٥$

(١،٢) تحقق الدائرة $٠ = ٥ + ٦ب + ٤م + ٤ + ١$

$٠ = ٥ - ٦ + ٤م + ٥$

$م = -١$

$س^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٦ص + ٥ = ٠$

(ب) $٩س^{٢} + ١٨س - ٤ص^{٢} + ١٦ص = ٤٣$

$٩(س^{٢}+٢س+١) - ٤(ص^{٢}-٤ص+٤) = ٤٣ + ٩ - ١٦$

$\frac{٩(س+١)^{٢}}{٣٦} - \frac{٤(ص-٢)^{٢}}{٣٦} = \frac{٣٦}{٣٦}$

$\frac{(س+١)^{٢}}{٤} - \frac{(ص-٢)^{٢}}{٩} = ١$

م (-١ ، ٢) ، زائد سيني

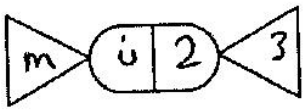
$م^{٢} = ٤$ ، $ب^{٢} = ٩$ ، $جـ^{٢} = ١٣$

رأسين (-١ ± ٢ ، ٢) ، بؤرتين $(-١ \pm \sqrt{١٣} ، ٢)$

(ج)

الفقرة	١	٢	٣
الرمز	د	جـ	م

بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الورقة الثانية / ف٢ — د من ٢
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) / خطة (٢٠١٩) — مدة الامتحان: ٢:٠٠
اليوم والتاريخ: الأحد ٢٠١٩/٨/٤

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٤٤ علامة)

أ) جد كلًا من التكاملات الآتية:

١) $\int_{1}^{2} (س^{٢} + \frac{٥}{س^{٢}}) \, دس$ (١٦ علامة)

٢) $\int \frac{قا^{٢}س}{٤ - ظا^{٢}س} \, دس$ (١٦ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان م(س) = $س^{٢} - ب س$ معكوسًا لمشتقة الاقتران المتصل ق، وكان ق(١) = ٥ ،
فإن قيمة الثابت ب تساوي:

أ) ٣ ب) -٣ ج) ٤ د) -٤

٢) قيمة $\int_{-١}^{٢} هـ^{٢} \, دس$ تساوي:

أ) ٣ ب) $\frac{٧}{٣}$ ج) $٣هـ^{٢}$ د) $هـ^{٢}$

٣) إذا كان ق اقترانًا معرفًا على الفترة [-٢ ، ١] ، وكان ١ ≤ ق(س) ≤ ٤ ،
فإن أكبر قيمة للمقدار: $\int_{-٢}^{١} (ق(س) - ٢) \, دس$ تساوي:

أ) ٢ ب) -١ ج) -٣ د) ٦

٤) $\int \frac{س - ٤}{٢ - ٣س} \, دس$ يساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} + ٢س + جـ$ ب) $-\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} - ٢س + جـ$

ج) $\frac{س^{٢}}{٢} + ٢س + جـ$ د) $-\frac{س^{٢}}{٢} - ٢س + جـ$

يتبع الصفحة الثانية /،،،،،،

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

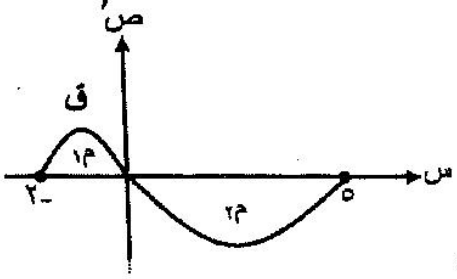
السـؤال الثاني: (٤٦ علامة)

أ) جـد: $\int_{\text{س}^{١٨}}^{} \frac{(\text{س}^{٣} - \text{س})^{٥}}{\text{س}^{١٨}}$ دس (١٧ علامة)

ب) إذا كان ص^{٢} = لـو$_{هـ}$ (س ص^{٣}) ، أثبت أن: ص$'$ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}(٢\text{ص}^{٢} - ٣)}$ (١٧ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على الفترة [-٢ ، ٥] ، إذا علمت أن مساحة المنطقة م$_{١}$ تساوي (٤) وحدات مربعة، ومساحة المنطقة م$_{٢}$ تساوي (٩) وحدات مربعة، فإن $\int_{-٢}^{٥} |\text{ق}(\text{س})|$ دس يساوي:



أ) -٥ ب) ٥ ج) ١٣ د) -١٣

٢) قيمة $\int_{\frac{\pi}{١٢}}^{\frac{\pi}{٦}}$ جتا ٦س دس تساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $-\frac{١}{٦}$ ج) $\frac{١}{٣}$ د) $\frac{١}{٦}$

٣) حل المعادلة التفاضلية: جا^{٢}س دص = ص دس هو:

أ) |ص| = هـ$^{-}$ ظتاس+جـ ب) |ص| = هـ ظتاس+جـ

ج) |ص| = هـ ظتاس+جـ د) |ص| = هـ$^{-}$ ظتاس+جـ

٤) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{٢\text{س}}{\text{ص}}$ فإن قاعدة العلاقة ص هي:

أ) ص^{٢} = س^{٢} + جـ ب) ص^{٢} = ٢س^{٢} + جـ

ج) ص = س + جـ د) ص = ٢س + جـ

السـؤال الثالث: (٣٠ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية: (١٨ علامة)

ق(س) = س^{٣} ، هـ(س) = س + ٦ ، ل(س) = $\frac{-\text{س}}{٢}$

يتبع الصفحة الثالثة ....

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان $\int_{٢}^{١}$ ق(س) دس = -٢ ، $\int_{٢}^{١}$ ق(س) دس = ٨ ، فإن قيمة $\int_{٦}^{٣}$ ق(س) دس تساوي:

أ) ٤ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٢

٢) $\int$ $\frac{\text{س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$ دس يساوي:

أ) س ظاس $\overset{\text{هـ}}{\text{لو}}$ | جتاس | + جـ ب) س ظاس + $\overset{\text{هـ}}{\text{لو}}$ | جتاس | + جـ

ج) س ظاس - $\overset{\text{هـ}}{\text{لو}}$ | جاس | + جـ د) س ظاس + $\overset{\text{هـ}}{\text{لو}}$ | جاس | + جـ

٣) إذا كان الاقترانان م(س)، هـ(س) متعكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق، وكان $\int_{٠}^{٢}$ (م(س) - هـ(س)) دس = ٦

فما قيمة $\int_{٠}^{٢}$ ٤س (م(س) - هـ(س)) دس ؟

أ) ٢٤ ب) ١٢ ج) ٣ د) ٤٨

٤) إذا كان ص = $\sqrt{٨ + \text{هـ}^{٢\text{س}}}$ ، فإن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما س = ٠ تساوي :

أ) $-\frac{١}{٣}$ ب) $-\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

السـؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين س = ٠ ، ص = -١ وتمر بالنقطة (٨ ، ٠) ويقع مركزها في الربع الأول. (١٤ علامة)

ب) جد معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محور تماثله س = ٢ ، ومعادلة دليله ص = ١ ويمر بالنقطة (٦ ، ٦) (١٤ علامة)

يتبع الصفحة الرابعة ....

Scanned by CamScanner

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) التي تتحرك في المستوى البياني بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقدارًا ثابتًا هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

٢) ما إحداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته: ص = ٢س^{٢} + ٢ ؟

أ) (٠ ، ٢) ب) (٠ ، −٢) ج) (٢ ، ٠) د) (−٢ ، ٠)

٣) قطع ناقص طول محوره الأصغر يساوي بعده البؤري، فإن اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

٤) ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها: ٣س^{٢} + ٣ص^{٢} + ٦ص = ٣٣ ؟

أ) $\sqrt{٣}$ ب) ٢ ج) ٢$\sqrt{٣}$ د) ٦

السـؤال الخامس: (٤٠ علامة)

أ) قطع ناقص بؤرتاه النقطتان (−١ ، ١) ، (١ ، ١) ويمر بنقطة الأصل، جد معادلته. (١٢ علامة)

ب) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١٦ علامة)

٩س^{٢} − ١٦ص^{٢} − ١٨س − ٦٤ص − ١٩٩ = ٠.

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) قطع ناقص معادلته: ١٦ص^{٢} = ١٦ − ٤س^{٢} ، فإن مساحته بالوحدات المربعة تساوي:

أ) ٢ π ب) ٤ π ج) ٣ π د) π

٢) قطع زائد معادلته: $\frac{(س + ٣)^{٢}}{٩} - \frac{(ص - ١)^{٢}}{١٦} = ١$ ، فإن معادلة محوره القاطع هي:

أ) ص = −١ ب) ص = ١ ج) س = ٣ د) س = −٣

٣) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س = جتا ن ، ص = جتا٢ن ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) هي:

أ) ص = ٢س^{٢} + ١ ب) ص = ٢ − ٢س^{٢}

ج) ص = ٢س^{٢} − ١ د) ص = ٢ + ٢س^{٢}

٤) إذا قُطِع أحد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل قليلًا عن المحور فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع زائد د) قطع ناقص

(انتهت الأسئلة)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

حلول امتحان الورقة الثانية / ف ٢٠١٩

١ (أ)

$\int_{1}^{هـ} ٢س \ لو_{هـ} س \ دس$ — أجزاء

$ف = لو_{هـ} س \leftarrow ف د = \frac{١}{س} دس$

$د هـ = ٢س \ دس \leftarrow هـ = س^٢$

$= س^٢ لو_{هـ} س \Big|_{1}^{هـ} - \int_{1}^{هـ} س^٢ \times \frac{١}{س} دس$

$= هـ^٢ - \frac{هـ^٢}{٢} + \frac{١}{٢} = هـ^٢ - (\frac{هـ^٢}{٢} - \frac{١}{٢})$

(ب)

الفقرة	١	٢	٣	٤
الرمز	ج	ب	م	ب

٣ (أ)

التقاطعات

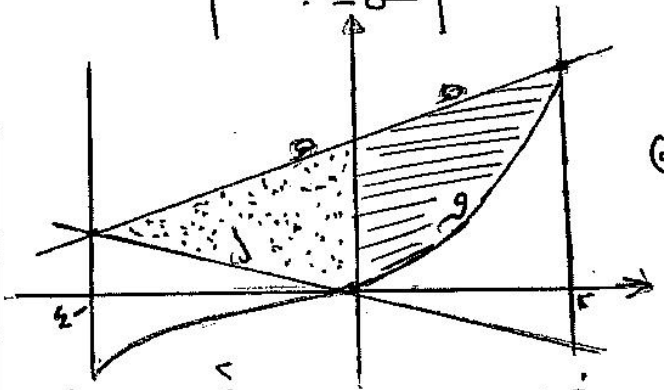
$س^٣ = س + ٦$ | $ص = \frac{س}{٢}$

$س^٣ - س - ٦ = ٠$ | $\frac{س^٣}{٨} + \frac{س}{٢} - ٦ = ٠$

$س = ٢$ | $س(\frac{س^٢}{٨} + \frac{١}{٢}) = ٠$

$س = ٠$ | $س + ٦ = ٠$

$س = -٤$



$م = \int_{-٤}^{٠} (س + ٦ + \frac{س}{٢}) دس + \int_{٠}^{٢} (س + ٦ - س^٣) دس$

$م = \frac{٣}{٨} \times \frac{س^٤}{٤} + ٦س + \frac{س^٢}{٤} \Big|_{-٤}^{٠} + ٦س - \frac{س^٤}{٤} \Big|_{٠}^{٢}$

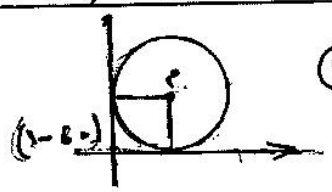
$م = ٠ - (١٢ + ٣٢ - ٤) + (١٢ + ٢ - ٤) - ٠$

$م = ١٢ + ١٠ = ٢٢$

(ب)

الفقرة	١	٢	٣	٤
الرمز	ج	ب	م	د

٤ (أ)



م (ر، ر-١) ، نق = ر

$(س - ر)^٢ + (ص - ر + ١)^٢ = ر^٢$

تحقق (٠، ٨) $\leftarrow (٨ - ر)^٢ + (١ - ر)^٢ = ر^٢$

(ب)

$ص^٢ = لو_{هـ} س + ٣ لو_{هـ} ص$ — بسط

$٢ص ص' = \frac{١}{س} + ٣ \frac{ص'}{ص}$ اشتق ضمنيًا

$\frac{٢ص ص'}{١} - \frac{٣ص'}{ص} = \frac{١}{س}$

$ص \times \left(\frac{٢ص^٢ ص' - ٣ص'}{ص} = \frac{١}{س} \right)$

$ص' = \frac{ص}{س} \times \frac{١}{٢ص^٢ - ٣}$

$ص' = \frac{ص}{س(٢ص^٢ - ٣)}$

(ج)

الفقرة	١	٢	٣	٤
الرمز	ج	ب	م	ب

٢ (أ)

$\int \frac{قا^٢ س}{٤ - ص^٢} \frac{دص}{قا^٢ س}$ — تعويض

$ص = ظا س$ | $دس = \frac{دص}{قا^٢ س}$

$\int \frac{١}{٤ - ص^٢} دص$ كسور جزئية

$\int \frac{م}{٢ - ص} دص + \int \frac{ن}{٢ + ص} دص$ | $\frac{١}{٤ - ص^٢} = \frac{م}{٢ - ص} + \frac{ن}{٢ + ص}$

$\int \frac{١}{٤ - ص^٢} دص + \int \frac{١}{٤} \frac{١}{٢ + ص} دص$ | $١ = م(٢ + ص) + ن(٢ - ص)$

$= \frac{١}{٤} لو_{هـ} |٢ - ص| + \frac{١}{٤} لو_{هـ} |٢ + ص| + ج$ | $م = \frac{١}{٤}$ ، $ن = \frac{١}{٤}$

$= \frac{١}{٤} لو_{هـ} |٢ - ظا س| + \frac{١}{٤} لو_{هـ} |٢ + ظا س| + ج$

(ب)

الفقرة	١	٢	٣	٤
الرمز	ب	ج	ك	ب

٢ (ب)

$\int \frac{(س^٣ (١ - س^{-٢}))^٥}{س^{١٨}} دس$ — تبسيط

$\int س^{-٣} (١ - س^{-٢})^٥ دس$ — تعويض

$\int \frac{١}{٣} \times ص^٥ \frac{دص}{-٢ س^{-٣}}$ | $ص = ١ - س^{-٢}$ ، $دس = \frac{دص}{٢ س^{-٣}}$

$\frac{١}{٢} \times \frac{ص^٦}{٦} + ج$

$\frac{١}{١٢} (١ - س^{-٢})^٦ + ج$

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

$ر^2 = ر^2 + 1 - 2ر + 16 - 64$

$ر^2 - 18ر + 65 = 0$

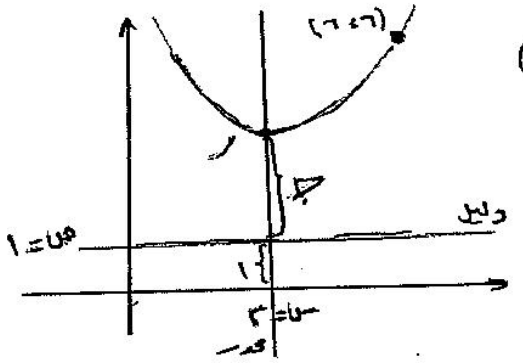
$(ر - 13)(ر - 5) = 0$

$ر = 5$ ، $ر = 13$

معادلة ١ : $(س - 5)^2 + (ص - 4)^2 = 25^2$

معادلة ٢ : $(س - 13)^2 + (ص - 12)^2 = 169^2$

(ب)



$ر = (\frac{1}{2} + جـ)$ ، للأعلى

$(س - 2)^2 = 4 جـ (ص - 1 - جـ)$

$(٦ ، ٦)$ تحقق $\frac{16}{4} = 4 جـ^2 \times (5 - جـ)$

$جـ^2 - 5جـ + 4 = 0$

$(جـ - 1)(جـ - 4) = 0$

$جـ = 1$ ، $جـ = 4$

المعادلات :

$(س - 2)^2 = 4(ص - 2)$

$(س - 2)^2 = 16(ص - 5)$

(جـ)

الفقرة	١	٢	٣	٤
الرمز	د	م	ب	جـ

س ٥ (ب)

الدوران : عكس عقارب الساعة
المركز : (١ ، ٠)
النوع : ناقص

$\frac{(س - 1)^2}{ب^2} + \frac{ص^2}{م^2} = 1$

$م = 3$ ⟸ مجموع بعدي (٠ ، ٠) عن البؤرتين

$3 = \sqrt{(1 + 1)^2 + (0 - 0)^2} + \sqrt{(0 - 1)^2 + (0 - 0)^2}$

(أ) $م = \sqrt{1 + 1} + \sqrt{1 + 1} = 2\sqrt{2}$

$2م = 2\sqrt{2} \leftarrow م = \sqrt{2}$

م (١ ، ٠) ، $جـ = 1$ ، نوع : سيني

$د^2 = م^2 - جـ^2 \leftarrow د^2 = 2 - 1 = 1$

المعادلة :

$\frac{ص^2}{2} + \frac{(س - 1)^2}{1} = 1$

(ب) $9ص^2 - 18س - 16ص^2 - 64ص = 199$

$9(ص^2 - 2س + 1) - 16(ص^2 + 4ص + 4) = 199 + 9 - 64$

$\frac{9(س - 1)^2}{144} - \frac{16(ص + 2)^2}{144} = \frac{144}{144}$

$\frac{(س - 1)^2}{16} - \frac{(ص + 2)^2}{9} = 1$

م (١ ، -٢)

$م^2 = 16$ ، $ب^2 = 9$ ، $جـ^2 = 25$

نوع : سيني

الرأسين (١ ± ٤ ، -٢)

بؤرتين (١ ± ٥ ، -٢)

(جـ)

الفقرة	١	٢	٣	٤
الرمز	م	ب	جـ	د

Omar Al-Jabr
www.omaraljabr.com

JO ACADEMY.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الورقة الثانية / ف٢ — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ د مين
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) / خطة (٢٠١٩) — اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠١٩/٦/١٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٤٤ علامة)

أ) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{٣س^{٢} + ٢}{س^{٢} - س}$ دس (١٦ علامة)

٢) $\int$ قتا^{٤} ٢س ظتا^{٣} ٢س دس (١٦ علامة)

ب) انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

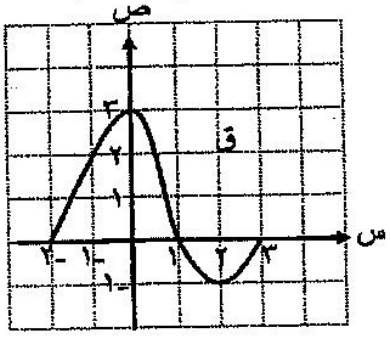
١) إذا كان الاقترانان م(س)، ق(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق، وكان ل(س) = ٥م(س) − ٧م(س) ، فإن ل$'$(س) تساوي:

أ) ٣ ق(س) ب) ٣ ج) −٣ ق(س) د) ٣

٢) إذا كان $\int_{جـ}^{٣} ٤$ دس = ١٦ ، جـ ∈ ح ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) −١ ب) −٤ ج) ١ د) ٧

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على الفترة [−٢ ، ٣] ، ما قيم الثابتين م ، ن على الترتيب التي تحقق المتباينة: م ≤ $\int_{-٢}^{٣}$ (ق(س) − ١) دس ≤ ن ؟



أ) −٥ ، ٥ ب) −١ ، ٣
ج) ٠ ، ٢ د) −١٠ ، ١٠

٤) $\int$ (جا^{٢}س + جتا^{٢}س + ظا^{٢}س) دس يساوي:

أ) ظتاس + جـ ب) ٢ قاس ظاس + جـ
ج) س + قا^{٢}س + جـ د) ظاس + جـ

يتبع الصفحة الثانية ،،،،

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٤٦ علامة)

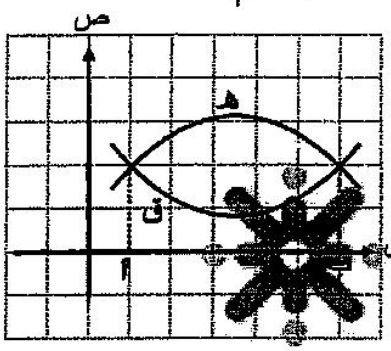
أ) جـد: $\int_{0}^{\ln 2} هـ^{2س} جا هـ^{س}$ دس (١٧ علامة)

ب) إذا كان ق(س) = $لـو_{هـ}\left(\frac{\sqrt{٣س^{٢}+س+٢}}{س^{٣}}\right) + هـ^{٣-س^{٢}}$ ، فجد ق`(٢) (١٧ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) قيمة $\int_{١}^{٢} \frac{١}{(٣-س)^{٢}}$ دس تساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-\frac{٤}{٣}$ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) $-\frac{٢}{٣}$



٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى كل من الاقترانين ق ، هـ فإذا كانت المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق ، هـ على الفترة [أ ، ب] تساوي (٨) وحدات مربعة، وكان $\int_{أ}^{ب} ق(س)$ دس = ٦ ، فإن $\int_{أ}^{ب} هـ(س)$ دس تساوي:

أ) −٢ ب) ٢ ج) ١٤ د) −٦

٣) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{-٢س}{٢-س^{٢}}$ وكانت النقطة (١ ، −٢) تقع على منحناها، فإن قاعدة العلاقة ص هي:

أ) ص = $لـو_{هـ}|٢-س^{٢}|+٢$ ب) ص = $لـو_{هـ}|٢-س^{٢}|-٢$

ج) ص = $لـو_{هـ}|٢-س^{٢}|$ د) ص = $لـو_{هـ}|١-س^{٢}|$

٤) إذا كان ص = $(هـ^{س})^{٣}$ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٠ تساوي:

أ) ٤ ب) ٢ ج) ٣ د) ١

السـؤال الثالث: (٣٠ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية: (١٨ علامة)

ق(س) = ٤س − $س^{٢}$ ، هـ(س) = ٤ − س ، ل(س) = ٣

يتبع الصفحة الثالثة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

الصفحة الثالثة

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان $\int_{١}^{٣} (ق(س) + ١)$ دس = ٦ ، فإن قيمة: $\int_{١}^{٣} ق(س)$ دس − $\int_{٢}^{١} ق(س)$ دس تساوي:

أ) صفر ب) ٨ ج) ١٢ د) ١٠

٢) إذا كان $\int_{١}^{٤} ق(س)$ دس = ٥ ، $\int_{٧}^{٤} (ق(س) - ٢)$ دس = ٨ ، فإن $\int_{١}^{٧} ٢ ق(س)$ دس يساوي:

أ) ٣ ب) ١٤ ج) ٧ د) ٦

٣) إذا كان $ق'(س)$ دس = أ $س^{٣}$ ، $ق'(١)$ = ٦ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) −١ ب) ٣ ج) ١ د) −٣

٤) حل المعادلة التفاضلية: دس − ٥ دص = جتاس دس هو:

أ) ص = $\frac{١}{٥}$ (س + جتاس) + جـ ب) ص = $\frac{١}{٥}$ (١ + جتاس) + جـ

ج) ص = $\frac{١}{٥}$ (١ − جتاس) + جـ د) ص = $\frac{١}{٥}$ (س − جتاس) + جـ

السـؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (−٢ ، ٠) ويقع مركزها على محور السينات. (١٤ علامة)

ب) جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات، وبؤرته النقطة (٣ ، ٤) ويمر بالنقطة (٠ ، ٨) ويقع رأسه إلى يمين بؤرته. (١٤ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا قطع مستوى فرعي مخروط قائم مزدوج بحيث لا يحتوي القطع على رأس المخروط، فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

٢) ما إحداثيا البؤرة للقطع المكافئ الذي معادلته: ص = $\frac{١}{٤}$ $(س - ٢)^{٢}$ − ٣ ؟

أ) (٢ ، −٤) ب) (٢ ، −٢) ج) (٢ ، −٣) د) (٢ ، −١)

٣) ما إحداثيا مركز الدائرة التي معادلتها: ٤$(س - ١)^{٢}$ + $(٢ص + ٤)^{٢}$ = ٨ ؟

أ) (−٤ ، ١) ب) (١ ، −٤) ج) (−٢ ، ١) د) (١ ، −٢)

٤) الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي يمس كل من المستقيمات س = ١ ، س = ٩ ، ص = −١ ، ص = ٥ يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{٧}}{٨}$ ب) $\frac{٥}{٤}$ ج) $\frac{\sqrt{٧}}{٤}$ د) $\frac{٥}{٨}$

يتبع الصفحة الرابعة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٤٠ علامة)

أ) جد معادلة القطع الزائد الذي نهايتا محوره المرافق النقطتان (٢ ، ١) ، (-٢ ، ١) ويمر بالنقطة (١ ، ٦)
(١٤ علامة)

ب) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١٤ علامة)

$س^{٢} + ٩ص^{٢} + ٢س - ١٨ص + ١ = ٠$

ج) انقل إلى دفترِ إجابتـك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) قطع ناقص معادلته: $٢س^{٢} + ٤ص^{٢} = ٨$ ، فما طول محوره الأصغر ؟

أ) $\sqrt{٢}$ ب) $٢\sqrt{٢}$ ج) ٤ د) ٨

٢) البعد البؤري للقطع الزائد الذي معادلته: $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{٧} = ١$ يساوي :

أ) ٨ ب) ٤ ج) $\sqrt{٢}$ د) $٢\sqrt{٢}$

٣) معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) التي تتحرك في المستوى الإحداثي بحيث يكون بُعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = ٥ مساويًا دائمًا لبعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = -٣ هي:

أ) س = ١ ب) ص = ١ ج) ص = ٤ د) ص = ٤

٤) قطع مكافئ معادلته: $ص^{٢} = ٨س + ك$ ، النقطة (٤ ، ٨) تقع على منحناه ، فإحداثيا رأس هذا القطع ؟

أ) (٠ ، -٤) ب) (-٤ ، ٠) ج) (-٥ ، ٠) د) (٠ ، -٥)

(انتهت الأسئلة)

JO ACADEMY.com