عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

أسئلة الثانوية العامة للسنوات السابقة مع حلولها

الرياضيات

المستوى الثالث

إعداد

أ.محمد صالح

د.محمود الكسجي

مركز زهرة الإتحاد الثقافي
الوحدات: 4752403

أكاديمية صناع المعرفة
المدينة الرياضية: 0796667058

أكاديمية العصر الجديد
ابو نصير: 0795651033

التقنيات
الهاشمي : 5053230

أ.عمر الجبر

الأكاديمية الأولى
صويلح: 0791461143

مركز المُدثر الثقافي
الجبيهة: 5330430

Jo Academy.com
0798006679

الأذكياء
الجاردنز: 0795655900

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

عمر الجبر
Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

١	
—	
١	

W	3	W	3

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث (نموذج أ) مدة الامتحان : ٠٠ د ٢ س

الفرع : العلمي اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٣/٠٦/٢٩

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٨ علامة)

جد كلاً مما يأتي :

أ) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٣س + ٣} - \sqrt{٤س + ١}}{س - ٢}$ (٦ علامات)

ب) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا ٢س}{س^{٢} - \frac{\pi}{٢} س}$ (٧ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|س^{٢} - ٤س - ٥|}{|س - ٥|} & ، س > ٥ \\ ٩ جتا \frac{\pi}{٥} س + ٥ & ، س < ٥ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) موجودة ، فما قيمة الثابت ٩ ؟ (٥ علامات)

السؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) إذا كانت ق(س) = ٢س + $\sqrt{س}$ ، س > صفر ، فجد ق`(س) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ١ & ، س \geq ٢ \\ [س + ٣] & ، س < ٢ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٢

(٥ علامات)

ج) إذا كان ق($\frac{١}{٢}$) = ٢ ، ق`($\frac{١}{٢}$) = ٨ ، فجد $\lim_{س \to ٦} \frac{ق(جا \frac{\pi}{س}) - ٢}{س - ٦}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) جد النقطة الواقعة على منحنى العلاقة (ص−٤)^{٢} = س + ٢ ، والتي عندها المماس يوازي المستقيم الذي معادلته ٣س + ٦ص + ٢ = صفر. (٧ علامات)

ب) إذا كان $\frac{\text{س}}{\text{ص}} - \frac{\text{٣ص}}{\text{س}} = ٢$ ، فجد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عند النقطة (٣،١) (٥ علامات)

ج) يقف شخصان على سطح بناية ، أطلق الشخص الأول كرة من السكون وفق العلاقة ف$_{١}$(ن) = ٥ ن^{٢} وفي اللحظة نفسها رمى الشخص الثاني كرةً أخرى عمودياً إلى أسفل بسرعة ابتدائية مقدارها (١٥) م/ث وفق العلاقة ف$_{٢}$(ن) = ١٥ن + ٥ن^{٢} ، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، فإذا ارتطمت كرة الشخص الأول بعد ثانية واحدة من ارتطام كرة الشخص الثاني بالأرض.

جد سرعة كرة الشخص الثاني لحظة ارتطامها بالأرض. (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢١ علامة)

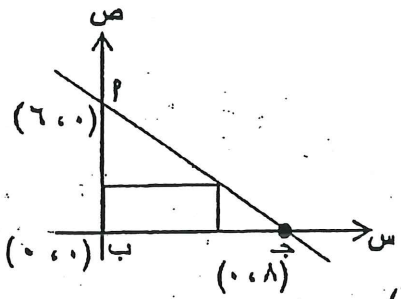
أ) إذا كان ق(س) = س + $\frac{٢٥}{\text{س}}$ ، س ∈ [−٨ ، ٨] − {٠} ، فجد كلاً مما يأتي : (٨ علامات)

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

٢) القيم القصوى المحليّة للاقتران ق (إن وجدت).

ب) انطلق قاربان من نفس النقطة في اتجاهين مختلفين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، إذا كانت سرعة الأول (٨) كم/ساعة، وسرعة الثاني (٦)كم/ساعة، فجد معدّل تغيّر المسافة بينهما بعد مرور نصف ساعة من انطلاقهما. (٧ علامات)

ج) اعتماداً على الشكل المجاور والذي يمثّل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث. (٦ علامات)

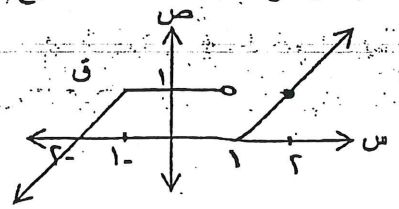


السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح.

انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة وبجانبه الإجابة الصحيحة لها كاملة.

١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح ، فإن مجموعة قيم س$_{١}$ التي تجعل نهـا ق(س) = ١ (س ← س$_{١}$)



■ (−١ ، ١) ■ [−١ ، ١) ■ [−١ ، ١) ∪ {٢} ■ (−١ ، ١] ∪ {٢}

٢) إذا كان ق(س) = س ق(س)+١ ، فإن ق′(٢) تساوي :

■ −١ ■ ١ ■ صفر ■ ٢

يتبع الصفحة الثالثة .....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

٣) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س^٢ - ٩}}{\sqrt{س - ٣}}$ تساوي :

■ صفر ■ $\sqrt{٦}$ ■ ٦ ■ غير موجودة

٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{(٢٥)^س - (٥)^س}{١ - (٥)^س}$ تساوي :

■ -١ ■ صفر ■ ١ ■ غير موجودة

٥) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{(س - ١)^٢}$ ، فإن قَ(١) تساوي :

■ $\frac{-٢}{٣}$ ■ صفر ■ $\frac{٢}{٣}$ ■ غير موجودة

٦) إذا كان ق(س) = (١+ جا س)^٣ ، فإن قَ$(\frac{\pi}{٢})$ تساوي :

■ صفر ■ ٣ ■ ٤ ■ ١٢

٧) إذا كان ق$(\frac{١}{٢}س)$ = (| س |)^٣ ، فإن قً (-١) تساوي :

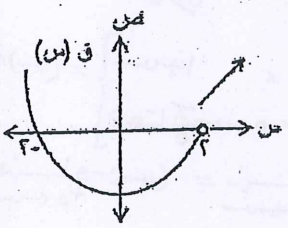
■ -٤٨ ■ -٦ ■ ٢٤ ■ ٤٨

٨) إذا كان ق(س) = $\sqrt{١ - س^٢}$ ، فإن مجموعة قيم س التي يكون عندها قيم حرجة للاقتران ق هي:

■ {-١ ، ١} ■ {-١ ، ٠ ، ١} ■ {-١ ، ٠} ■ {١ ، ٠}

٩) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح

فان الاقتران ق يكون متزايداً في الفترة :

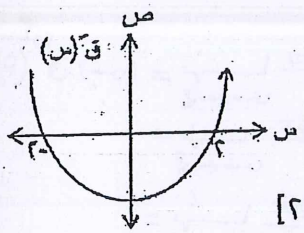


■ $(-\infty ، -٢]$ ■ $(-\infty ، ٠] - \{٢\}$ ■ $(٠ ، \infty)$ ■ $[٠ ، ٢]$

١٠) يتحرّك جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٤ن^٢ - ٢ن -١ حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني . ما السرعة المتوسّطة للجُسيم في الفترة الزمنية [١ ، ٣] ؟

■ (٨) م/ث ■ (-٨) م/ث ■ (١٤) م/ث ■ (-١٤) م/ث

١١) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقّة الأولى للاقتران كثير الحدود ق ، فإن منحنى ق يكون متناقصاً في الفترة :



■ $(-\infty ، ٠]$ ■ $(٠ ، \infty)$ ■ $[-٢ ، ٠]$ ■ $[-٢ ، ٢]$

١٢) إذا كانت قَ (س) = $\frac{١}{٢}$ + جتا س هي المشتقّة الأولى للاقتران ق المعرّف على الفترة $[٠ ، \pi]$ ، فإن للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلّية عند س تساوي :

■ صفر ■ π ■ $\frac{\pi}{٣}$ ■ $\frac{\pi ٢}{٣}$

﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabr Academy
www.omaraljabr.com

س١ أ) $\lim_{س\to2} \frac{س^3+س^2-3س+2}{س-2} \times \frac{س^3+3س^2+3س+1}{س^3+3س^2+3س+1}$

$= \lim_{س\to2} \frac{(س-1)^3}{(س-2)(س^3+3س^2+3س+1)} \times \left(\frac{1}{3^3}\right)$

$= \lim_{س\to2} \frac{1}{س-2} \times \frac{1}{27} = \frac{1}{27}$

ب) $\lim_{س\to\frac{\pi}{2}} \frac{جا^2س}{س(س-\frac{\pi}{2})} = \lim_{س\to\frac{\pi}{2}} \frac{1}{س} \times \lim_{س\to\frac{\pi}{2}} \frac{جا^2س}{س-\frac{\pi}{2}}$

$\frac{1}{\frac{\pi}{2}} \times \lim_{س\to\frac{\pi}{2}} \frac{جا(\pi-2س)}{س-\frac{\pi}{2}}$ تلاعب بالزاوية

$\frac{2}{\pi} \times \lim_{س\to\frac{\pi}{2}} \frac{جا(\pi-2س)}{-2(س-\frac{\pi}{2})} \times -2$

$\frac{2}{\pi} \lim_{س\to\frac{\pi}{2}} \frac{جا(\pi-2س)}{\pi-2س} \times -2$

استبدال $ص = \pi - 2س$

$\lim_{ص\to0} \frac{جاص}{ص} = 1$

$\frac{2}{\pi} \times 1 \times -2 = \boxed{\frac{-4}{\pi}}$

حل آخر: استبدال $ص = س - \frac{\pi}{2}$

ج) $\lim_{س\to5} \frac{|س^2-4س-5|}{|س-5|} = \lim_{س\to5} \frac{|س^2-4س-5|}{س-5}$

$= \lim_{س\to5} \frac{|(س-5)(س+1)|}{س-5} = \lim_{س\to5} |س+1|$

	$س-1$	5
$س+1$	−	+

$ق(س) = \begin{cases} |س+1| & ، س > 5 \\ ب جتا\frac{\pi}{5}س + 5 & ، س \le 5 \end{cases}$

$\lim_{س\to5^+} ق(س) = \lim_{س\to5^-} ق(س)$ لأن النهاية موجودة

$\lim_{س\to5^+} (س+1) = \lim_{س\to5^-} ب جتا\frac{\pi}{5}س + 5$

$6 = ب جتا\pi \times 5 + 5$

$6 = -ب + 5 \Leftarrow \boxed{ب = -1}$

س٢ أ) $\lim_{س\to3} \frac{س^2-9}{جا(س-3)} = \lim_{س\to3} \frac{(س-3)(س+3)}{جا(س-3)}$

$= \lim_{س\to3} \frac{س-3}{جا(س-3)} \times \lim_{س\to3} (س+3)$

$= 1 \times 6 = 6$

ب) $\lim_{س\to\frac{\pi}{4}} \frac{ظاس - ظا\frac{\pi}{4}}{س - \frac{\pi}{4}}$

$= \lim_{س\to\frac{\pi}{4}} \frac{ظاس - ظا\frac{\pi}{4}}{س - \frac{\pi}{4}} \times \frac{1 + ظاس ظا\frac{\pi}{4}}{1 + ظاس ظا\frac{\pi}{4}}$

$= \lim_{س\to\frac{\pi}{4}} \frac{ظاس - ظا\frac{\pi}{4}}{س - \frac{\pi}{4}} \times \frac{1}{1 + ظاس ظا\frac{\pi}{4}}$

$= \lim_{س\to\frac{\pi}{4}} \frac{ظا(س - \frac{\pi}{4})}{س - \frac{\pi}{4}} \times \frac{1}{1 + ظاس}$

$= 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ج) $\lim_{س\to\infty} \frac{س^2 + 3س - 4}{س^3 + 2س^2 + 1}$ بقسمة البسط والمقام على $س^3$

$= \lim_{س\to\infty} \frac{\frac{1}{س} + \frac{3}{س^2} - \frac{4}{س^3}}{1 + \frac{2}{س} + \frac{1}{س^3}} = \frac{0 + 0 - 0}{1 + 0 + 0} = 0$

س٣ أ) $\lim_{س\to\infty} \frac{3س^2 + 2س - 1}{س^2 + 1} = \lim_{س\to\infty} \frac{3 + \frac{2}{س} - \frac{1}{س^2}}{1 + \frac{1}{س^2}} = \frac{3 + 0 - 0}{1 + 0} = 3$

ب) $\lim_{س\to\infty} \frac{س^3 + 2س^2 + 1}{س^2 + 1} = \lim_{س\to\infty} \frac{س + 2 + \frac{1}{س}}{1 + \frac{1}{س^2}} = \frac{\infty + 2 + 0}{1 + 0} = \infty$

ج) $\lim_{س\to\infty} \frac{س^2 + 3س - 4}{س^3 + 2س^2 + 1} = \lim_{س\to\infty} \frac{\frac{1}{س} + \frac{3}{س^2} - \frac{4}{س^3}}{1 + \frac{2}{س} + \frac{1}{س^3}} = \frac{0 + 0 - 0}{1 + 0 + 0} = 0$

س٤ أ) $ق(س) = \lim_{ع\to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{ع^2 + أع - 2س^2 - أس}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{ع^2 - 2س^2}{ع - س} + \lim_{ع\to س} \frac{أع - أس}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{2(ع - س)(ع + س)}{ع - س} + \lim_{ع\to س} \frac{أ(ع - س)}{ع - س}$

$= 2(س + س) + أ = 4س + أ$

ب) $\lim_{س\to\infty} \frac{س^2 + 3س - 4}{أس^2 + 2س + 1} = \frac{1}{2} + \frac{3}{أ} = 2$

$\frac{1}{أ} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftarrow أ = \frac{2}{3}$

ج) $\lim_{س\to\infty} \frac{أس^2 + 3س - 4}{س^3 + 2س^2 + 1} = 0$

$\lim_{س\to2^+} ق(س) = \lim_{س\to2^+} [س + 3] = 5$

$\lim_{س\to2^-} ق(س) = \lim_{س\to2^-} أس^2 + 1 = 5$

$\lim_{س\to2} ق(س) = 5$ لأن $ق(2) = 2^2 + 1 = 5$ ∴ $ق(س)$ متصل عند $س = 2$

ج) يعتبر نهاية خاصة حيث لدينا $ص = ق(جا\frac{\pi}{2}س)$ والمطلوب $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=1}$

$\frac{د ص}{د س} = ق'(جا\frac{\pi}{2}س)(جتا\frac{\pi}{2}س)(-\frac{\pi}{2}س)$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = ق'(جا\frac{\pi}{2})(جتا\frac{\pi}{2})(-\frac{\pi}{2})$

$س = 6 \Leftarrow ق'(\frac{1}{2})(\frac{\sqrt{3}}{2})(-\frac{\pi}{12})$

$= -\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$

حل آخر: $س = 1$ لجميع $ع$ ويصح نهاية خاصة

$\frac{\pi}{2}جا\frac{\pi}{2}س - \frac{1}{2}$

س٣ م) لدينا الموازي للمماس $6ص = -3س - 2$

$ص = -\frac{3}{6}س - \frac{2}{6}$

ميل المماس $= -\frac{1}{2}$ ← من الميل = المشتقة

نجد المشتقة: $2(ص-4)(\frac{د ص}{د س}) = 1$

$2(ص-4)(-\frac{1}{2}) = 1$

$-ص + 4 = 1 \Leftarrow ص = 3$

نجد $س$ عند المنحنى

$(3-4)^2 = س + 2 \Leftarrow 1 = س + 2$

$س = -1$

∴ النقطة $(-1, 3)$

ب) $\frac{س^2 - 3ص^2}{ص س} = 2 \Leftarrow س^2 - 3ص^2 = 2س ص$

$2س - 6ص \cdot \frac{د ص}{د س} = (2س)(\frac{د ص}{د س}) + (ص)(2)$

$(1,3) \Leftarrow 6 - 6\frac{د ص}{د س} = (6)(\frac{د ص}{د س}) + (1)(2)$

$6 - 2 = 12\frac{د ص}{د س}$

$\frac{4}{12} = \frac{د ص}{د س} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{1}{3}$

ج) $ف_1 = 0 \cdot 10$ ، $ع_1 = 10$

$ف_2 = 10 + 10 \cdot 0$ ، $ع_2 = 10 + 10 \cdot 0$

المطلوب $ع_2$ عندارتطامها بالأرض

عندارتطامها بالارض فإنه

$ف_1 = ف_2$ لكن المسألة 0 حيث

$ف_1(0+1) = ف_2(0)$ زمن الأول $0+1$، زمن الثاني 0

$10(0+1)^2 = 10 \cdot 0 + 5 \cdot 0^2$

$10(0^2 + 2 \cdot 0 + 1) = 10 \cdot 0 + 5 \cdot 0^2$

$5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0 + 10 = 10 \cdot 0 + 5 \cdot 0^2$

$10 = 0 \cdot 0 \Leftarrow \boxed{0 = 1}$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

زمن الجسيم الثاني $ن = 1$

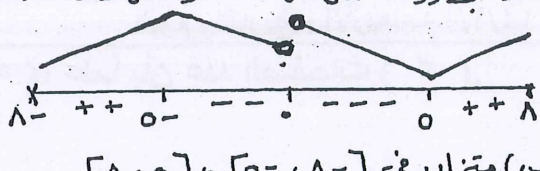
$\therefore ع = |ف| = |١٥ + ١٠(١)| = ٢٥$ م/ث

٤) $ف'(س) = ١ + \frac{٢٥}{س^٢} = ٠$

$١ = \frac{٢٥}{س^٢} \Leftarrow س^٢ = ٢٥ \Leftarrow س = \pm ٥$

الحرجة { الحواف $-٨ ، ٨$ ، الجذور $-٥ ، ٥$ }

لا تنتمي حلقة عند $س = ٠$



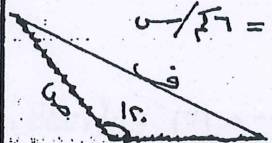
$ف(س)$ متزايد في $[-٨ ، -٥] ، [٥ ، ٨]$

متناقص في $[-٥ ، ٠) ، (٠ ، ٥]$

عظمى محلية عند $س = -٥$ وهي $ف(-٥) = -١٠$

صغرى محلية عند $س = ٥$ وهي $ف(٥) = ١٠$

ب) $\frac{دس}{دن} = ٨$ كم/س ، $\frac{دص}{دن} = ٦$ كم/س



$ف^٢ = س^٢ + ص^٢ - ٢س ص$ جتا ١٢٠

$ف = \sqrt{س^٢ + ص^٢ + س ص}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{٢س \frac{دس}{دن} + ٢ص \frac{دص}{دن} + س \frac{دص}{دن} + ص \times \frac{دس}{دن}}{٢\sqrt{س^٢ + ص^٢ + س ص}}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{٢(٤)(٨) + ٢(٣)(٦) + ٤(٦) + ٣ \times ٨}{٢\sqrt{١٦ + ٩ + ١٢}}$ بعد $\frac{١}{٢}$ ساعة فإن $س = ٨ \times \frac{١}{٢} = ٤$ ، $ص = ٦ \times \frac{١}{٢} = ٣$

$= \frac{٦٤ + ٣٦ + ٢٤}{٢\sqrt{٣٧}} = \frac{١٤٨}{٢\sqrt{٣٧}}$ كم/س

م $= س \times ص$ المساحة وتشابه المثلثات.

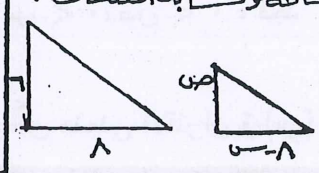
م $= س(٦ - \frac{٣}{٤}س)$

م $= ٦س - \frac{٣}{٤}س^٢$

م$' = ٦ - \frac{٣}{٤} \times ٢س = ٠$

$٦ = \frac{٣}{٢}س$

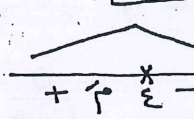
$س = ٤$



$\frac{٨ - س}{٨} = \frac{ص}{٦}$

$ص = \frac{٦}{٨}(٨ - س)$

$ص = ٦ - \frac{٣}{٤}س$



عظمى مطلقة عند $س = ٤$

م $= ٤(٦ - \frac{٣}{٤} \times ٤) = ١٢$ وحدة مربعة.

أ) $س^٥ = ١$ بطريقة التحقيق او بالبسطرة

ج) $\{-١ ، ١\} \cup \{٢\}$

(٥٠)

٢) $ف(س) = س ف(س) + ف(س)$

$ف(٢) = ٢ ف(٢) + ف(٢)$

$-ف(٢) = ف(٢)$

$-(-١) = ف(٢) \Leftarrow ف(٢) = ١$ ب

حل آخر: $ف(س) - س ف(س) = ١$

$ف(س)(١ - س) = ١ \Leftarrow ف(س) = \frac{١}{١ - س}$ مستقيم $\frac{١}{٢}$ ميله

٣) نهـا $\frac{س^٢ - ٩}{س - ٣}$ $س \to ٣$ = التعويض اولاً $\frac{٠}{٠}$ ضطر

الجواب غير موجودة د

٤) نهـا $\frac{٥^{س} - ٥^{-س}}{١ - ٥^{-س}}$ $س \to ٠$ = نهـا $\frac{٥^{س}(١ - ٥^{-٢س})}{١ - ٥^{-س}}$

$= ١ \times ١ = ١$ ج

نتذكر انه $٥^{-س} = \frac{١}{٥^{س}}$

٥) $ف(س) = (س - ١)^{\frac{٢}{٣}}$

$ف'(س) = \frac{٢}{٣}(س - ١)^{-\frac{١}{٣}} = \frac{٢}{٣\sqrt[٣]{س - ١}}$ د

$ف'(١) = \frac{٢}{٠}$ غير موجودة

٦) $ف(س) = ٣(١ + حاس)^٢$ (جتاس)

$ف'(\frac{\pi}{٢}) = ٣(١ + حا٩٠)^٢ (جتا٩٠) = ٣(١ + ١)(٠) = ٠$ ب

٧) $ف(\frac{١}{٢}س) = -س^٣$

$ف'(\frac{١}{٢}س)(\frac{١}{٢}) = -٣س^٢$

$ف'(\frac{١}{٢}س)(\frac{١}{٢}) = -٦س$

$\frac{١}{٢}س = -١$

$س = -٢$

+	٠	-
٠		

$ف''(-١) = \frac{١}{٤} \times -٦ \times -٢$

$ف''(-١) = ١٢ \times ٤ = ٤٨$ د

٨) نجد مجال الاقتران $١ - س^٢ = ٠$

$س^٢ = ١ \Leftarrow س = \pm ١$

-	-	٠	+	+	٠	-	-
×		١-		١		×	

$ف'(س) = \frac{-٢س}{(١ - س^٢)^٢} = ٠$

$-٢س = ٠ \Leftarrow س = ٠$

$١ - س^٢ = ٠ \Leftarrow س = \pm ١$

الحرجة { اطراف ± ١ ، جذور صفر } $\{-١ ، ٠ ، ١\}$ ن

٩) بالنظر للمخطط $ف(س)$ متزايد في $[٠ ، ٥]$ ج

١٠) $\frac{دف}{دن} = \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$ وبالتعويض الناتج ١٤ ج

١١) برسم الإشارات للرسمة

+	+	٠	-	-	٠	+	+
ف		$\frac{\pi}{٣}$	ف		$\frac{٥\pi}{٣}$	ف	

$ف$ متناقص في $[\frac{\pi}{٣} ، \frac{٥\pi}{٣}]$ د

١٢) $ف' = \frac{١}{٢} + حتاس = ٠$

حتاس $= -\frac{١}{٢}$

ثاني ثالث

$س = ١٢٠ = \frac{٢\pi}{٣}$

+	+	٠	-	-
ف		$\frac{٢\pi}{٣}$	ف	

عظمى عند $س = \frac{٢\pi}{٣}$ د

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

نموذج (ج)

٥	٤	٣	٢	١

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / م٣ — مدة الامتحان : ساعتان

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٤/١/١٥

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\frac{م(س)}{ل(س)(س^{٢}+١)}$ ، وكان م(١) = −٢ ، م َ(١) = ل(١) = −١ ، ق َ(١) = ٣

فجد ل َ(١) (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(٢س−١) = جتا^{٢} ($\frac{\pi}{١٨}$ (٤س − ٢)) ، فأثبت أن ق َ(٣) = $\frac{\pi}{٣\sqrt{٦}}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} أ\,س^{٣} + ب\,س & ، س < ٢ \\ أ\,س^{٢} + ٩\,ب\,س - ١٢ & ، س \geq ٢ \end{cases}$

وكانت ق َ(٢) موجودة، فجد قيمة كلا من أ ، ب (٦ علامات)

السؤال الثاني : (٢٢ علامة)

أ) ١) إذا كان $\frac{١}{\sqrt{س}} + \frac{١}{\sqrt{ص}} = \frac{١}{\sqrt{س\,ص}}$ ، س > ٠ ، ص > ٠ ، فجد $\frac{د\,ص}{د\,س}$ (٧ علامات)

٢) إذا كان المستقيم ٢س − ص + جـ = صفر، يمسّ منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{-٢}{س}$ (٥ علامات)

س ≠ صفر عند النقطة (س١ ، ص١) الواقعة على منحناه ، فجد قيم الثابت جـ

ب) إذا كانت ص = أ جا س − ب جتا س ، فأثبت أن : (ص َ)^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} − ص^{٢} (٦ علامات)

ج) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث أن المسافة ف بالأمتار تعطى بالعلاقة ف(ن) = $\frac{ن}{ع(ن)}$

حيث ع السرعة، ن الزمن بالثواني، فجد تسارع الجسيم عندما ن = (٢) ثانية، علماً بأن السرعة عندئذٍ تساوي (٣) م / ث (٤ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

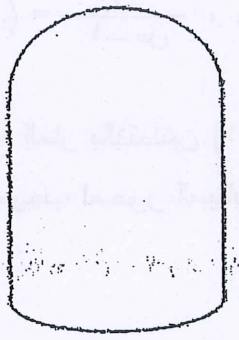
عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (٢٥ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{س^{2} + 2س}$ ، حيث س ∈ ح ، فجد القيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران ق وبين نوعها (٧ علامات)

ب) يقف رجل طوله (١,٨) متراً أمام مصباح كهربائي مثبت على عمود ارتفاعه عن سطح الأرض (٥,٤) متراً، إذا أخذ الرجل بالاقتراب من قاعدة العمود بمعدل (٢) م / ث، فجد معدل التغير في الزاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل عندما يكون الرجل على بعد (١,٨) متراً من قاعدة العمود. (٩ علامات)

ج) حافظة للماء الساخن تتكون من جزأين، الجزء الأول: وعاء اسطواني الشكل نصف قطر قاعدته (نق) وارتفاعه (ع) والجزء الثاني: غطاء على شكل نصف كرة نصف قطرها يساوي نصف قطر الاسطوانة (كما في الشكل المجاور)



إذا كان حجم الحافظة (٣٦٠π) دسم^{٣}، جد كلاً من نصف القطر والارتفاع اللذان يجعلان المساحة الكلية لسطح الحافظة أقل ما يمكن (٩ علامات)

السـؤال الرابع : (١٦ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{٤ - \frac{س}{٢}}$ (٣ علامات)

٢) $\lim_{س \to -٢} \frac{٥ - |٣س + ١|}{س^{٣} + ٨}$ (٤ علامات)

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا(\pi س)}$ (٤ علامات)

ب) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س^{٢} + \frac{١}{س} + [\frac{س}{٣}] & ، ١ \leq س \leq ٣ \\ \frac{|س - ٣|}{س^{٢} - ٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

فجد $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) (٥ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس : (١٩ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢ + ٢س & ، س < ١ \\ ٣س^{٢} & ، س \geq ١ \end{cases}$

هـ(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، س < ١ \\ |٢س| & ، س \geq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران (ق + هـ) (س) عندما س= ١ (٨ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢}}{١ - س}$ ، س≠ ١ ، فجد قَ (-٢) باستخدام تعريف المشتقة (٨ علامات)

ج) إذا كان القاطع المار بالنقطتين (١ ، ق(١))، (٢ ، ٤) يصنع زاوية قياسها ($\frac{٣\pi}{٤}$) راديان مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فجد ق(١) (٣ علامات)

(انتهت الأسئلة)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الأول :-

م) نجعل ل (س) موضع القانون

$$ل(س) = \frac{م(س)}{ق(س)(س^2+1)}$$

$$ل'(س) = \frac{ق(س)(س^2+1) \times م'(س) - م(س)[ق(س) \times 2س + (س^2+1) \times ق'(س)]}{(ق(س)(س^2+1))^2}$$

$$ل'(1) = \frac{ق(1)(2) \times (-1) - (-2)[ق(1) \times 2 + (2) \times 3]}{(ق(1)(2))^2}$$

يلزم $ق(1) \Leftarrow ق(1) = \frac{م(1)}{ل(1) \times 2} = \frac{-2}{-1 \times 2} = 1$

$$\therefore ل'(1) = \frac{1(2)(-1) + 2(1 \times 2 + 6)}{(1 \times 2)^2} = \frac{-2+16}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

هل آخر ...

$ق(س) \times ل(س) = \frac{م(س)}{س^2+1}$ ونقوم بطرفين

ب) $ق(2س-1) = (حا(\frac{\pi}{18}(4س-2)))^2$

$ق(2س-1) \times 2 = 2(حا\frac{\pi}{18}(4س-2))(حتا\frac{\pi}{18}(4س-2)) \times 4 \times \frac{\pi}{18}$

$\leftarrow 2س-1 = 3 \Leftarrow 2س = 4 \Leftarrow$ **س = 2**

$ق'(3) \times 2 = \frac{8\pi}{18}(حا\frac{\pi}{3})(حتا\frac{\pi}{3})$

$ق'(3) \times 2 = \frac{8\pi}{18} \times \frac{36}{36} \times \frac{1}{2}$

$ق'(3) = \frac{36\pi}{18} \Leftarrow \frac{36\pi}{3 \times 6} = \frac{\pi}{36}$

ج) $ق(س)$ متصل عند $س = 2$ لأن $ق(2)$ موجودة

$ق$ متصل $\Leftarrow$ نهـ$_{س \to 2^+}$ $ق(س)$ = نهـ$_{س \to 2^-}$ $ق(س)$

$4م + 18ب - 12 = 8م + 2ب$

$4م - 16ب = -12$ ..... ①

$ق(س) = \begin{cases} 3س^2 + ب & ، س > 2 \\ 2س + 9ب & ، س \leq 2 \end{cases}$

$ق(2^+) = ق(2^-)$

$4م + 9ب = 12م + ب$

$8م - 8ب = 0$ ..... ② لاحظ $م = ب$

بحل المعادلتين **م = 1** **ب = 1**

السؤال الثاني :-

م) ① نقوم بتوحيد المقامات أولاً

$$\frac{\overline{باص} + \overline{باس}}{\overline{باس}\ \overline{باص}} = \overline{باس ص}$$

$$\overline{باص} + \overline{باس} = \overline{س ص}$$

$$\frac{\frac{ص}{س}.}{2باص} + \frac{1}{2باس} = س \times \frac{ص}{س} + ص \times 1$$

$$\frac{1}{2باص} \cdot \frac{ص}{س} - س \cdot \frac{ص}{س} = ص - \frac{1}{2باس}$$

$$\frac{ص}{س}\left(\frac{1}{2باص} - س\right) = ص - \frac{1}{2باس}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص - \frac{1}{2باس}}{\frac{1}{2باص} - س}$$

② نجهز معادلة المستقيم

$2س + ص = ح$

ميل المماس = 2

ا.ا مشتقة $ق(س) = \frac{2 \times 1}{س^2}$

ميل المماس = المشتقة عند التماس

$2 = \frac{2}{س^2}$

$س^2 = 1 \Leftarrow$ **س = 1** ، **س = -1**

لدينا نقطتي تماس هما

(1، -2) ، (-1، 2)

$2 + ح = -2$ ، $-2 + ح = 2$

ح = -4 **ح = 4**

ب) $ص = م حاس - ن حتاس$

$ص' = م حتاس + ن حاس$

$(ص')^2 = م^2 حتا^2س + 2م ن حاس حتاس + ن^2 حا^2س$

$ص^2 = م^2 حا^2س - 2م ن حاس حتاس + ن^2 حتا^2س$

$(ص')^2 + ص^2 = م^2 حتا^2س + م^2 حا^2س + ن^2 حا^2س + ن^2 حتا^2س$

$(ص')^2 + ص^2 = م^2(حتا^2س + حا^2س) + ن^2(حا^2س + حتا^2س)$

$(ص')^2 + ص^2 = م^2$ (1) $+ ن^2$ (1)

$(ص')^2 = م^2 + ن^2 - ص^2$

وهو المطلوب .

Omar Najabi الجبر
www.omarnajabi.com

ج) $ف = \frac{ث}{ع}$ تتغير بالنسبة للزمن

$$\frac{د ف}{د ث} = \frac{ع \times 1 - ث \times \frac{د ع}{د ث}}{ع^2}$$ المطلوب ت = 2

$$ع = \frac{ك - ث \times ت}{ع^2}$$ ع = 3

$$3 = \frac{3 - 2ت}{9}$$

$27 = 3 - 2ت \Leftarrow$ ت = -12 م/ث^2

السؤال الثالث :-

أ) $ق(س) = (س^2 + 2س)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow ق'(س) = \frac{1}{3}(س^2+2س)^{-\frac{2}{3}}(2س+2)$

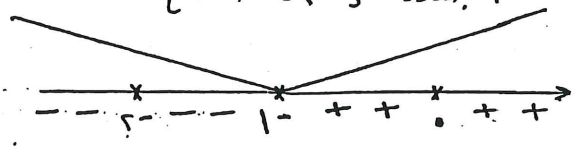
$$ق'(س) = \frac{2س+2}{3\sqrt[3]{(س^2+2س)^2}} = 0$$

البسط $2س+2 = 0 \Leftarrow س = -1$

المقام $س^2+2س = 0 \Leftarrow س(س+2) = 0$

$س = 0$ $س = -2$

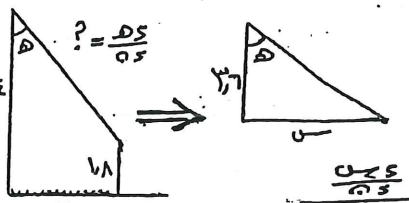
الرتبة: الطراف x — جذور {-2، -1، 0}



صغرى ومطلقة ومحلية عند س = -1

صغرى ق(-1) = $\sqrt[3]{1-2} = -1$

ب) ظاهـ = $\frac{س}{3,6}$



قاهـ × $\frac{د هـ}{د ث} = \frac{د س}{د ث}$ / 3,6

عندما س = 1,8 نعود للاصل

$\leftarrow$ ظاهـ = $\frac{1,8}{3,6} = \frac{1}{2}$

ظاهـ + 1 = قا^{2}هـ (متطابقة)

$\frac{1}{4} + 1 =$ قا^{2}هـ

$\frac{5}{4} =$ قا^{2}هـ

$\frac{5}{4} \times \frac{د هـ}{د ث} = \frac{-2}{3,6}$

$\frac{د هـ}{د ث} = \frac{-8}{18}$

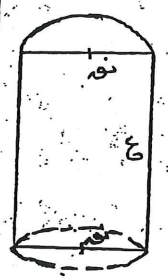
$= \frac{-4}{9}$ راديان/ث

ج) م = الاسطوانة + مساحة $\frac{1}{2}$ الكرة

م = $2\pi نق^2 + 2\pi نق ع + \frac{1}{2} \times 4\pi نق^2$

$م = 3\pi نق^2 + 2\pi نق ع$ ـــــ الأساسية

المساعدة (الجسم)



حجم اسطوانة + $\frac{1}{2}$ كرة = 360π

$\pi نق^2 ع + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi نق^3 = 360\pi$

$نق^2 ع + \frac{2}{3} نق^3 = 360$

$نق^2 ع = 360 - \frac{2}{3} نق^3$

$$ع = \frac{360 - \frac{2}{3} نق^3}{نق^2}$$

نعوض ع بالأساسية

$$م = 3\pi نق^2 + 2\pi نق \left(\frac{360 - \frac{2}{3} نق^3}{نق^2}\right)$$

$$م = 3\pi نق^2 + \frac{720\pi}{نق} - \frac{4\pi}{3} نق^2$$

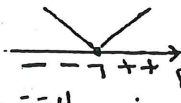
$$م = \frac{5}{3}\pi نق^2 + \frac{720\pi}{نق}$$

$$م' = \frac{10}{3}\pi نق + \frac{-720\pi}{نق^2}$$

$\frac{10}{3}\pi نق = \frac{720\pi}{نق^2} \Leftarrow \frac{10}{3} نق^3 = 720$

$نق^3 = 216 \Leftarrow$ نق = 6

$$\therefore ع = \frac{360 - \frac{2}{3}\times\pi\times 6^3}{36} = 6$$



صغرى مطلقة .

السؤال الرابع :-

أ) 1) نهـا $\frac{ظا(س-3) - 2}{س^2 - 4س + 4} \times \frac{(س-3)^2 + 2(س-3) + 4}{(س-3)^2 + 2(س-3) + 4}$

$س \to 4$

نهـا $\frac{ظا(س-3) - 2}{(س-4)^2} \times \frac{1}{(س-3)^2 + 2(س-3) + 4}$

$س \to 4$

نهـا $\frac{ظا(س-3) - ظا\frac{\pi}{4}}{س-4} \times \frac{1}{4+4+4}$

$س \to 4$

$= \frac{1}{1+ظا^2 \frac{\pi}{4}} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$

حل آخر ... استبدال

2) نهـا $\frac{5 - (-3س - 1)}{س^3 + 8}$

$س \to -2$

$= \frac{3س + 6}{(س+2)(س^2 - 2س + 4)}$

نهـا $\frac{3(س+2)}{(س+2)(س^2-2س+4)}$

$س \to -2$

$= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

$\frac{3س + 1 + 5}{-3س - 1} \times \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}}$

$\frac{-س - 2}{س + \frac{1}{3}} \to \frac{-\frac{5}{3}}{0^+} \to -$

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\text{ظا}(\pi س)} = \frac{٠}{٠}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{-\text{ظا}(٢\pi - \pi س)} = \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{-\text{ظا}(\pi(٢ - س))}$

$ص = ٢ - س$

$س \to ٢ \Rightarrow ص \to ٠$

$= \lim_{ص \to ٠} \frac{-ص}{-\text{ظا}\pi ص} = \lim_{ص \to ٠} \frac{ص}{\text{ظا}\pi ص} = \frac{١}{\pi}$

حل آخر: فك $\text{ظا}\pi س = \frac{\text{جا}\pi س}{\text{جتا}\pi س}$

ب) $\lim_{س \to ٣} ق(س)$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{أ س - ١٣}{س^٢ - ٩}$ (س → ٣⁺: + ، س → ٣⁻: −)

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{س}{(س-٣)(س+٣)} = \frac{١}{٦}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \left(٢س^٢ + \frac{١}{٢}س + \left[\frac{س}{٣}\right]\right)$

$= \lim_{س \to ٣^-} (٢س^٢ + \frac{١}{٢}س + \text{صفر})$

$= ١٨ + \frac{١}{٢} = \frac{٥٥}{٣}$

$\lim_{س \to ٣^+} ق(س) \neq \lim_{س \to ٣^-} ق(س)$

$\therefore \lim_{س \to ٣} ق(س)$ غير موجودة .

السؤال الخامس :-

أ) $(ق + هـ)(١) = ق(١) + هـ(١)$

$= ٣ + ٢ = ٥$

$\lim_{س \to ١} (ق+هـ)(س) = \lim_{س \to ١^+} ق(س) + \lim_{س \to ١^+} هـ(س)$

$= ٣ + ٢ = ٥$

$= \lim_{س \to ١^-} ق(س) + \lim_{س \to ١^-} هـ(س)$

$= ٢ + ٢ + ١ = ٥$

$\therefore \lim_{س \to ١} (ق+هـ)(س) = ٥$

$(ق+هـ)(١) = \lim_{س \to ١} (ق+هـ)(س)$

$\therefore (ق + هـ)(س)$ متصل عند $س = ١$

ب) $ق'(-٢) = \lim_{ع \to -٢} \frac{ق(ع) - ق(-٢)}{ع + ٢}$

$= \lim_{ع \to -٢} \frac{\frac{ع^٣}{١-ع} - \frac{-٨}{٣}}{ع + ٢}$

$= \lim_{ع \to -٢} \frac{٣ع^٣ - ٤ + ٤ع}{٣(١-ع)(ع+٢)}$

$= \lim_{ع \to -٢} \frac{٣ع^٣ + ٤ع - ٤}{٣(١-ع)(ع+٢)}$

$= \lim_{ع \to -٢} \frac{(ع+٢)(٣ع^٢ - ٦ع + ٢)}{٣(١-ع)(ع+٢)}$

$= \frac{-٦ - ٦ + ٢}{٣(٣)} = \frac{-١٠}{٩}$

ج) ميل القاطع $= \text{ظا}\,١٣٥$

$= \frac{ق(١) - ٤}{١ - ٢} = -١$

$\frac{ق(١) - ٤}{-١} = -١$

$ق(١) - ٤ = ١ \Rightarrow ق(١) = ٥$

Omar Aljafari
www.omaraljafari.com

بسم الله الرحمن الرحيم

نموذج (ج)

٣٣

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٢ س د ٠٠
الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٤/٦/٢٨

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (٢٣ علامة)

أ) إذا كان جا $\sqrt{س}$ + جا $\sqrt{ص}$ = ظا (س ص) ، حيث س > ٠ ، ص > ٠

فجد $\frac{د ص}{د س}$ (٩ علامات)

ب) بيّن أن لمنحنى الاقتران ق(س) = $س^{٢}$ + ٤ مماسين مرسومين من النقطة (١ ، ١) (٧ علامات)

ج) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = $\frac{(ن + ٢)^{٤}}{٤}$ − ٦ $ن^{٢}$ ، حيث ن الزمن بالثواني

ف المسافة بالأمتار ، جد تسارع الجُسيم عندما تكون سرعته (٨٩) م / ث (٧ علامات)

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = { أ $س^{٢}$ − ب س ، س ≤ ٢ ؛ ٤ − ب $س^{٣}$ + أ س ، س > ٢ }

وكانت قَ(٢) موجودة، فجد قيمة كلاً من الثابتين أ ، ب (٥ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{ل (س)}{س هـ (س)}$ ، وكان قَ(٢) = ل(٢) = −٣ ، لَ(٢) = هـَ(٢) = ١

فجد هـَ(٢) (٨ علامات)

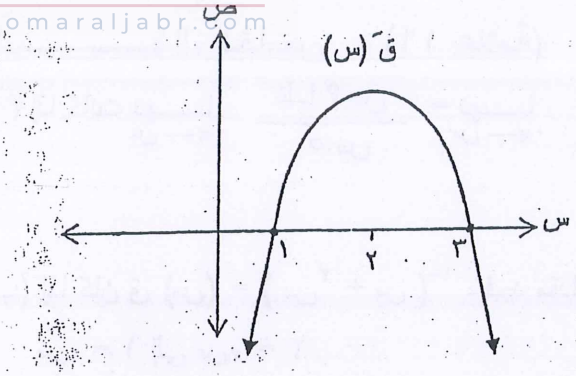
ج) إذا كان ق(٣س − ١) = $\frac{١}{س^{٢}}$ − $\frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠ ، فأثبت أن قَ(٥) = $\frac{١}{١٢}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (٢٢ علامة)

أ) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى قَ(س) ، حيث ق(س) كثير حدود جد ما يأتي :



١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

٢) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم قصوى محلية.

(٨ علامات)

ب) إناء على شكل مخروط دائري قائم رأسه للأسفل وقاعدته أفقية، يُسكب فيه الماء بمعدل (١٢) سم^{٣} / ث ، فإذا كان قطر قاعدته(١٦) سم ، وارتفاعه (٢٤) سم ، جد معدل تغير ارتفاع الماء في الإناء عندما يصبح ارتفاع الماء فيه (١٢) سم .

(٧ علامات)

ج) جد أبعاد شبه المنحرف الذي يمكن رسمه في الربع الأول بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات، ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ٤س – س^{٢} لتكون مساحته أكبر ما يمكن.

(٧ علامات)

السـؤال الرابع : (١٩ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية :

١) $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^{٣} - ٢|س|}}{٢س^{٢} - ٥س - ١٢}$

(٥ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا\ ٣س - جتا\ ٥س}{٢س^{٢}}$

(٥ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} |\frac{س}{٢} - ١| & ، -١ \leq س < ٣ \\ [\frac{١}{٢}س + ٣] & ، ٣ \leq س < ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق(س) على الفترة [– ١ ، ٤]

(٩ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس : (١٦ علامة)

أ) إذا كانت $\lim_{س \to 0} \frac{ظا ٢ س}{٥ س} = \lim_{س \to 0} \frac{جا ٦ س}{ب س - س} = ٢$ ، فجد قيمة كلاً من الثابتين ٢ ، ب.
(٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $(س^{٢} + س)^{-١}$ ، فجد مقدار التغير في قيمة الاقتران ق(س) إذا تغيرت س من
$س_{١} = ١$ إلى $س_{٢} = ٢$ (٥ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $س^{٢} + \frac{٣}{س}$ ، حيث س ≠ ٠ ، فجد ق$'$ (-١) باستخدام تعريف المشتقة.
(٦ علامات)

(انتهت الأسئلة)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الأول :-

أ) $\frac{1}{2\sqrt{س}}$ جتا$\sqrt{س}$ + جتا$\sqrt{ص}$ × $\frac{\frac{ص}{س}}{2\sqrt{ص}}$ = قا^2(س ص) [س × $\frac{ص}{س}$ + ص]

$\frac{1}{2\sqrt{س}}$ جتا$\sqrt{س}$ + $\frac{1}{2\sqrt{ص}}$ جتا$\sqrt{ص}$. $\frac{ص}{س}$ = س قا^2(س ص) . $\frac{ص}{س}$ + ص قا^2(س ص)

$\frac{1}{2\sqrt{ص}}$ جتا$\sqrt{ص}$. $\frac{ص}{س}$ − س قا^2(س ص) $\frac{ص}{س}$ = ص قا^2(س ص) − $\frac{1}{2\sqrt{س}}$ جتا$\sqrt{س}$

$\frac{ص}{س}$ ($\frac{1}{2\sqrt{ص}}$ جتا$\sqrt{ص}$ − س قا^2(س ص)) = ص قا^2(س ص) − $\frac{1}{2\sqrt{س}}$ جتا$\sqrt{س}$

$\frac{ص}{س}$ = $\frac{ص قا^2(س ص) - \frac{1}{2\sqrt{س}} جتا\sqrt{س}}{\frac{1}{2\sqrt{ص}} جتا\sqrt{ص} - س قا^2(س ص)}$

ب) نقطة التماس (س، ص)
نقطة خارجية (١، ١)
ميل المماس = $\frac{ص-١}{س-١}$

الاشتقاقه
ق(س) = ٢س

ميل المماس = المشتقة عند التماس

$\frac{ص-١}{س-١}$ = ٢س

ص − ١ = ٢س^2 − ٢س

من الفرق

س^2 + ٤ − ١ = ٢س^2 − ٢س

س^2 − ٢س − ٣ = ٠

(س − ٣) (س + ١) = ٠

س = ٣ ، س = −١

نقطتي تماس لذلك يوجد مماسين هما

(٣، ١٣)
ميل الأول = ق(٣) = ٦
ص − ١٣ = ٦(س − ٣)

(−١، ٥)
ميل الثاني = ق(−١) = −٢
ص − ٥ = −٢(س + ١)

ج) ف = $\frac{1}{4}$ (ن + ٢)^4 − ٦ن^2

ع = (ن + ٢)^3 − ١٢ن

ت = ٣(ن + ٢)^2 − ١٢

المطلوب ت عندما ع = ٨٩

(ن + ٢)^3 − ١٢ن = ٨٩

ن^3 + ٦ن^2 + ١٢ن + ٨ − ١٢ن − ٨٩ = ٠

ن^3 + ٦ن^2 − ٨١ = ٠

حل آخر إستبدال ص = ن + ٢

ص	ن	ن^2	ن^3
−٨١	١	٦	٠
٨١	٣	٢٧	٢٧
٠	١	٩	٢٧

(ن − ٣) (ن^2 + ٩ن + ٢٧) = ٠ (لا حل)

ن = ٣ فقط

المطلوب ت$_1$ = ٣(٥)^2 − ١٢

ن = ٣ ، ٧٥ − ١٢ = ٦٣ م/ث^2

السؤال الثاني :-

أ) بما أنه ق(٢) موجودة فإنه ق(س) متصل عند س = ٢

ق(٢) = $\lim_{س \to 2^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to 2^-}$ ق(ث)

٢أ − ٢ب = ٤ − ٨ب + ٢أ = ٢أ − ٢ب

٢أ − ٢ب = ٤ − ٨ب + ٢أ

٢أ + ٦ب = ٤ ← أ + ٣ب = ٢ ——— (١)

الاشتقاقه ق(س) = { ٢أ − ب ، س ≥ ٢ ; −٣ب س^2 + أ ، س < ٢ }

ق$_+$(٢) = ق$_-$(٢)

−١٢ب + أ = ٤أ − ب

٣أ + ١١ب = ٠ ——— (٢)

حل المعادلتين

أ = ١١ ، ب = −٣

−٣أ − ٩ب = −٦
٣أ + ١١ب = ٠
٢ب = −٦
ب = −٣
أ − ٩ = ٢
أ = ١١

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) نعيد ترتيب السؤال ليصبح هـ(س) موضع القانون

$$هـ(س) = \frac{ل(س)}{س \cdot ه(س)}$$

$$هـ'(س) = \frac{(س \cdot ه(س))(ل'(س)) - (ل(س))(س \cdot ه'(س) + ه(س))}{(س \cdot ه(س))^2}$$

$$هـ'(2) = \frac{(2 \times \frac{3}{2})(1) - (-3)(2 \times -3 + \frac{3}{2})}{(2 \times \frac{3}{2})^2}$$

$$= \frac{-3 + 3 + (\frac{15}{2})}{9} = \frac{15}{18}$$

ج) $ه'(س-1)(3) = \frac{-1 \times 2س}{س^4} = \frac{-12}{س^3}$

$3س - 1 = 5 \Leftarrow 3س = 6 \Leftarrow س = 2$

$ه'(5) \times -3 = \frac{-2}{8} = \frac{-2}{4}$

$ه'(5) \times 3 = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \Leftarrow ه'(5) \times 3 = \frac{1}{4}$

$ه'(5) = \frac{1}{12}$

طريقة أخرى للحل:

$ه'(3س-1) = \frac{1 - 2س}{س^2}$

$ه'(3س-1)(3) = \frac{س^2(-2) - (1-2س)(2س)}{(س^2)^2}$

$ه'(5)(3) = \frac{4 \times -2 - (-3)(4)}{(4)^2}$

$ه'(5) \times 3 = \frac{1}{4} \Leftarrow ه'(5) = \frac{1}{12}$

السؤال الثالث ث

أ) بعبر الشكل

ه' − − − | 3 | ه' + + + | 1 | ه' − − −

1) ه(س) متناقص في $(-\infty, 1]$ ، $[3, \infty)$

ه(س) متزايد في $[1, 3]$

2) صغرى محلية عند س = 1

عظمى محلية عند س = 3

ب) $\frac{ع}{ن} = \frac{ع}{ن}$ ، $\frac{ع}{ن} = \frac{س}{ن}$ ×

$ن = 12\pi$ سم^3/ث

$ع = \frac{1}{3}\pi س^2 ع$

$ع = \frac{\pi}{3}(\frac{1}{9}ع^2)(ع)$

$ع = \frac{\pi}{27} ع^3$

$\frac{ع}{ن} = \frac{\pi}{27} \times 3ع^2 \cdot \frac{ع}{ن}$

$12 = \frac{\pi}{9} \times \frac{1}{4} \times (12)^2 \times \frac{ع}{ن}$

$\frac{ع}{ن} = \frac{3}{\pi}$ ← معدل السؤال عندما ع = 12

$\frac{س}{8} = \frac{ع}{24}$

$س = \frac{1}{3}ع$

ج) نرسم $ه(س) = 4س - س^2$

حيث يلزم الرأس والجذور

طول القاعدة الكبرى = 4

المساحة = $\frac{1}{2}$ (مجموع القاعدتين × الارتفاع)

$م = \frac{1}{2}(4 + 2(س-2)) \times ص$

$م = (4 + س - 2) \times ص$

$م = س \times ص$ ← ص الارتفاع

$م = س(4س - س^2)$

$م = 4س^2 - س^3$

$م' = 8س - 3س^2 = 0$

$س(8 - 3س) = 0$

$س = 0$ تهمل ، $س = \frac{8}{3}$

عظمى عند $س = \frac{8}{3}$

$م = \frac{8}{3}(\frac{32}{3} - \frac{64}{9}) = \frac{256}{27}$

$س = \frac{-ب}{2أ} = \frac{-4}{-2}$

$س = 2$

الرأس (2، 4)

الجذور $4س - س^2 = 0$

$س(4 - س) = 0$

$س = 0$ ، $س = 4$

السؤال الرابع ن

أ) 1) نعيد تعريف المطلوب

$\frac{س}{س} \times \frac{صفر}{8}$

نهـ $\frac{\text{بس}^3 - 2س}{س^2 - 5س - 12}$ × $\frac{\text{بس}^3 + 2س}{\text{بس}^3 + 2س}$

$س \to 4$

نهـ $\frac{س^3 - 4س^2}{4س^2 - 5س - 12}$ × $\frac{1}{\text{بس}^3 + 2س}$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$$\text{نهـا}_{س\to 4}\left(\frac{(س^2-س-4)}{(س-4)(2س+3)}\times\frac{1}{س^2+2س}\right)$$

$$=\frac{17}{11}\times\frac{1}{17}=\frac{1}{11}$$

ج) $$\text{نهـا}_{س\to 0}\frac{-2\,\text{حا}^2 س\times\text{حا}(-س)}{2س^2}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 0}\frac{-\text{حا}^2 س}{س}\times\text{نهـا}_{س\to 0}\frac{\text{حا}(-س)}{س}$$

$$=-1\times-1=1$$

أ) نصيد تعريف المطلق و [ ]

$$\frac{س}{2}-1=0\Leftarrow س=2$$

ل = 2

	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$\frac{س}{2}-1$		−	0	+		+		+	
$\frac{س}{2}-1$					0	+		+	
$[\frac{س}{2}-1]$		−1		0		1		2	

$$\text{ه}(س)=\begin{cases}1-\frac{س}{2} & ,\ -1\le س<2\\ \frac{س}{2}-1 & ,\ 2\le س<3\\ 4 & ,\ 3\le س<4\end{cases}$$

البحث في القواعد

الأولى متصلة على $[-1,2)$ لأنها كثيرة حدود

الثانية متصلة على $(2,3)$ لأنها كثيرة حدود

الثالثة متصلة على $(3,4)$ لأنها كثيرة حدود

البحث في النقط

عند $س=2$ تحول

$$\text{ه}(2)\stackrel{؟}{=}\text{نهـا}_{س\to 2^+}\text{ه}(س)\stackrel{؟}{=}\text{نهـا}_{س\to 2^-}\text{ه}(س)$$

صفر = صفر = صفر متصل عند $س=2$

عند $س=3$ تحول

$$\text{ه}(3)\stackrel{؟}{=}\text{نهـا}_{س\to 3^+}\text{ه}(س)\stackrel{؟}{=}\text{نهـا}_{س\to 3^-}\text{ه}(س)$$

$$4=4\neq\frac{1}{2}$$

غير متصل عند $س=3$ $\because$ $\text{نهـا}_{س\to 3}\text{ه}(س)$ غير موجودة .

$\therefore$ ه(س) متصل على $[-1,4)-\{3\}$

السؤال الخامس :-

أ) $$\text{نهـا}_{س\to 0}\frac{\text{ظا}2س}{5س}=2$$

$$\frac{2}{5}م=2\Leftarrow م=10$$

ب) $$\text{نهـا}_{س\to 0}\frac{\text{حا}6س}{ل\,س-س}=2$$

$$\text{نهـا}_{س\to 0}\frac{\text{حا}6س}{س(ل-1)}=2$$

$$\frac{6}{ل-1}=2\Leftarrow 6=2ل-2$$

$$\boxed{ل=4}$$

أ) $\Delta ص=\text{ه}(2)-\text{ه}(1)$

$=(4+2)^2-(1+1)^2$

$=\frac{1}{6}-\frac{3}{6}=\frac{-1}{3}$

ج) $$\text{ه}'(-1)=\text{نهـا}_{ع\to -1}\frac{\text{ه}(ع)-\text{ه}(-1)}{ع-(-1)}$$

$$=\text{نهـا}_{ع\to -1}\frac{ع^2+\frac{3}{ع}-(1+\frac{3}{-1})}{ع+1}$$

$$=\text{نهـا}_{ع\to -1}\frac{ع^2-1}{ع+1}+\text{نهـا}_{ع\to -1}\frac{\frac{3}{ع}+3}{ع+1}$$

$$=\text{نهـا}_{ع\to -1}\frac{(ع-1)(ع+1)}{ع+1}+\text{نهـا}_{ع\to -1}\frac{\frac{3+3ع}{ع}}{ع+1}$$

$$=-2+\text{نهـا}_{ع\to -1}\frac{3(1+ع)}{ع}\times\frac{1}{ع+1}$$

$$=-2+\frac{3}{-1}=-5$$

عمر الجبر
Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

نموذج (ب)

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ما بعد / الدورة الشتوية

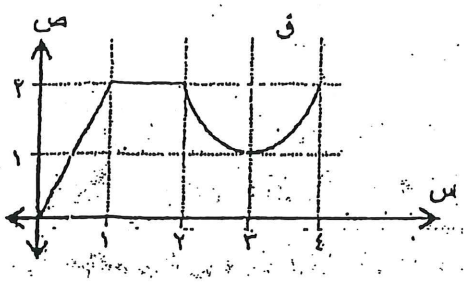
(وثيقة محمية الوجود في قسم الامتحانات العامة)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث
الفـــرع : العلمي
اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٥/٠١/٠٤
مدة الامتحان : ٢ س ٠٠ د

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥) ، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السـؤال الأول: (٢١ علامة)

أ) بالاعتماد على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى الاقتران ق المتصل على الفترة [٠ ، ٤] ، جد ما يأتي: (٧ علامات)



١) متوسط تغير الاقتران ق بالفترة [٠ ، ٤]

٢) قيمة كلاً من: ق$'$ ($\frac{١}{٢}$) ، ق$'$ (١,٥) ، ق$'$ (٣)

ب) إذا كان ق (س) = س + $\sqrt{\text{س}}$ فجد ق$'$ (٤) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ج) إذا كان ق اقتراناً متصلاً ، وكان ق$'$(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢}+١}$ ، وكان هـ (س) = $\sqrt{٥\text{س}-١}$

فجـد (ق ○ هـ)$'$ (١) (٦ علامات)

السـؤال الثاني: (٢١ علامة)

أ) إذا كان س = $\sqrt{\text{ص}^{٢}+٣\text{ص}}$ فجـد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما س = ٢ (٧ علامات)

ب) أثبت أنه إذا كان ق(س) = س$^{\text{ن}}$ ، حيث س ≠ ٠ ، ن عدد صحيح سالب

فإن ق$'$(س) = ن س$^{\text{ن}-١}$ (٦ علامات)

ج) ليكن ق(س) = س |جا س| ، س ∈ [٠ ، ٢π]

ابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = π (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الثالث: (٢١ علامة)

أ) قُذف جُسَيم رأسياً إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها (١١٢) متر/ث وفق العلاقة:

ف(ن) = ١١٢ ن − ١٦ ن^{٢} ، حيث (ف) المسافة التي يقطعها الجُسَيم بالأمتار ، (ن) الزمن بالثواني.

جد ما يأتي: (٧ علامات)

١) أقصى ارتفاع يصل إليه الجُسَيم.

٢) الزمن اللازم ليكون الجُسَيم على ارتفاع (٩٦) متراً من نقطة القذف.

ب) جد مساحة المثلث النواتج في الربع الأول والمحصور بين محوري السينات والصادات ومماس

منحنى العلاقة: ص = $\frac{٥}{س} - \frac{س}{٥}$ ، س ≠ ٠ عند النقطة (٥ ، ٠) (٧ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = س − جاس ، س ∈ [٠ ، π] ، فجد ما يأتي: (٧ علامات)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق

٢) القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية للاقتران ق (إن وجدت).

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية:

١) نهـا (س → ٣−) $\frac{س + ٣}{س + ٢ س^{٢} - ٩}$ (٦ علامات)

٢) نهـا (س → π) $\frac{١ + جتا س}{(س - π)^{٢}}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٤ س + ٢ & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ١٠ & ، س = ٢ \\ \frac{(٢س + ١)^{٢} - ٢٥}{س - ٢} & ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$ (٧ علامات)

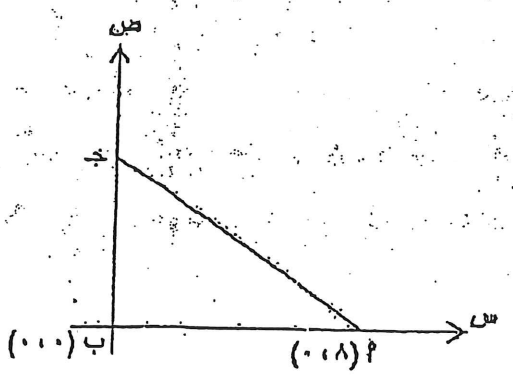
فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

يتبع الصفحة الثالثة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (١٨ علامة)

أ) الشكل المجاور يمثّل المثلث أ ب جـ المرسوم في المستوى (٩ علامات)



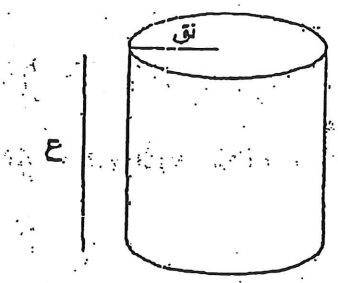
حيث أ (٨ ، ٠) ، ب (٠ ، ٠) ، قياس الزاوية ب أ جـ = ٣٠°

بدأت نقطة الحركة من أ على الضلع أ جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها (٢) سم/ث ، وبنفس اللحظة بدأت نقطة أخرى بالحركة من ب على الضلع ب جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها (٣) سم/ث

جد معدّل تغيّر بُعد النقطتين المتحركتين عن بعضهما بعدّ ثانية واحدة من بدء حركتهما.

ب) اسطوانة دائرية قائمة مغلقة نصف قطر قاعدتها (نق) سم (٩ علامات)

وارتفاعها (ع) سم، وحجمها (٥٤π) سم^٣



جد نصف قطر قاعدة الاسطوانة وارتفاعها اللذان يجعلان مساحة سطحها الكلّية أقل ما يمكن.

﴿انتهت الأسئلة﴾

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س١ (أ) ١) $\frac{ص}{س} = \frac{ق(٤) - ق(٠)}{٤ - ٠} = \frac{٢ - ٠}{٤} = \frac{١}{٢}$

٢) $ق(\frac{١}{٢}) = م = \frac{٢ - ٠}{١ - ٠} = ٢$

$ق(٥٫١) = ٠$ ، $ق(٣) = ٠$

(ب) $ق(٤) = \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{ع + ٢\sqrt{ع} - (٤ + ٢)}{ع - ٤}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{ع}{ع} + \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{٢\sqrt{ع} - ٢}{ع - ٤}$

$= ١ + \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{٢\sqrt{ع} - ٢}{(\sqrt{ع} - ٢)(\sqrt{ع} + ٢)}$

$= ١ + \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٤}$

(ج) $هـ(١) = ٢\sqrt{٤} = ٢$

$هـ(س) = \frac{٥}{٢\sqrt{٥س - ١}}$ ∴ $هـ(١) = \frac{٥}{٤}$

$ق(٢) = \frac{٢}{٥}$ ∴ $(ق \circ هـ)'(١) = ق'(هـ(١)) \times هـ'(١)$

$= ق(٢) \times \frac{٥}{٤} = \frac{٢}{٥} \times \frac{٥}{٤} = \frac{١}{٢}$

س٢ (أ) $س = \sqrt{ص^٢ + ٣ص}$ تربيع الطرفين

$س^٢ = ص^٢ + ٣ص$

$٢س = ٢ص \frac{دص}{دس} + ٣ \frac{دص}{دس}$

$٢س = \frac{دص}{دس}(٢ص + ٣)$

$\frac{دص}{دس} = \frac{٢س}{٢ص + ٣}$

$\frac{دص}{دس}| = \frac{٤}{-٥}$ (٣، ٤)

$\frac{دص}{دس}| = \frac{٤}{٥}$ (١، ٢)

| $٤ = ص^٢ + ٣ص$
| $ص^٢ + ٣ص - ٤ = ٠$
| $(ص + ٤)(ص - ١) = ٠$
| $ص = -٤ ، ص = ١$

(ب) نفرض أن $ن = -م$

$هـ(س) = س^{ن} = س^{-م} = \frac{١}{س^م}$

$ق(س) = \frac{-١ \times م \times س^{-م-١}}{س^{٢م}} = -م س^{-م-١}$

$ق(س) = ن س^{ن-١}$

(ج) $ق(س) = \begin{cases} س جاس ، ٠ \leq س < \pi \\ -س جاس ، \pi \leq س < ٢\pi \end{cases}$

نبحث اتصال ق عند $س = \pi$

$ق(\pi) = -\pi جا\pi = ٠$

$\text{نهـا}_{س \to \pi^-} ق(س) = ٠$ ، $\text{نهـا}_{س \to \pi^+} ق(س) = ٠$ ∴ $\text{نهـا}_{س \to \pi} ق(س) = ٠$

$\text{نهـا}_{س \to \pi} ق(س) = ق(\pi)$ ∴ ق متصل عند $س = \pi$

$ق(س) = \begin{cases} س جتاس + جاس ، ٠ < س \leq \pi \\ -س جتاس - جاس ، \pi < س < ٢\pi \end{cases}$

$ق'_+(\pi) = -\pi جتا\pi - جا\pi = \pi$

$ق'_-(\pi) = \pi جتا\pi + جا\pi = -\pi$

∴ $ق'(\pi)$ غير موجودة

∴ ق غير قابل للاشتقاق عند $س = \pi$

س٣ (أ) ١) ف|

$ف' = ٠$

$ف'(ن) = ١١٢ - ٣٢ن = ٠$

$ن = \frac{١١٢}{٣٢} = \frac{٥٦}{١٦} = \frac{٧}{٢}$

$ف(\frac{٧}{٢}) = ١١٢ \times \frac{٧}{٢} - ١٦ \times \frac{٤٩}{٤}$

$= ٥٦ \times ٧ - ٤٩ \times ٤ = ٣٩٢ - ١٩٦ = ١٩٦$

٢) ن|

$ف = ٩٦$

$١١٢ن - ١٦ن^٢ = ٩٦$

$\frac{١٦ن^٢}{١٦} - \frac{١١٢ن}{١٦} + \frac{٩٦}{١٦} = \frac{٠}{١٦}$

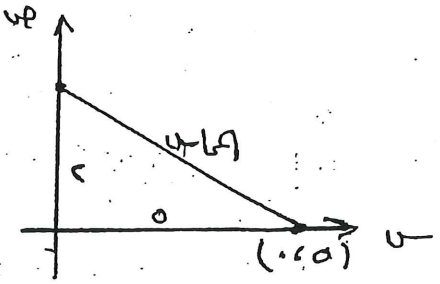
$ن^٢ - ٧ن + ٦ = ٠$

$(ن - ٦)(ن - ١) = ٠$

$ن = ١ ، ن = ٦$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(ب)



معادلة المماس : $ص - ص_{ب} = م(س - س_{ب})$

$م = ص_{ب}|_{س=٥} = \frac{-٢}{٥} = \frac{١}{٥} - = \frac{-٥}{٥}$

معادلة المماس : $ص - ٠ = \frac{-٢}{٥}(س - ٥)$

المقطع مع الصادات : $س = ٠$

$ص = \frac{-٢}{٥} \times -٥ = ٢$

المقطع مع السينات $= ٥$

$\therefore م = \frac{١}{٢} \times ق_{ص} \times ق_{س} = \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٥ = ٥$

(ج) $ق'(س) = ١ - ٢ جتا ٢س$

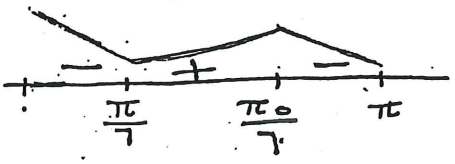
$١ - ٢ جتا ٢س = ٠$

$جتا ٢س = \frac{١}{٢}$

$٢س = ٦٠° \quad ، \quad ٢س = ٣٠٠°$

$س = ٣٠° \quad ، \quad س = ١٥٠°$

إشارة $ق'$



١) تزايد $\left[\frac{\pi}{٦} ، \frac{٥\pi}{٦}\right]$

تناقص $\left[٠ ، \frac{\pi}{٦}\right] ، \left[\frac{٥\pi}{٦} ، \pi\right]$

٤) قيمة صغرى محلية $= ق\left(\frac{\pi}{٦}\right) = \frac{\pi}{٦} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

قيمة عظمى محلية $= ق\left(\frac{٥\pi}{٦}\right) = \frac{٥\pi}{٦} + \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(أ) ١) $\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + \sqrt{س^٢ - ٩}} = \frac{٠}{٠}$

$\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + \sqrt{س^٢ - ٩}} \times \frac{س - \sqrt{س^٢ - ٩}}{س - \sqrt{س^٢ - ٩}}$

$\lim_{س \to -٣} \frac{(س+٣)(س - \sqrt{س^٢ - ٩})}{س^٢ - (س^٢ - ٩)}$

$\lim_{س \to -٣} \frac{(س+٣)(س - \sqrt{س^٢ - ٩})}{٩ - س^٢}$

$\lim_{س \to -٣} \frac{(س+٣)(س - \sqrt{س^٢ - ٩})}{(٣ - س)(٣ + س)}$

$= \frac{-٣ - ٣}{٣ - ٣} = \frac{-٦}{٦} = -١$

٢) $\lim_{س \to \pi} \frac{١ + جتا س}{(س - \pi)^٢} = \frac{٠}{٠}$

$\lim_{س \to \pi} \frac{١ + جتا س}{(س - \pi)^٢} \times \frac{١ - جتا س}{١ - جتا س}$

$\lim_{س \to \pi} \frac{١ - جتا^٢ س}{(س - \pi)^٢ \times ٢}$

$\lim_{س \to \pi} \frac{جا^٢ س}{٢(س - \pi)^٢} = \lim_{س \to \pi} \frac{جا^٢(\pi - س)}{٢(\pi - س)^٢}$

$= \lim_{ص \to ٠} \frac{جا^٢ ص}{٢ ص^٢} = \frac{١}{٢}$

(ب) $ق(٢) = ١٠$

$\lim_{س \to ٢^+} \frac{(٢س + ١)^٢ - ٢٥}{س - ٢} = \frac{٠}{٠}$

$\lim_{س \to ٢^+} \frac{(٢س + ١ - ٥)(٢س + ١ + ٥)}{س - ٢}$

$\lim_{س \to ٢^+} \frac{(٢س - ٤)(٢س + ٦)}{س - ٢}$

$= ٢ \times ١٠ = ٢٠$

$\lim_{س \to ٢^-} (٤س + ٢) = ١٠$ $\therefore \lim_{س \to ٢} ق(س)$ غير موجود

$\therefore ق$ غير متصل عند $س = ٢$

Omar Aljabr Hallaq
www.omar-aljabr.com

(ب) $م = ٢\pi نق^{٢} + \frac{ع}{نق}$

$ع = ٤\pi نق^{٢}$

$٤\pi نق^{٢} = ٥٤\pi$

$ع = \frac{٥٤}{نق^{٢}}$

$م = ٢\pi نق^{٢} \times \frac{٥٤}{نق^{٢}} + ٢\pi نق^{٢}$

$م = ٢\pi نق^{٢} + \frac{١٠٨\pi}{نق}$

$م' = ٤\pi نق - \frac{١٠٨\pi}{نق^{٢}}$

$م'' = ٤\pi + \frac{٢١٦\pi}{نق^{٣}}$

أصفار البسط : $٤\pi نق^{٣} + ١٠٨\pi = ٠$

$نق^{٣} = ٢٧ \leftarrow$ $\therefore$ $نق = ٣$

أصفار المقام : $نق = ٠$

إشارة $م'$: $-$ عند ٠، $-$ عند ٣، $+$ عند ٣

صغرى عند $نق = ٣$

$ع = \frac{٥٤}{٩} = ٦$

(أ) $ص$ $ل$ $م$ $ن$ $ك$ ٣٠ ٨ $٢\sqrt{٣٧}$ $٨\sqrt{٣}$

نجد الأطول : $ظا ٣٠ = \frac{ب جـ}{٨} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

$ب جـ = \frac{٨}{\sqrt{٣}}$

$حتا ٣٠ = \frac{م ب}{م جـ} = \frac{٨}{م جـ} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$\therefore$ $م جـ = \frac{١٦}{\sqrt{٣}}$

$\frac{د س}{د ن} = -٢$ ، $\frac{د ص}{د ن} = -٣$

$س = (-٢)(\frac{١٦}{\sqrt{٣}})$

$ص = (-٣)(\frac{٨}{\sqrt{٣}})$

$\frac{د ف}{د ن}$ | $ن = ١$

$ف = \sqrt{س^{٢} + ص^{٢} - ٦ س ص}$ حتا

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢ س \frac{د س}{د ن} + ٢ ص \frac{د ص}{د ن} - (س \frac{د ص}{د ن} + ص \frac{د س}{د ن})}{٢\sqrt{س^{٢} + ص^{٢} - ٦ س ص}}$

$= \frac{-٤(-٢)(\frac{١٦}{\sqrt{٣}}) - ٦(-٣)(\frac{٨}{\sqrt{٣}}) + ٣(-٢)(\frac{١٦}{\sqrt{٣}}) + ٢(-٣)(\frac{٨}{\sqrt{٣}})}{٢\sqrt{(-٢)(\frac{١٦}{\sqrt{٣}})^{٢} + (-٣)(\frac{٨}{\sqrt{٣}})^{٢} - ٦(-٢)(\frac{١٦}{\sqrt{٣}})(-٣)(\frac{٨}{\sqrt{٣}})}}$

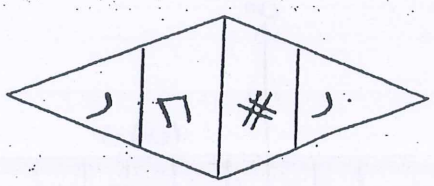
لا نسط الجواب

لا علاقة له عن الجواب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

Omar Aljabr
عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٢:٠٠ — د س

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٥/١٢/٣٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (٢٠ علامة)

أ) جد كلاً مما يأتي:

١) $\lim_{س \to -٣} \frac{٦ - س\sqrt{س + ١}}{٩ - ٣س}$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢س - جا س}{\sqrt{١ - جتا ٢س}}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{٩س^{٢} - ١}{\sqrt{١ - ٦س + ٩س^{٢}}} & ، -\frac{١}{٣} < س < \frac{١}{٣} \\ -٢ & ، س = \frac{١}{٣} \\ -٦س - [س] & ، \frac{١}{٣} < س < \frac{٤}{٣} \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = $\frac{١}{٣}$ (٧ علامات)

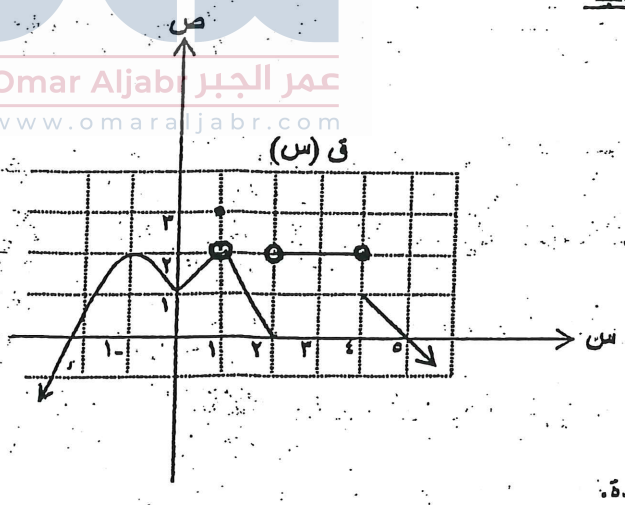
السؤال الثاني : (٢١ علامة)

أ) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق (س) على الفترة [٢ ، ٥] يساوي (٧) ، وكان متوسط تغيّره على الفترة [٥ ، ٩] يساوي (١٤) ، فجد متوسط التغيّر في الاقتران ق (س) على الفترة [٢ ، ٩] .
(٥ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ؛؛؛؛؛

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران



ق (س) : س ∈ ح ، أجـــب عن كلٍّ ممـــا يأتـــي:

١) إذا كانت نهـــــا ق (س) = ٢ ، فجـد قيم الثابت أ .
س ← أ

٢) إذا كانت نهـــــا ق (س) غير موجودة ،
س ← ب

فجـد قيم الثابت ب.

٣) جـد قيم س التي تكون عندها ق′(س) غير موجودة.

٤) جـد: ق′(-١) ، ق′(٣) ، ق′(٥).

(١١ علامة)

ج) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان (ق ∘ هـ) (س) = $\frac{س^{٣} + أ}{س + ١}$ + $\frac{١}{٢}$ ، س ≠ -١

وكان ق′(س) = $\sqrt[٣]{س^{٢} + ٧}$ ، هـ′(١) = ٤ ، هـ (١) = ١ ، فجـد قيمة الثابت أ .

(٥ علامات)

الســـــــــؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كان الاقتران ق (س) قابلاً للاشتقاق، وكان ص^{٢} = س ق (س^{٢}) ، ص > ٠ ، ق (١) = ٤

ق′(١) = ١ ، فجـد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١ . (٦ علامات)

ب) إذا كان جـا^{٢} ٣ س = (١ - ص^{٢})^{٦} ، فأثبت أن :

٢ ص ص′ = ظتـا ٣ س (ص^{٢} - ١) (٦ علامات)

ج) ليكن ق (س) = $\sqrt{س}$ + |س - ٢| ، س ∈ (٠ ، ٤) ، ابحث في قابلية الاقتران ق (س) للاشتقاق

عند س = ٢ باستخدام التعريف العام للمشتقة. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

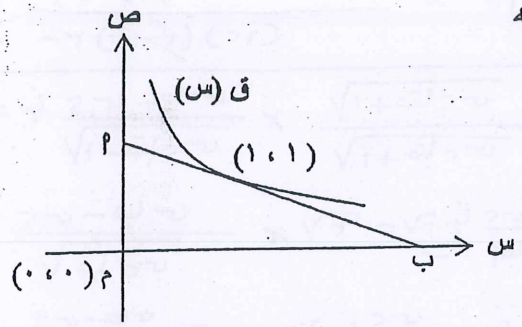
Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الرابع : (٢٥ علامة)

أ) يتحرك جسيم وفق العلاقة ع^{٢} (ن) = ٦ − $\frac{أ}{ف(ن)}$ ، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني ،
إذا علمت أن تسارع الجسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته يساوي (٩) م/ث^{٢} ، فجـد قيمة الثابت أ .

(٥ علامات)

ب) معتمدًا الشـكل المجاور الذي يُمثّل المثلث أ م ب الذي ضلعه



$\overline{أ ب}$ يمس منحنى الاقتران ق (س) = $\frac{جـ}{س + ١}$ ، س ≠ −١

عند النقطة (١ ، ١)، فجـد قيمة الثابت جـ التي تجعـل

مساحته تساوي ($\frac{٩}{٤}$) وحدة مربعة.

(٧ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\sqrt[٣]{س^{٣} - ٢٧ س}$ ، س ∈ (−١٠ ، ١٠) ، فجـد كلاً مما يأتي: (١٣ علامة)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت).

السـؤال الخامس : (١٥ علامة)

أ) رُسم مثلث متساوي الأضلاع داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة، بدأ كل من الدائرة والمثلث بالتمدد مُحافظيْن على شكلهما ووضعهما، بحيث يتمدد نصف قطر الدائرة بمعدل (٣) سم/د ، جـد معدل تغيّر مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث عندما يكون نصف قطر الدائرة (٩) سم.

(٧ علامات)

ب) جـد حجم أكبر موشور (منشور) رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته (٦) سم وارتفاعه (٨) سم. (٨ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

Omar Aljabr عمر الجبر

السؤال الأول: أ) ① $\lim_{س\to ٣} \frac{٦-س^{٢}+١}{٩-٣س} \times \frac{٦+س^{٢}+١}{٦+س^{٢}+١}$

$= \lim_{س\to ٣} \frac{٣٦-(س^{٢}+١)^{٢}}{(٩-٣س)(٦+س^{٢}+١)}$

$= \lim_{س\to ٣} \frac{٣٦-س^{٤}-٢س^{٢}-١}{(٩-٣س)(٦+س^{٢}+١)} = \lim_{س\to ٣} \frac{-س^{٤}+٢س^{٢}+٣٦}{(٩-٣س)(٦+س^{٢}+١)}$

$= \lim_{س\to ٣} \frac{-(س-٣)(س+٣)(س^{٢}+٤س+١٢)}{-٣(س-٣)(٦+س^{٢}+١)} = \frac{١١}{١٤}$

② $\lim_{س\to ٠} \frac{\sqrt{١-\text{جتا}٤س}}{٣س-\text{جا}س} \times \frac{\sqrt{١+\text{جتا}٤س}}{\sqrt{١+\text{جتا}٤س}}$

$= \lim_{س\to ٠} \frac{\sqrt{\text{جا}^{٢}٤س}}{٣س-\text{جا}س} \times \frac{٨}{\sqrt{١+\text{جتا}٤س}}$

$= \lim_{س\to ٠} \frac{|\text{جا}٤س|}{٣س-\text{جا}س} \times ٨$ ∵ $\lim_{س\to ٠} \frac{\text{جا}٤س}{٤س} \times ٨ = ٨$

$= \lim_{س\to ٠^{+}} \frac{\text{جا}٤س}{٣س-\text{جا}س} \times ٨ = ٨ \lim_{س\to ٠^{+}} \left(\frac{\text{جا}٤س}{٤س} \times \frac{٤س}{٣س-\text{جا}س}\right)$

$= ٨ \times \left(\frac{٤}{٣}-\frac{١}{٣}\right) = \frac{٨}{٣}$

$\lim_{س\to ٠^{-}} \frac{-\text{جا}٤س}{٣س-\text{جا}س} \times ٨ = ٨ \lim_{س\to ٠^{-}} \left(\frac{-\text{جا}٤س}{٤س} \times \frac{٤س}{٣س-\text{جا}س}\right)$

$= ٨ \left(-\frac{٤}{٣}+\frac{١}{٣}\right) = \frac{-٢٤}{٣}$

∴ النهاية غير موجودة ∵ $\lim_{س\to ٠^{+}} د(س) \neq \lim_{س\to ٠^{-}} د(س)$

ب) $د(٣) = -ج$

$\lim_{س\to \frac{١}{٣}^{+}} د(س) = -٦ \times \frac{١}{٣} - [\frac{١}{٣}]^{٢} + ج = -ج$

$\lim_{س\to \frac{١}{٣}^{-}} د(س) = \lim_{س\to \frac{١}{٣}^{-}} \frac{|٣س-١|}{(١-٣س)(٣س+١)} = \lim_{س\to \frac{١}{٣}^{-}} \frac{-(٣س-١)}{(١-٣س)(٣س+١)}$

$= \frac{-١}{٢} = -ج$

∴ $\lim_{س\to \frac{١}{٣}} د(س)$ متصل عند $س = \frac{١}{٣}$

$-ج = -ج \Rightarrow ج = ج$

ج) $د(-١) = ٠$ ، $د(٣) = ٠$ ، $د(٠) = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{-١}{٢}$

د) $ن = \{٠، ١، ٢، ٣\}$

هـ) $د = (٤، ٥) \cap \{-١، ١\} = \{١\}$ ، $ن = \{٢، ٤\}$

السؤال الثاني: أ) $\left.\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right|_{[٥،٠]} = \frac{د(٥)-د(٠)}{٥-٠} = ٨$

$\Rightarrow د(٥)-د(٠) = ٤٠$ ①

$\left.\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right|_{[٩،٥]} = \frac{د(٩)-د(٥)}{٩-٥} = ٣١ \Rightarrow د(٩)-د(٥) = ٥٦$ ②

① + ② $\Rightarrow د(٩)-د(٠) = ٩٨$

$\therefore \left.\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right|_{[٩،٠]} = \frac{د(٩)-د(٠)}{٩-٠} = \frac{٩٨}{٩} = ١١$

ب) $د(س) = \begin{cases} ٨س+ج-س & ، س \leq ٤ \\ ٨س+ج-٢س & ، س > ٤ \end{cases}$

$د'(٤) = \lim_{س\to ٤^{+}} \frac{د(س)-د(٤)}{س-٤} = \lim_{س\to ٤^{+}} \frac{(٨س+ج-٢س)-(٣٢+ج-٤)}{س-٤}$

$= \lim_{س\to ٤^{+}} \frac{٦س-٢٤}{س-٤} = ٦$

$د'(٤) = \lim_{س\to ٤^{-}} \frac{د(س)-د(٤)}{س-٤} = \lim_{س\to ٤^{-}} \frac{(٨س+ج-س)-(٣٢+ج-٤)}{س-٤}$

$= \lim_{س\to ٤^{-}} \frac{٧س-٢٨}{س-٤} = ٧$

∴ $د'(٤)$ غير موجودة ∵ $د'_{+}(٤) \neq د'_{-}(٤)$

السؤال الثالث: أ) $ص = \frac{س+٣}{س+١} + \frac{١}{ج}$ ، $س \neq -١$

$ص' = \frac{(س+١)-(س+٣)}{(س+١)^{٢}} = \frac{-٢}{(س+١)^{٢}}$

$ص'' = \frac{٤(س+١)}{(س+١)^{٤}} = \frac{٤}{(س+١)^{٣}}$

$ص''' = \frac{-١٢(س+١)^{٢}}{(س+١)^{٦}} = \frac{-١٢}{(س+١)^{٤}}$

$ص^{(ن)} = \frac{(-١)^{ن} \times ن! \times ٢}{(س+١)^{ن+١}}$

ب) $د(س) = ٣س^{٤}-٤س^{٣}-٦س^{٢}+ج$

$د'(س) = ١٢س^{٣}-١٢س^{٢}-١٢س$

$د''(س) = ٣٦س^{٢}-٢٤س-١٢$

$د''(س) = ٠ \Rightarrow ٣س^{٢}-٢س-١ = ٠$

$(٣س+١)(س-١) = ٠$

$س = -\frac{١}{٣}$ ، $س = ١$

س	$-\frac{١}{٣}$	١
$د''(س)$	+	-
د	∪	∩

نقطة انعطاف $(-\frac{١}{٣}، \frac{٢٣}{٢٧}+ج)$

ج) $د(س) = \frac{٣س^{٢}+٢}{س^{٢}+١}$

$د'(س) = \frac{(س^{٢}+١)(٦س)-(٣س^{٢}+٢)(٢س)}{(س^{٢}+١)^{٢}} = \frac{-٤س}{(س^{٢}+١)^{٢}}$

$د''(س) = \frac{(س^{٢}+١)^{٢}(-٤)-(-٤س)(٢)(٢س)(س^{٢}+١)}{(س^{٢}+١)^{٤}}$

$= \frac{(س^{٢}+١)(-٤)+١٦س^{٢}}{(س^{٢}+١)^{٣}} = \frac{١٢س^{٢}-٤}{(س^{٢}+١)^{٣}}$

$د''(س) = ٠ \Rightarrow ١٢س^{٢}-٤ = ٠$

$س = -\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $س = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

س	$-\frac{١}{\sqrt{٣}}$	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$
$د''(س)$	+	-
د	∪	∩

نقطة انعطاف $(\frac{١}{\sqrt{٣}}، \frac{٧}{٤})$

د) $ص = س \times د(س^{٢})$ ، $ص > ٠$

$\frac{\text{د}ص}{\text{د}س} = س \times د'(س^{٢}) \times ٢س + د(س^{٢}) \times ١$

$\frac{\text{د}ص}{\text{د}س} \times \frac{\text{د}س}{\text{د}ص} = ١ \times د'(١) \times ٢ + د(١)$

$٤ \times \frac{\text{د}س}{\text{د}ص} = ١ \times ٢ \times ١ + ٤$

$\frac{\text{د}س}{\text{د}ص} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$

$\Rightarrow$ ص ثابتة $\Rightarrow ص_{١} = ٤$

$س = ١$ معادلة أصلية:

$\Rightarrow ص_{١} = د(١) = ٤$

$\Rightarrow س = ٢$ ، $ص = -٢$ تقبل ∵ $ص > ٠$

السؤال الرابع: أ) $د(س) = \text{جا}^{٢}س(١-\text{جا}^{٢}س)$

$د'(س) = ٢\text{جا}س\text{جتا}س(١-\text{جا}^{٢}س) + \text{جا}^{٢}س(-٢\text{جا}س\text{جتا}س)$

$= ٢\text{جا}س\text{جتا}س - ٤\text{جا}^{٣}س\text{جتا}س$

$= ٢\text{جا}س\text{جتا}س(١-٢\text{جا}^{٢}س)$

$= \text{جا}٢س\text{جتا}٢س = \frac{١}{٢}\text{جا}٤س$

$د''(س) = ٢\text{جتا}٤س$

$د''(س) = ٠ \Rightarrow \text{جتا}٤س = ٠$

$٤س = \frac{\pi}{٢}$ ، $٤س = \frac{٣\pi}{٢}$

$س = \frac{\pi}{٨}$ ، $س = \frac{٣\pi}{٨}$

س	$\frac{\pi}{٨}$	$\frac{٣\pi}{٨}$
$د''(س)$	+	-
د	∪	∩

نقطة انعطاف $(\frac{\pi}{٨}، \frac{١}{٤})$ ، $(\frac{٣\pi}{٨}، \frac{١}{٤})$

ب) $د(س) = \begin{cases} ٨س+ج-س & ، س \leq ٤ \\ ٨س+ج-٢س & ، س > ٤ \end{cases}$

$د'(٤) = \lim_{س\to ٤^{+}} \frac{د(س)-د(٤)}{س-٤} = \lim_{س\to ٤^{+}} \frac{(٨س+ج-٢س)-(٣٢+ج-٤)}{س-٤}$

$= \lim_{س\to ٤^{+}} \frac{٦س-٢٤}{س-٤} = ٦$

$د'(٤) = \lim_{س\to ٤^{-}} \frac{د(س)-د(٤)}{س-٤} = \lim_{س\to ٤^{-}} \frac{(٨س+ج-س)-(٣٢+ج-٤)}{س-٤}$

$= \lim_{س\to ٤^{-}} \frac{٧س-٢٨}{س-٤} = ٧$

∴ $د'(٤)$ غير موجودة ∵ $د'_{+}(٤) \neq د'_{-}(٤)$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س٤ : $ع(ن) = 6 - \frac{P}{ف(ن)}$

عندما $ع = 0 \Leftarrow ف(ن) = \frac{P}{6}$

$ع'(ن) = \frac{P \times ت'(ن)}{(ف(ن))^2}$

$ع'(ن) = (\frac{P}{6})^2 - 9 \times 2) = 0$ / نقل ومقارنة

$ع(ن) = 0$ أو $18 - \frac{36 \times P}{P^2} = 0$

$\Leftarrow 18 = \frac{36}{P} \Leftarrow \boxed{P = 2}$

ب) $ق(س) = \frac{-ص}{(س+1)^2}$ ، $ق(1) = \frac{-ص}{4}$

$ص - 1 = \frac{-ص}{4}(س - 1)$

$ص = 0 \Leftarrow 4 = جـ(-1) \Leftarrow س = \frac{جـ}{4} + 1$

$س = 0 \Leftarrow ص = \frac{جـ}{4} + 1$

$\therefore$ م.ج $= \frac{1}{2}(\frac{جـ}{4} + 1)(\frac{جـ}{4} + 1) = \frac{9}{4}$

$(\frac{جـ}{4} + 1)(\frac{جـ}{4} + 1) = 9$

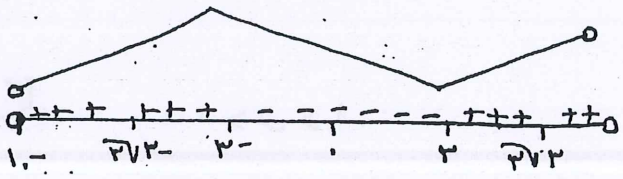
$\Leftarrow جـ^2 - 2جـ + 32 = 0$ ...

$(جـ - 8)(جـ + 4) = 0 \Leftarrow جـ = 8$ تقبل

ج) $ق(س) = (س^2 - 2س)^{\frac{1}{2}}$ ، $س \in [-1, 4]$

$ق'(س) = \frac{1}{2}(س^2 - 2س)^{-\frac{1}{2}}(2س - 2)$

$= \frac{2س - 2}{2\sqrt{س^2 - 2س}}$ الحرج $\begin{cases} س = 1 \\ س = 1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$



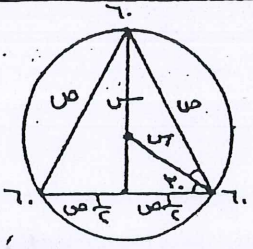
$ق$ متزايدة في $[-1, 0] \cup [1, 3]$

$ق$ متناقصة في $[0, 1] \cup [3, 4]$

$ق(0) = -\sqrt[3]{2}$ صغرى محلية

$ق(3) = -\sqrt[3]{2}$ صغرى محلية

س٥ :



$\frac{نق}{نز} = 3$

ص ح ه $= \pi س^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} ص^2$

م $= \pi س^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2س^2$

لاحظ: $\frac{نق}{نز} = \frac{1}{2} \frac{نص}{نز}$ ضباب 2

$\frac{نح}{نز} = \pi \times 2س \frac{نس}{نز} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2س \frac{نس}{نز}$

$= \pi \times 9 \times 3 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 \times 9 \times 3$

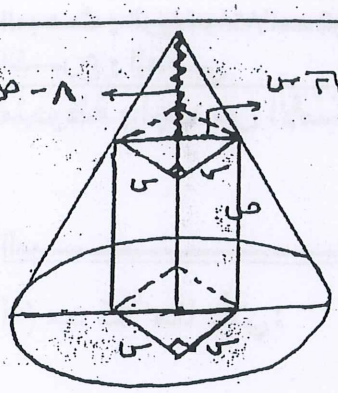
$\frac{نح}{نز} = 54\pi - \frac{81}{2}\sqrt{3}$ سم^3/ث

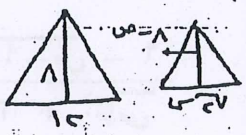
ب) Δ س ب ص متطابق الأضلاع $= 3س$

$ح = س^2 \times ص$

تشابه :

$\frac{8 - ص}{8} = \frac{\sqrt{3}س}{12}$





لاحظ $س^2 + س^2 = (وتر)^2$

$\Leftarrow ص = \frac{24 - 2\sqrt{3}س}{3}$ ، محيط القاعدة المتوازي $= 8\sqrt{3}س$

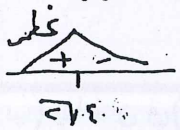
$ح = س^2 \times \frac{1}{3}(24 - 2\sqrt{3}س)$

$ح = \frac{1}{3}(24س^2 - 2\sqrt{3}س^3)$

$ح' = \frac{1}{3}(48س - 6\sqrt{3}س^2)$

$ح' = 0 \Leftarrow 6س(8 - \sqrt{3}س) = 0$

$\Leftarrow س = 0$ ، $س = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$



$ح = \frac{1}{3} \times 12 \times \frac{8\sqrt{3}}{3}(24 - 2\sqrt{3} \times \frac{8\sqrt{3}}{3})$

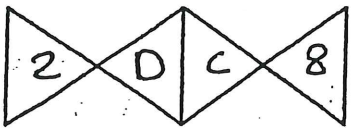
$ح = \frac{256}{3}$ سم^3 أكبر حجم

انتهت الأسئلة

عمر الجبر
Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الصيفية

[وثيقة محمية/محدود]

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٢ س ٠٠ د
الفـــرع : العلمـــي — اليوم والتاريخ : الخميس ٢٠١٦/٠٦/١٦

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السـؤال الأول: (٢١ علامة)

أ) جد كلاً ممّا يأتي:

١) $\lim_{س \to -٢٧} \frac{\sqrt{٩ - س} - ٦}{٣ + \sqrt[٣]{س}}$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٤ - س ظا س - ٤ جتا س}{س جا ٤ س}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{(٥ - س^{٢}) - [٣س + ٣]}{١ - س} & ، ٠ < س < ١ \\ ٢ س - |١ - س^{٢}| & ، ١ \leq س < ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ١ (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (١٩ علامة)

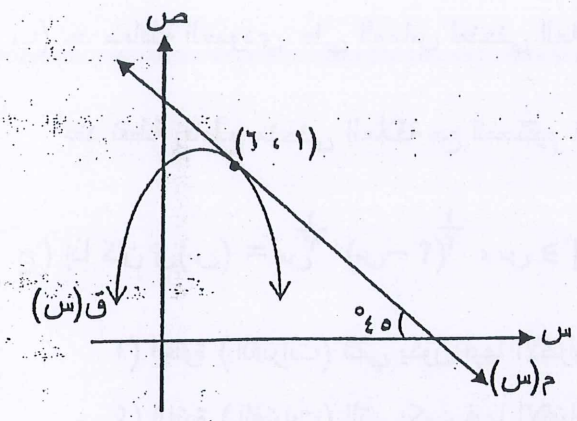
أ) إذا كان ق(س) = (٤ − √س)^{٣} ، هـ (س) = ٢س √س ، فجد (ق ○ هـ)َ (٩) (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) ، لَ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق (٦ علامات)

بحيث أن ق(س) = (س + ٢) لَ(٢س)

وكان م(س) مماساً للاقتران ق(س) عند النقطة (١ ، ٦)

كما هو موضّح في الشكل المجاور، فجد لً (٢)



ج) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٤}$ س^{ن} ، ن ∈ ح وكان ق$^{(٤)}$(س) =(٢ + ١) س^{٣} ، فجد قيمة الثابت ٢ (٦ علامات)

السـؤال الثالث: (٢١ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢ س^{٢} + ٤ ب س - ٨ & ، س < ١ \\ ٢ س^{٣} - ب س + ٢ & ، س \geq ١ \end{cases}$

وكانت قَ(١) موجودة ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين ٢ ، ب (٨ علامات)

ب) يتحرّك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) =٢ جا^{٢}($\frac{ن}{٢}$) + $\frac{√٣}{٢}$ ن ، ن ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$]

حيث ف: المسافة بالأمتار ، ن: الزمن بالثواني ، جد تسارع الجُسيم عندما تكون سرعته √٣ م/ث

(٦ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $\frac{٤ س}{٣ س - ١}$ ، س ≠ $\frac{١}{٣}$ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقّة. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) إذا كان ص = $\frac{\text{جا س}}{\text{١ + جتا س}}$ ، جتا س ≠ −١ ، أثبت أن ص$'$ = $\frac{\text{جا س}}{(\text{١ + جتا س})^{٢}}$ (٦ علامات)

ب) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة (س+٢ص)^{٢} − ٤س + ٦ص = ٤٣

عند نقطة تقاطع منحنى العلاقة مع المستقيم ٦ص = ٩ − ٣س (٧ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = س$^{\frac{١}{٣}}$ (س− ٢)$^{\frac{١}{٢}}$ ، س ∈ [−١ ، ٥] فجد كلاً ممّا يأتي: (١٠علامات)

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متزايداً.

٢) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متناقصاً.

٣) القيم القصوى المحليّة للاقتران ق(س) .

السـؤال الخامس: (١٦ علامة)

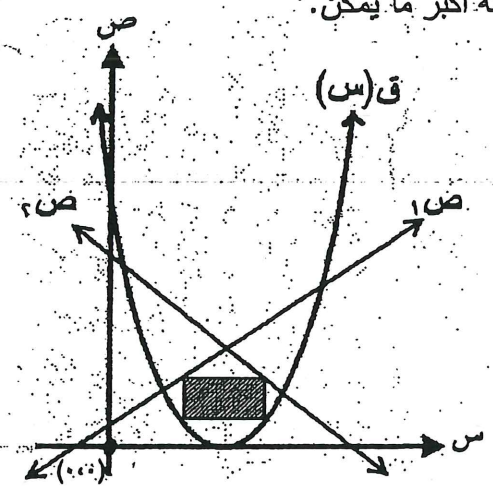
أ) صندوق معدني على شكل متوازي مستطيلات طوله مِثْلي عرضه، وارتفاعه (٣) أمثال عرضه يتمدّد بالحرارة محافظاً على شكله بحيث يزداد حجمه بمعدّل (٧٢) سم^{٣}/د ،

جد معدّل التغيّر في مساحة سطحه الكلي عندما يكون طوله (٣٦) سم. (٨ علامات)

ب) يقع رأسان من رؤوس المستطيل المظلل في الشكل الآتي على منحنى الاقتران

ق(س) = س^{٢} − ٦س + ٩ ، ورأساه الآخران على المستقيمين ص$_{١}$ = ٢ + س ، ص$_{٢}$ = ٨ − س

جد بُعدي المستطيل اللذين يجعلان مساحته أكبر ما يمكن. (٨ علامات)



﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س١ (أ)

① $\lim_{س\to ٢^{-}} \frac{٣+\sqrt{س}}{٦-س} \times \frac{٩-س}{٩-س+٦} \times \frac{٩-٣\sqrt{س}+س}{٩-٣\sqrt{س}+س}$

$= \lim_{س\to ٢^{-}} \frac{(٩-س)}{(٣+\sqrt{س})(٣-\sqrt{س})} \times \lim_{س\to ٢^{-}} \frac{٩-٣\sqrt{س}+س}{٩-س+٦}$

$= \lim_{س\to ٢^{-}} \frac{(٣-\sqrt{س})}{-١} = \frac{-٢٧}{١٢}$

② $\lim_{س\to ٠} \frac{٤-س\,ظاس-٤(١-٢حا^{٢}\frac{س}{٢})}{س\,حا٤س}$

$= \lim_{س\to ٠} \frac{٤-س\,ظاس-٤+٨حا^{٢}\frac{س}{٢}}{س\,حا٤س}$

$= \lim_{س\to ٠} \frac{-س\,ظاس}{س^{٢}} + \lim_{س\to ٠} \frac{٨حا^{٢}\frac{س}{٢}}{س^{٢}}$

$= \lim_{س\to ٠} \frac{س\,حا٤س}{س^{٢}}$

$= \frac{-١+٨\times\frac{١}{٤}}{٤} = \frac{١}{٤}$

(ب) $هـ(١) = ٢\times١ - |١-١| = ٢$

$\lim_{س\to ١^{+}} هـ(س) = ٢$ $\quad \lim_{س\to ١^{+}} ٢س - (س-١) = ٢$

$\lim_{س\to ١^{-}} \frac{١-س^{٢}}{١-س} = \lim_{س\to ١^{-}} ٥-س-٤ = ٥-١-٤$

$= \lim_{س\to ١} (١+س) = ٢$

$هـ(١) = \lim_{س\to ١} هـ(س)$

$\therefore هـ$ متصل عند $س=١$

ج (أ) $قـ(س) = ٣(٤-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}} \times \frac{-٢س}{٢\sqrt{٤-س^{٢}}}$

$هـ(س) = ٤-س^{٢}$

$هـ(س) = س^{\frac{١}{٢}}$ ، $هـ'(س) = \frac{١}{٢}س^{\frac{-١}{٢}} = \frac{٣}{٢\sqrt{س}}$

$= ٣(٤-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}} \times \frac{-٢س}{٢\sqrt{٤-س^{٢}}} \times \frac{٣}{٢\sqrt{س}}$

$= \frac{-٩}{٣٦} = \frac{-١}{٤}$

(ب) معادلة المماس $هـ(١) = ٦$ ، $قـ(١) = ظا١٣٥ = -١$

$ل: (ص-٦) = -١(س-١)$

$ص = -س+٧$

$ل: (٢س) = \frac{هـ(س)}{س+٢}$ $\quad$ $س=١$

$ل'(٢س) = \frac{(س+٢)\times قـ(س) - هـ(س)\times١}{(س+٢)^{٢}}\times٢$

$ل'(٢) = \frac{٣\times قـ(١) - هـ(١)}{٣^{٢}}\times٢$

$ل'(٢) = \frac{٣\times-١-٦}{٩}$

$ل'(٢) = -١ \longleftarrow ٢ل'(٢) = -١$

$\therefore ل'(٢) = \frac{-١}{٢}$

(ج) $قـ(س) = \frac{١}{٤}ن\,س^{ن-١}$

$قـ(س) = \frac{١}{٤}ن(ن-١)\,س^{ن-٢}$

$قـ^{(٣)}(س) = \frac{١}{٤}ن(ن-١)(ن-٢)\,س^{ن-٣}$

$قـ^{(٤)}(س) = \frac{١}{٤}ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)\,س^{ن-٤}$

$\therefore (٢+١)^{٣} = \frac{١}{٤}ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)$

$٣ = ن-٤ \longrightarrow ن=٧$

$٢+١ = \frac{١}{٤}\times٧\times٦\times٥\times٤$

$٢+١ = ٢١٠ \longrightarrow ٢ = ٢٠٩$

(د) $(هـ\circ قـ)'(٩) = قـ'(قـ(٩))\times قـ'(٩)$

$= \frac{٣}{٢\sqrt{٩}} \times قـ(٩)$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

٣ (أ) $ق(س) = \begin{cases} ٢أ س^{٢} + ٤ب س + ٦ & س < ١ \\ ٣أ س^{٣} - ب س + ١ & س \geq ١ \end{cases}$

لأن $ق(١)$ موجودة
∴ $ق$ متصل عند $س = ١$

$ق(١) = ق(١)^{+}$

$٢أ + ٤ب = ٣أ - ب$

$-أ + ٥ب = ٠$ ——— ①

$\lim_{س \to ١^{+}} (أ س^{٣} - ب س + ٢) = \lim_{س \to ١^{-}} (٢أ س^{٢} + ٤ب س - ٨)$

$أ + ٣ب - ٨ = ٢أ - ب + ٢$

$٥ب = ١٠ \leftarrow ب = ٢$

عوض في ① $-أ + ١٠ = ٠$

$أ = ١٠$

(ب) $ع = ف(ن) = ٤ جا^{٣} ن \times \frac{١}{٤} جتا ن + \frac{٣\pi}{٢}$

$ع = ف(ن) = جا ن + \frac{٣\pi}{٢}$

$ت = ف'(ن) = جتا ن$ ؟

$جا ن + \frac{٣\pi}{٢} = ٣\pi$

$جا ن = ٣\pi - \frac{٣\pi}{٢} = \frac{٣\pi}{٢}$

$∴ ن = \frac{\pi}{٣}$

$ت = ف'(\frac{\pi}{٣}) = جتا \frac{\pi}{٣} = \frac{١}{٢}$ م/ث

(ج) $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٣} - ١ - س^{٣} + ١}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - ١)(ع^{٢} + ع + ١) - (س - ١)(س^{٢} + س + ١)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٣} - ع^{٢} - ع + ع^{٢} + ع + ١ - س^{٣} - س^{٢} - س + ١}{(ع - ١)(ع - س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٣} - س^{٣} + ٢}{(ع - ١)(ع - س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^{٢} + ع س + س^{٢}) + ٢}{(ع - ١)(ع - س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٢} + ع س + س^{٢} + ٢}{(ع - ١)(ع - س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + ٢س)}{(ع - ١)(ع - س)(ع - س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع + ٢س}{(ع - ١)(ع - س)}$

$= \frac{٣س}{(س - ١)^{٢}}$

٤ (أ) $ص = \frac{جا س}{١ + جتا س}$

$ص' = \frac{(١ + جتا س)(جتا س) - (جا س)(-جا س)}{(١ + جتا س)^{٢}}$

$ص' = \frac{جتا س + جتا^{٢} س + جا^{٢} س}{(١ + جتا س)^{٢}}$

$ص' = \frac{١ + جتا س}{(١ + جتا س)^{٢}} = \frac{١}{١ + جتا س}$

$ص'' = \frac{-(-جا س)}{(١ + جتا س)^{٢}} = \frac{جا س}{(١ + جتا س)^{٢}}$

(ب) نجد التقاطع $\frac{٢ص^{٢}}{٣} + \frac{٣س}{٣} = \frac{٩}{٣}$

$٢ص + س = ٣ \leftarrow س = ٣ - ٢ص$

عوض في العلاقة :

$(٣)^{٣} - ٤(٣ - ٢ص) + ٦ص = ٤٣$

$٢٧ - ١٢ + ٨ص + ٦ص = ٤٣$

$١٤ص = ٤٣ - ١٥$

$\frac{١٤ص}{١٤} = \frac{٢٨}{١٤} \leftarrow ص = ٢$

$س = ٣ - ٤ = -١$

∴ التقاطع $(-١ ، ٢)$

نجد الميل عند $(-١ ، ٢)$

$٣(س + ٢ص)^{٢} \times (١ + ٢\frac{ص'}{س'}) - ٤ + ٦\frac{ص'}{س'} = ٠$

عوض $(-١ ، ٢)$ للحصول على $م$ مماس

$٣(-١ + ٤)^{٢} \times (١ + ٢\frac{ص'}{س'}) - ٤ + ٦\frac{ص'}{س'} = ٠$

$٢٧(١ + ٢\frac{ص'}{س'}) - ٤ + ٦\frac{ص'}{س'} = ٠$

$٢٧ + ٥٤\frac{ص'}{س'} - ٤ + ٦\frac{ص'}{س'} = ٠$

$\frac{٦٠}{٦}\frac{ص'}{س'} = \frac{-٢٣}{٦٠}$ م مماس

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$\therefore م_{ع} = \frac{٦٠}{ع^{٣}}$

معادلة عمودي : $ص - ٢ = \frac{٦٠}{ع^{٣}}(س + ١)$

ج) $ه(س) = (س(س-٢))^{\frac{١}{٣}} = (س^{٢} - ٢س)^{\frac{١}{٣}}$

$ه'(س) = \frac{١}{٣}(س^{٢} - ٢س)^{-\frac{٢}{٣}} \times (٢س - ٢)$

$= \frac{٢س - ٢}{٣\sqrt[٣]{(س^{٢} - ٢س)^{٢}}}$

أصفار البسط : $س = ١$

أصفار المقام : $س = ٠ ، ٢$

إشارة $ه'$: -١ (−) ، ٠ (−) ، ١ (+) ، ٢ (+) ، ٥ (+)

١) متزايد $[١ ، ٥]$

٢) متناقص $[-١ ، ١]$

٣) صغرى محلية $= ه(١) = -١$

٥) $ع$ عرضه $= س$ ، طوله $= ٢س$

ارتفاعه $= ٣ - س$ ، $\frac{ك ح}{ك ن} = ٧٢$

$\frac{ك م}{ك ن}$ | طوله $= ٣٦$

$س = ١٨$

$م = ٢ \times$ قاعدة $\times ع$

$م = ٢ \times ٢س \times (٣ - س)$

$م = ٤س^{٢} + ٦س^{٣}$

$\frac{ك م}{ك ن} = ٤٤س \frac{ك س}{ك ن}$

$\frac{ك م}{ك ن} = ٤٤ \times ١٨ \times \frac{١}{٨١}$

$ع = ٢س \times س \times ٣س$

$ع = ٦س^{٣}$

$\frac{ك ح}{ك ن} = ١٨س^{٢} \frac{ك س}{ك ن}$

$٧٢ = ١٨ \times (١٨)^{٢} \frac{ك س}{ك ن}$

$\frac{ك س}{ك ن} = \frac{٧٢ \times ٤}{١٨ \times (١٨)^{٢}}$

$\frac{ك س}{ك ن} = \frac{١}{٨١}$

$\frac{ك م}{ك ن} = \frac{٤٤ \times ٨ \times ٨}{٩}$

$\frac{ك م}{ك ن} = \frac{٨٨}{٩}$

ب) بعد أول $= ٢(س - ٣)$

بعد ثانٍ $= ص_{م} - ه(س)$

$م = ٢(س - ٣) \times (ص_{م} - ه(س))$

$م = ٢(س - ٣) \times (٨ - س - س^{٢} + ٦س - ٩)$

$م = ٢(س - ٣)(-س^{٢} + ٥س - ١)$

$م = ٢(-س^{٣} + ٥س^{٢} - س + ٣س^{٢} - ١٥س + ٣)$

$م = ٢(-س^{٣} + ٨س^{٢} - ١٦س + ٣)$

$م = ٢(-٣س^{٢} + ١٦س - ١٦)$

$-٣س^{٢} + ١٦س - ١٦ = ٠$

$٣س^{٢} - ١٦س + ١٦ = ٠$

$(٣س - ٤)(س - ٤) = ٠$

$س = \frac{٤}{٣}$ ، $س = ٤$

إشارة $م$: $\frac{٤}{٣}$ (−) ، ٤ (+) ، ٥ (−)

عظمى عند $س = ٤$

بعد أول $= ٢(٤ - ٣) = ٢$

بعد ثان $= ص_{م} - ه(س)$

$= ٤ - (١٦ - ٤٢ + ٩)$

$= ٤ - ١ = ٣$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الاردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٢ ٢

5 ٧ ٣ 7

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧/ الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ : ٢
الفرع : العلمي والصناعي (النظاميون والدراسة الخاصة الجدد) — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٧/١/٣

د س

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢٢ علامة)

أ) جد كلاً ممّا يأتي :

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ٣ س^٢ - ٤ س - ١٢}{س^٢ - ٤}$ (٧ علامات)

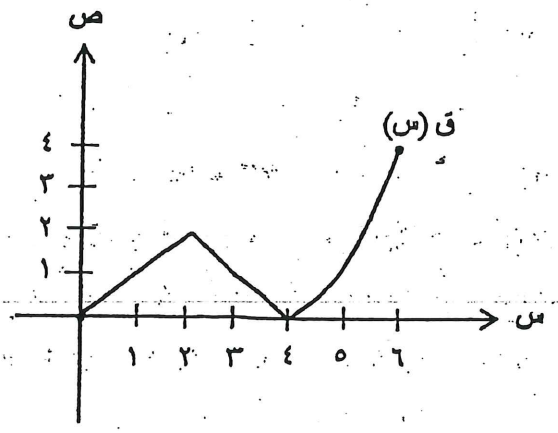
٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢ \text{ جا } ٢ س - \text{ جا } ٤ س}{س^٣}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} (س - ٣)^٢ & ، \quad س \leq ٤ \\ \frac{|[س] - س| + [س - ٤]}{س - ٤} & ، \quad س > ٤ \end{cases}$ (٨ علامات)

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ٤

السؤال الثاني: (٢٤ علامة)

أ) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران ق (س) ، س ∈ [٠ ، ٦] ،



جد ما يأتي :

١) النقط الحرجة للاقتران ق (س)

٢) مجموعة قيم س التي تكون عندها ق َ(س) < ٠

٣) متوسط تغير الاقتران ق (س) في الفترة [٢ ، ٦]

٤) $\frac{د}{د س} \left| \sqrt{٣ س + ق (س)} \right|_{س = ٣}$ (١٢ علامة)

يتبع الصفحة الثانية/٠٠

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، (ق ∘ هـ) (س) = س ، وكان ق`(س) = ١ + (ق (س))$^{٢}$ ، فجد هـ`(س) . (٥ علامات)

ج) إذا كان $\lim_{س \to ٢}$ ق (س) = $\frac{١}{٢}$ ، ق`(٢) = ١ ، فجد $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{س - ٤ ق (س)}{(س - ٢) ق (س)}$

(٧ علامات)

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) إذا كان ص^{٢} = ٤ + ٢ جا س جتا س فأثبت أن

ص ص" + (ص`)^{٢} + ٢ ص^{٢} = ٨ (٧ علامات)

ب) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = (س + ٣)^{٢} المرسوم من النقطة (٠ ، ٠) (٨ علامات)

ج) إذا كان ٣ ص = − $\sqrt{(ع + ١)^{٣}}$ − $\sqrt{(ع - ١)^{٣}}$ ، ع = ٢ س ، س > $\frac{١}{٢}$

بيّـن أن $\left| \frac{د ص}{د س} \right|$ = $\sqrt{٤ س + ٢ \sqrt{٤ س^{٢} - ١}}$ (٧ علامات)

السـؤال الرابع: (١٦ علامة)

أ) من قمة برج ارتفاعه (٤٨) قدم قذف جُسيم رأسيًا لأعلى وفق الاقتران ف$_{١}$ (ن) = −١٦ ن^{٢} + ٣٢ ن ،

وفي اللحظة نفسها قذف جُسيم ثانٍ من سطح الأرض للأعلى وفق الاقتران ف$_{٢}$ (ن) = −١٦ ن^{٢} + ع ن ،

حيث ف$_{١}$ ، ف$_{٢}$ المسافة بالأقدام ، ن الزمن بالثواني ، جد السرعة الابتدائية (ع) للجُسيم الثاني عندما يتساوى أقصى ارتفاع للجُسيمين عن سطح الأرض. (٨ علامات)

ب) ليكن ق (س) = س^{٣} − ١٢ س ، س ∈ [−٤ ، ٤]، جد كلاً مما يأتي : (٨ علامات)

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت).

يتبع الصفحة الثالثة .....

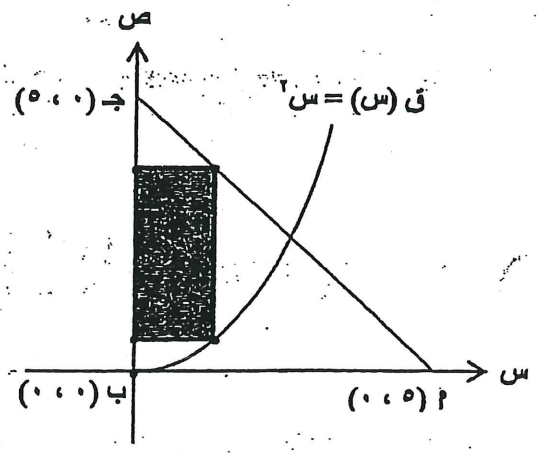
عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (١٦ علامة)

أ) بدأت النقطتان ب ، جـ الحركة معًا من نقطة الأصل (م) بحيث تتحرك النقطة ب على محور السينات الموجب مبتعدة عن نقطة الأصل، وتتحرك النقطة جـ في الربع الأول على منحنى الاقتران ق (س) = س^{٢} بحيث يبقى طول م جـ يساوي طول ب جـ ، وكان معدل تغير الزاوية هـ المحصورة بين محور السينات الموجب والمستقيم م جـ يساوي $\frac{١}{٢}$ راد/ث، فجد معدل التغير في مساحة المثلث م ب جـ عندما هـ = $\frac{\pi}{٣}$. (٨ علامات)

ب) م ب جـ مثلث قائم الزاوية، إحداثيات رؤوسه م (٥ ، ٠) ، ب (٠ ، ٠) ، جـ (٠ ، ٥)، رُسم داخله مستطيل ينطبق رأسان من رؤوسه على الضلع ب جـ وأحد رأسيه الآخرين على الضلع م جـ والرأس الآخر على منحنى الاقتران ق (س) = س^{٢} ، كما في الشكل الآتي، جد أكبر مساحة ممكنة للمستطيل المظلل.

(٨ علامات)



﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س١ م) جد كل من النهايات التالية إن وجدت

① $\lim_{س\to 2} \frac{(س^2+س+6)(س-2)}{(س+2)(س-2)} = \boxed{5}$ ← بالتعويض المباشر

② $\lim_{س\to 0} \frac{2جا^2س - 2جا^2س جتا^2س}{س^3}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{2جا^2س(1-جتا^2س)}{س^3}$ ← مرافق

$= \lim_{س\to 0} \frac{2جا^2س \times 2جا^2س}{س^3}$

$= \lim_{س\to 0} 2جا^2س \times \lim_{س\to 0} 2\left(\frac{جاس}{س}\right)^2 \times 2 = \boxed{8}$

ب) $ه(4) = (4-3)^2 = 1$

$\lim_{س\to 4^+} (س-3)^2 = 1$

$\lim_{س\to 4^-} |س-3| + 1 = 2$

$\lim_{س\to 4} ه(س)$ غير موجود

$\lim_{س\to 4} ه(س) = 1$

$\therefore$ ه متصل عند $س = 4$

س٢ م) ① $(0,7)، (2,3)، (4,0)، (6,3)$

② من خلال الشكل متناقص على فترة مفتوحة $(2,4)$

③ $\frac{د ص}{د س} = \frac{ه(6)-ه(2)}{6-2} = \frac{3-4}{4} = -\frac{1}{4}$

④ $\frac{د}{د س}\left(\sqrt{3س+ه(س)}\right)\Big|_{س=3} = \frac{3+ه'(س)}{2\sqrt{3س+ه(س)}}\Big|_{س=3}$

$= \frac{3+ه'(3)}{2\sqrt{9+1}}$ ← ميل المماس $= ه'(3) = \frac{-4}{4} = -1$

$= \frac{2}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

⑤ $ه(س) \times ق(س) = 1$ ← $ق(س) = \frac{1}{1+س^2}$

$(1+س^2) \times ق(س) = 1$

$(ق(س))^2 \times (1+(ق(س))^2) = 1$

$ق(س) \neq 0$ لأن $ه(س) \neq 0$

$ه(س) = \frac{1}{ق(س)}$

$ه(ق(س)) = س$

$ه'(ق(س)) \times ق'(س) = 1$

$ق'(س) = \frac{1}{ه'(ق(س))}$

$= \frac{1}{2ق(س)} = \frac{1}{2\sqrt{1+س^2}}$

⑥ طرح واضافة (2) للبسط ونجعل سؤالين

$\lim_{س\to 2} \frac{ه(س)-ه(2)}{س-2} + \lim_{س\to 2} \frac{ك-2}{(س-2)ه(س)}$

$= \lim_{س\to 2} \frac{1}{ه(س)} + \lim_{س\to 2} \frac{1}{ه(س)} \times \lim_{س\to 2} \frac{3(\frac{1}{3}-ه(س))}{2-س}$

$= 2 + 2 \times 3 \times \lim_{س\to 2} \frac{ه(2)-ه(س)}{س-2}$

$= 2 + 6 \times -ه'(2)$ ← اشتق $|\times ه(2) = \frac{1}{3}$

$= 2 + 6 \times -1 = \boxed{-4}$ ← $\lim_{س\to 2} ه(س) = \frac{1}{3}$

س٣ م) $ص^2 = 4 + جا^2س$

$2ص \frac{د ص}{د س} = 2جاس جتاس$

$ص \frac{د ص}{د س} = جاس جتاس$

$ص \frac{د^2 ص}{د س^2} + \frac{د ص}{د س} \times \frac{د ص}{د س} = -جا^2س \times 2$

$ص \frac{د^2 ص}{د س^2} + (\frac{د ص}{د س})^2 + 2جا^2س = 0$

$ص \frac{د^2 ص}{د س^2} + (\frac{د ص}{د س})^2 + 2ص^2 - 8 = 0$

$ص \frac{د^2 ص}{د س^2} + (\frac{د ص}{د س})^2 + 2ص^2 = 8$

ب) نقطة المماس $(س_1, ص_1)$ = خارجية $(0,0)$

ميل المماس $= \frac{ص_1}{س_1}$ ← (استشكال)

$ه(س) = 2(س+2)$

ميل المماس = المشتقة عند المماس

$\frac{ص_1}{س_1} = 2(س+2)$

$(س+2)^2 = 2س(س+2)$

$(س+2)^2 - 2س(س+2) = 0$

$(س+2)(س+2-2س) = 0$

$س = -2$ ، $\boxed{س = 2}$

المماس الأول:

عند $(-2, 0)$

$م_1 = ه'(-2) = 0$

المعادلة

$ص - 0 = 0(س+2)$

$ص = 0$

المماس الثاني

عند $(2, 6)$

$م_2 = ه'(2) = 12$

المعادلة الثانية

$ص - 6 = 12(س-2)$

$ص = 12س - 18$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ج) $\frac{ص}{س^3} = -\frac{7(1+س^2)^3}{(1-س^2)^3} - \frac{7(1+س^2)^3}{(1-س^2)^3}$

$\frac{ص}{س^3} = -\frac{(1+س^2)^{\frac{3}{2}}}{(1-س^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{3}{2}(1+س^2)^{\frac{1}{2}} \times 2س \times (1-س^2)^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{ص}{س^3} = -\frac{(1+س^2)^{\frac{3}{2}}}{(1-س^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{3س(1+س^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-س^2)^{\frac{1}{2}}}$ ← نربع الطرفين

$\left(\frac{ص}{س^3}\right)^2 = \frac{(1+س^2)^3}{(1-س^2)^3} + \frac{9س^2(1+س^2)}{(1-س^2)} + \frac{6س(1+س^2)^2}{(1-س^2)^2}$

$\left(\frac{ص}{س^3}\right)^2 = \frac{(1+س^2)^2}{(1-س^2)^2}\left[(1+س^2) + 9س^2(1-س^2) + 6س(1+س^2)\right]$ ← المقدار للطرفين

$\left|\frac{ص}{س^3}\right| = \frac{(1+س^2)^2}{(1-س^2)^2}\sqrt{1+س^2+9س^2-9س^4+6س+6س^3}$

$= \frac{(1+س^2)^2}{(1-س^2)^2}\sqrt{1+6س+16س^2-9س^4+6س^3}$

س٤) أ) المطلوب ع عندما $ف_{أقصى} = ف_{أرض}$

$ف_{أرض} = -16ن^2 + 32ن + 48$

$ع_1 = -32ن + 32$

عند أقصى ارتفاع $ع_1 = 0$

$0 = -32ن + 32$

$ن = 1$

$ف_{أقصى} = -16 + 32 + 48$

$= 64$ قدم

$ف_{أقصى} = -16ن^2 + 32ن + ع$

$64 = -16 + 32 + ع$

$ع = 48$ قدم

ب) $ف_{أرض} = -16ن^2 + 32ن + 48$

$ع_1 = -32ن + 32$

$ع_2 = -32$

ج) $ع = 0$ ← $0 = -16ن^2 + 32ن + 48$

$0 = -16(ن^2 - 2ن - 3)$

$0 = -16(ن - 3)(ن + 1)$

$ن = 3$ ثانية

س٥) أ) $م = \frac{1}{2}س \times ص$

$م = \frac{1}{2}س \times \frac{1}{4}س^2$

$م = \frac{1}{8}س^3$

$\frac{دم}{دن} = \frac{3}{8}س^2 \times \frac{دس}{دن}$

$\frac{دم}{دن} = \frac{3}{8}(4)^2 \times 3$

$= 18$

ب) $ظا\theta = \frac{\frac{1}{4}س}{\frac{1}{2}س}$

$ظا\theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 26.6°$

$\frac{دم}{دن} = \frac{1}{2} \times \frac{دس}{دن}$

عندما $\theta = 60°$

$\frac{دس}{دن} = 4$

يلزم س عندما $\theta = 60°$

$ظا60 = \frac{1}{2}س$

$س = 2\sqrt{3}$

ج) م = طول × العرض

$م = س \times (ص_{أعلى} - ص_{أدنى})$

$م = س \times (ص_{ب} - ص_{أ})$

$م = س(5 - س - س^2)$

$م = 5س - س^2 - س^3$

$\frac{دم}{دس} = 5 - 2س - 3س^2$

$-3س^2 - 2س + 5 = 0$

$(-3س + 5)(س - 1) = 0$

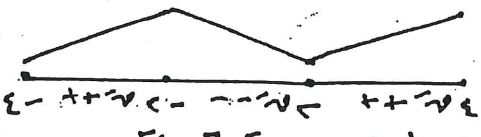
$س = 1$ أو $س = \frac{5}{3}$ مرفوض

$م = 5 - 2 - 1 = 2$ وحدة مربعة

س٦) أ) $ص = 3س^2 - 12$

$3س^2 - 12 = 0$ ← $س^2 = 4$ ← $س = \pm 2$

الحرجة $= \pm 2$



ب) $ص$ متزايدة في $[-\infty, -2]$ ، $[2, \infty]$

$ص$ متناقصة في $[-2, 2]$

ج) عظمى محلية عند $س = -2$ هي $ص(-2) = 16$

صغرى محلية عند $س = 2$ هي $ص(2) = -16$

س٧) $ص$ متصل على $[-4, 4]$ لأنه كثير حدود

$ص(س) = 3س^2 - 12$

$3س^2 - 12 = 0$ ← $س^2 = 4$ ← $س = \pm 2$

الحرجة $= -2, 2$

ب) $ص$ متزايدة في $[-4, -2]$ ، $[2, 4]$

$ص$ متناقصة في $[-2, 2]$

ج) عظمى محلية عند $س = -2$ هي $ص(-2) = 16$

صغرى محلية عند $س = 2$ هي $ص(2) = -16$

س٨) أ) $ص = س^3$

$\frac{دص}{دس} = 3س^2$

$\frac{دص}{دس}$ عند $(1, 1) = 3$

ب) $ص - 1 = 3(س - 1)$

$ص = 3س - 2$

ج) $ص = 0$ ← $س = \frac{2}{3}$

$ص = 3$ ← $س = \frac{5}{3}$

$\int_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}} (3س - 2 - س^3)\,دس$

$= \left[\frac{3}{2}س^2 - 2س - \frac{1}{4}س^4\right]_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}}$

$= \left(\frac{3}{2}\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{5}{3}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{5}{3}\right)^4\right) - \left(\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)$

$= \frac{25}{18} - \frac{10}{3} - \frac{625}{324} - \frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{16}{324}$

$= \frac{25}{18} - \frac{625}{324} + \frac{16}{324}$

$= \frac{25}{18} - \frac{609}{324}$

$= \frac{450}{324} - \frac{609}{324}$

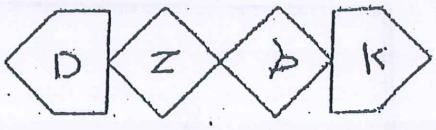
$= -\frac{159}{324}$

$= -\frac{53}{108}$

المساحة $= \frac{53}{108}$ وحدة مربعة

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

(ورقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ — د س ٢

الفرع : العلمي + الصناعي — اليوم والتاريخ: الأربعاء ٢٠١٧/٧/٥

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢١ علامة)

أ) جد كلاً مما يأتي:

١) $\lim_{س \to ١} \frac{(س + ١)^{٢} - ٤)^{١}}{(س^{٢} - ٢ س + ١)^{٢}}$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا^{٢}س - جا^{٢}س - جتا٢س}{س^{٢}}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{\left| \frac{١}{س - ٤} \right| - \frac{١}{٣}}{١ - س} & ، \ ٠ < س < ١ \\ \frac{[\frac{١}{٢} س + ١]}{-٩ س} & ، \ ١ \leq س < ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ١ (٨ علامات)

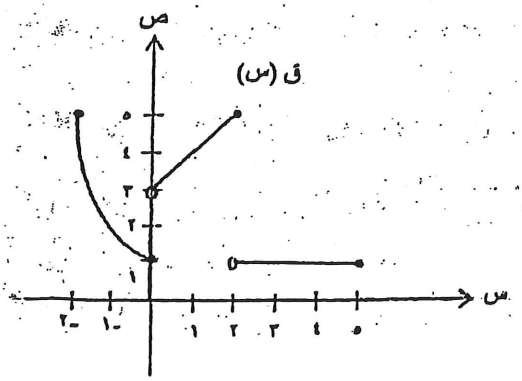
يتبع الصفحة الثانية /// ...

Omar Al-Jabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني: (٢٢ علامة)

أ) يُمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران

ق (س) ، س ∈ [-٢ ، ٥]، جد ما يأتي :



١) $\lim_{س \to -١}$ (س ق^{٢}(س) + $\frac{٢}{ق(س)}$)

٢) $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق (٣ - س)

٣) (ق × ق)$'$(١)

٤) متوسط التغير في الاقتران ق (س) على الفترة [-٢ ، ٠] (٩ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} (أ + \frac{١}{٢}س^{٢})^{٢} & ، س < ٩ \\ \frac{س^{٢}}{٢٧} + ب & ، س \geq ٩ \end{cases}$

وكانت ق$'$(٩) موجودة، فجد قيمة كلاً من الثابتين أ ، ب (٦ علامات)

ج) إذا كان الاقتران ق (س) قابلاً للاشتقاق، وكان ق (٣ س^{٢} + ٥) = $٢\sqrt{س + ٧}$ ، س > ٠ ،

فجد $\lim_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(٨ + ٢هـ) - ق(٨)}{٥هـ}$ (٧ علامات)

السؤال الثالث: (١٩ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = ظا ٢س ، فجد ق$'$(س) باستخدام تعريف المشتقة. (٦ علامات)

ب) إذا كان س ص = (س + ص)^{٤} ، فأثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص(٣س - ص)}{س(س - ٣ص)}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان س = جتا (٣ن) + $\frac{١}{٢}$ ، ص = جا (٣ن) + $\frac{١}{٢}$ ،

فجد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عند ن = $\frac{\pi}{٢}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) ليكن ق (س) = $س^{٢} + \frac{٤٨}{س}$ ، س ≠ ٠ ، جد كلاً مما يأتي :

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت). (٩ علامات)

ب) جد النقط التي يكون عندها المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = $\frac{س^{٢} + س + ١}{س + ١}$

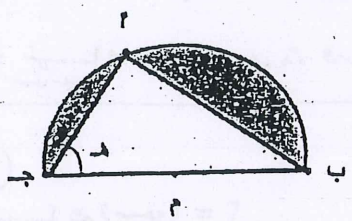
س ≠ −١ ، عموديًا على المستقيم ٣ ص = −٤ س + ٥ (٧ علامات)

ج) أسقط جسم من ارتفاع (١٢٠) م عن سطح الأرض سقوطًا حرًا وفق الاقتران ف١ (ن) = ٥ $ن^{٢}$ ، وفي اللحظة نفسها قُذف جسم آخر من سطح بناية للأعلى وفق الاقتران ف٢ (ن) = ٤٠ ن − ٥ $ن^{٢}$ ، حيث ف١ ، ف٢ المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جد ارتفاع البناية إذا علمت أن سرعة الجسم الأول تساوي (٢٠) م/ث في اللحظة التي يكون للجسمين الارتفاع نفسه عن سطح الأرض. (٧ علامات)

السؤال الخامس: (١٥ علامة)

أ) مصعدان كهربائيان مستقران في الطابق الأرضي، المسافة الأفقية بينهما (٨) م، بدأ المصعد الأول في الارتفاع للأعلى بسرعة (٣) م/ث، وبعد ثانية بدأ المصعد الثاني في الانخفاض للأسفل بسرعة (٢) م/ث.
جد معدل تغيّر المسافة بين المصعدين بعد ثانيتين من بدء حركة المصعد الثاني. (٧ علامات)

ب) رُسم المثلث أ ب جـ داخل نصف دائرة طول قطرها (٨) سم، بحيث يقع الرأسان ب ، جـ على نهايتي القطر، والرأس الآخر (أ) يتحرك على منحنى نصف الدائرة كما في الشكل المجاور، فجد قياس الزاوية (هـ) التي تجعل مساحة المنطقة المظللة أصغر ما يُمكن.



(٨ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

www.omarelja-br.com

س١ : أ)

١) $\lim_{س\to1} \frac{(س+1-3)^2(س+1+3)^3}{((س-1)^2)^3}$

$= \lim_{س\to1} \frac{(س-2)^2(س+3)^3}{(س-1)^6} = 256$

٢) $\lim_{س\to0} \frac{\text{جتا}2س - \text{جا}^2س}{س^2} \times \frac{\text{جتا}2س + \text{جا}^2س}{\text{جتا}2س + \text{جا}^2س}$

$= \lim_{س\to0} \frac{\text{جتا}^2 2س - \text{جا}^4 س}{س^2 \times 2} = \lim_{س\to0} \frac{\text{جتا}2س(\text{جتا}2س - 1)}{2س^2}$

$= \lim_{س\to0} \frac{\text{جتا}2س \times -2\text{جا}^2س}{2س^2} = -1 \times (\lim_{س\to0} \frac{\text{جا}س}{س})^2 = -1$

ب) $ق(1) = \frac{[1,5]}{-9} = \frac{-1}{9}$

$\lim_{س\to1^+} ق(س) = \lim_{س\to1^+} \frac{[\frac{1}{2}س + 1]}{-9س} = \lim_{س\to1^+} \frac{1}{-9س} = \frac{1}{9}$

$\lim_{س\to-1^-} \frac{|\frac{1}{س} - \frac{1}{3}|}{س+1} = \lim_{س\to-1^-} \frac{\frac{1}{س} - \frac{1}{3}}{س+1}$

$= \lim_{س\to-1^-} \frac{3-س}{3س(س+1)} = \lim_{س\to-1^-} \frac{(3-س)(-1)}{3س(س+1)(-1)}$

$= \frac{-1}{9}$

$\therefore \lim_{س\to1} ق(س) = \frac{-1}{9}$ لأنه $\lim_{س\to1^+} ق(س) = \lim_{س\to1^-} ق(س)$

$ق(1) = \lim_{س\to1} ق(س) \Leftarrow$ ق متصل عند $س = 1$

س٢ : أ)

١) $\lim_{س\to1} ق(س) = 2$

$\lim_{س\to1} س \times (\lim_{س\to1} ق(س))^2 + \frac{2}{\lim_{س\to1} ق(س)}$

$= 1 \times (2)^2 + \frac{2}{2} = 4 + 1 = 5$

٢) $ص = 3 - س \Leftarrow$ عندما $س \to 2^+$ ، $ص \to 1^-$

$\therefore \lim_{ص\to1^-} = 4$

٣) $ق(س) = س + 3$ ، $س \in [0,2]$ } ق خطي ، ق ثابت ، ق ذو صفر

$ق(1) =$ ميل المماس $= \frac{5-4}{2-1} = 1$

ب) $ق(9)$ موجودة $\Leftarrow$ ق متصل عند $س = 9$

$ق(س) = \begin{cases} \frac{2(9+س^2)}{\sqrt{س}} \times \frac{1}{\sqrt{س}-3} & ، س < 9 \\ \frac{2س}{27} & ، س \geq 9 \end{cases}$

$ق(9) = ق^+(9)$

$\frac{1}{2} \times (9+9) \times \frac{1}{6} = \frac{2 \times 9}{27} \Leftarrow 9 = -1$

$\lim_{س\to9^-} ق(س) = \lim_{س\to9^+} ق(س)$

$(-1+3)^2 = \frac{1}{2} \times 18 + ب \Leftarrow ب = 1$

ج) $و = 2هـ \Leftarrow هـ = \frac{و}{2}$ ، $هـ \to 0 \Leftarrow و \to 0$

$\lim_{و\to0} \frac{ق(8+و) - ق(8)}{\frac{و}{2} \times 5} = \frac{2}{5} \times ق'(8)$

$ق'(2س^2+5) \times 6س = \frac{1}{3}(س+1)^{\frac{-2}{3}} \times 1$

$3س^2 + 5 = 8 \Leftarrow س^2 = 1 \Leftarrow س = 1$ لأنه $س > 0$ ، $س \neq -1$

$ق'(8) \times 6 = \frac{1}{3 \times 4} \times 1$

$ق'(8) = \frac{1}{72} \Leftarrow \frac{1}{12} = ق'(8) \times 6$

$\therefore$ المساحة $= \frac{2}{5} \times \frac{1}{72} = \frac{1}{180}$

س٣ : أ) $ق'(س) = \lim_{ع\to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{\text{ظا}^2ع - \text{ظا}^2س}{ع - س} = \lim_{ع\to س} \frac{\text{ظا}(ع-س)(1+\text{ظا}^2ع\,\text{ظا}^2س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{\text{ظا}(ع-س)}{ع-س} \times \lim_{ع\to س} 1 + \text{ظا}^2ع\,\text{ظا}^2س$

$= \lim_{ص\to0} \frac{\text{ظا}ص}{ص} \times 1 + \text{ظا}^2س$ } بفرض $ص = ع - س$ ، $ع \to س$ ، $ص \to 0$

$= 2 \times \text{قا}^2س$

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

س٣ : ب) $س ص = (س + ص)^{٤}$

بتفاضل $س \times ص + ص \times ١ = ٤(س+ص)^{٣}(١ + ص')$

نضرب بـ $(س+ص)$ لكلا الطرفين

$(س+ص)(س ص' + ص) = ٤(س+ص)^{٤}(١+ص')$

$س^{٢}ص' + س ص + س ص ص' + ص^{٢} = ٤س ص (١+ص')$

$س^{٢}ص' + س ص ص' - ٤س ص ص' = ٤س ص - س ص - ص^{٢}$

$ص'(س^{٢} - ٢س ص) = ٣س ص - ص^{٢}$

$ص' = \frac{ص(٣س - ص)}{س(س - ٣ص)}$

س٢ : ج) $س = ظتا(٢ث) + \frac{١}{٢}$

$ص = ظا(٢ث) + \frac{١}{٢}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ث} \times \frac{د ث}{د س} = ٢ظا ث قا^{٢} ث \times \frac{-١}{٣ظا^{٢} ث قا ث}$

$= -ظتا ث$

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = -قتا^{٢} ث \times \frac{د ث}{د س} = -قتا^{٢} ث \times \frac{-١}{٣ظا^{٢} ث قا ث}$

$= -قتا^{٣} ث$

$\left.\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}\right|_{ث = \frac{\pi}{٢}} = -قتا^{٣}\frac{\pi}{٢} = +١$

$\leftarrow ظا ث = -١$

خطأ السؤال $ث = \frac{\pi}{٢}$

س٤ : ج) فم $= ٥ ث^{٢} \Leftarrow ع = ١٠ ث$

$ف_{م} = ٤٠ ث - ٥ ث^{٢}$

$\Leftarrow ع_{٢} = ٤٠ - ١٠ ث$

$ع_{١} = ٠ \leftarrow ١٠ ث = ٢٠ \leftarrow ث = ٢$ ث

$م + ف_{م} = ١٢٠ - ٥ ث^{٢}$

$م + ٤٠(٢) - ٠ = ١٢٠ - ٠$

$م = ١٢٠ - ٨٠ = ٤٠$

س٤ : ب) $د(س) = س^{٢} + \frac{٤٨}{س}$ ، $س \neq$ صفر

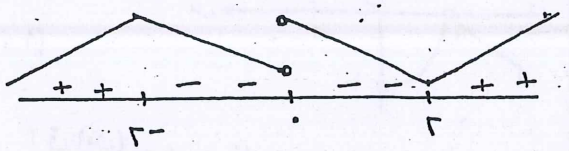
$د'(س) = ٢س + \frac{-٤٨ \times ١}{س^{٢}} = \frac{٢س^{٣} - ٤٨}{س^{٢}}$

الحرجة ← أطراف : X

← عند $د' = ٠$ ← بسط $٢س^{٣} - ٤٨ = ٠ \Leftarrow س^{٣} = ٢٤ \Leftarrow س = ١٦$

$س = \pm ٢$

← عند $س^{٢} = ٠ \Leftarrow س = ٠$



د متزايد $(-\infty, -٢] \cup [٢, \infty)$

د متناقص $[-٢, ٠) \cup (٠, ٢]$

$د(-٢) = -٨ - ٢٤ = -٣٢$ عظمى محلية

$د(٢) = ٨ + ٢٤ = ٣٢$ صغرى محلية

س٤ : ب) $د(س) = \frac{س^{٢} + س + ١}{س + ١}$

المماس $\perp ص = \frac{-٤}{٣}س + \frac{٥}{٣} \Leftarrow$ ميل المماس $= \frac{-١}{\frac{-٤}{٣}} = \frac{٣}{٤}$

$د'(س) = \frac{٣}{٤} \leftarrow$ يعد الاشتقاق

س٥ : ب) $م =$ المساحة المظللة

$م = \frac{١}{٢}$ مساحة الدائرة − المثلث

$م = ١٦\pi - \frac{١}{٢} \times ٨ \times ٨ \times جتاهـ \times جاهـ$

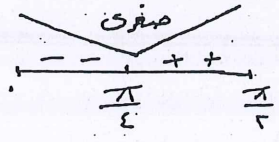
$م = ١٦\pi - ٦٤ جتاهـ جاهـ$

$م = ١٦\pi - ١٦ جا^{٢}هـ$

$م' = ٠ - ١٦ \times ٢ جتاهـ جاهـ$

$م' = ٠ \Leftarrow جتاهـ جاهـ = ٠ \Leftarrow هـ = \frac{\pi}{٢}, \frac{\pi}{٤}$

جتاهـ $= \frac{س}{٨}$ ، $س = ٨ جتاهـ$



س٥ : م) $\frac{د ف}{د ن} = ؟$

عندما $ن = ٣ث$ (ب) $\leftarrow ص = ٤$

$ن = ٣ث$ (م) $\leftarrow س = ٩$

$ف = \sqrt{(س+ص)^{٢} + ٦٤}$

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢(س+ص)(\frac{د س}{د ن} + \frac{د ص}{د ن})}{٢\sqrt{(س+ص)^{٢} + ٦٤}}$

$= \frac{١٣ \times ٥}{\sqrt{٢٦٩ + ٦٤}} = \frac{٦٥}{٢٣٣}$

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١
٢

و	أ	ج	هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الفصل الأول
الفـــرع : العلمي + الصناعي

مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ د س
اليوم والتاريخ: الأحد ٢٠١٨/١/٧

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٨ علامة)

أ) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٢ س + ٩} + ٢ س - ٣}{س} =$ صفر ، فجد قيمة الثابت ٢

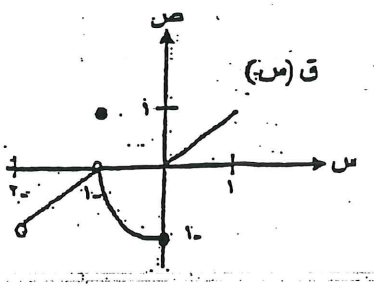
(١٠ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} |٢ س - ١| - \frac{س}{٢} & ، -١ \leq س \leq ١ \\ \frac{[\![س]\!] - س}{ظا (س^{٢} - ١)} & ، ١ < س < \frac{٣}{٢} \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ١ (١٢ علامة)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان الشكل المجاور يُمثل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على [-٢ ، ١]، فإن مجموعة قيم ٢ التي تجعل $\lim_{س \to ٢}$ ق (س) غير موجودة هي:



أ) {-١ ، ٠}
ب) {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١}
ج) {٠ ، ١}
د) {-١ ، ٠ ، ١}

٢) إذا كان ق (س) اقتران كثير حدود وكانت $\lim_{س \to ٠} \frac{٢ ق (س)}{س} = ٤$ ، فإن $\lim_{س \to ٠} \frac{(س + ١)^{٢} - ١}{ق (س)}$ تساوي:

أ) ٤
ب) ١
ج) $\frac{١}{٤}$
د) ٢

يتبع الصفحة الثانية ...

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني: (٢٨ علامة)

أ) جد نهـــا $\lim_{س \to 0}$ $\frac{جا س}{\sqrt{س^٣ + س^٢}}$ (١٠ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $س^٢ - \frac{٣}{\sqrt{س}}$ ، س > ٠ ، فجد ق$'$ (س) باستخدام تعريف المشتقة. (١٢ علامة)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ص = ٢ $س^٢$ + ٤ س ، س = $\sqrt{٣ ل^٢ + ١}$ ، فإن $\frac{د ص}{د ل}$ عندما ل = ١ تساوي:

أ) ١٨ ب) ١٢ ج) ٣٦ د) ٦

٢) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} س جا س + ١ & ، -\frac{\pi}{٤} \leq س \leq ٠ \\ ٥ س - ٥ جا س & ، ٠ < س < \frac{\pi}{٤} \end{cases}$ ، فإن ق$'$ (٠) تساوي:

أ) صفر ب) -١ ج) غير موجودة د) ١

السؤال الثالث: (٣٤ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\frac{(س + [س + \frac{١}{٢}])^٤}{٤ - س^٢}$ ، هـ (س) = $س^٣ + ٨$ ، فجد:

$\frac{د}{د س}$ (ق (س) × هـ (س)) عند س = ١ (١٢ علامة)

ب) إذا كان ق (س) = $جا^٢ س - \frac{١}{٢}$ جتا ٢س ، س ∈ $[٠ ، \frac{\pi ٣}{٢}]$ ، فجد كلاً مما يأتي: (١٤ علامة)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم القصوى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت).

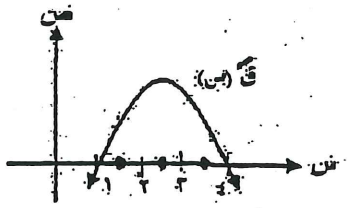
٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق (س) متعرجًا للأعلى.

يتبع الصفحة الثالثة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان الشكل المجاور يُمثل منحنى الاقتران ق (س) المعرّف على ح، فإن الفترة التي يكون فيها ق'(س) > ٠ هي:



أ) [٢,٥ ، ٤] ب) [٤ ، ∞)

ج) [١ ، ٤] د) (- ∞ ، ٢,٥]

٢) إذا كان ق (س) = ظتا ٢س - $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ قا س ، فإن ق'($\frac{\pi}{٤}$) تساوي:

أ) -٣ ب) ٣ ج) $\sqrt{٣}$ - ١ د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ + ١

السؤال الرابع: (٣٠ علامة)

أ) جد معادلتي المماسين لمنحنى العلاقة $\frac{٣}{٤}$ س = ٣ ص^{٢} - ٦ ص عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات. (١٢ علامة)

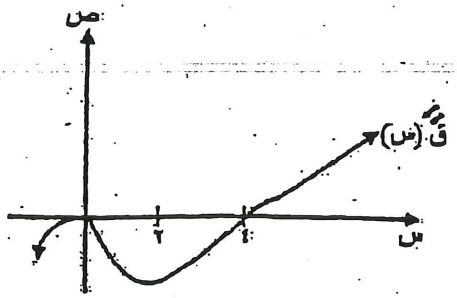
ب) خزان ماء كروي الشكل طول نصف قطره (١) م ، صُبَّ فيه الماء، فإذا كان معدل تغير ارتفاع الماء فيه $\frac{١}{٤}$ م / د ، جد معدل تغير مساحة سطح الماء في الخزان بعد دقيقتين من بدء صبّ الماء. (١٢ علامة)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ق (س^{٢} - ٧) = $\frac{٣}{س}$ ، س ≠ ٠ ، فإن ق'(١) تساوي:

أ) $\frac{١}{١٦}$ ب) -١٦ ج) -٣ د) $\frac{١}{١٦}$ -

٢) إذا كان الشكل المجاور يُمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران ق (س) المعرّف على ح ، فإن مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق نقطة انعطاف هي:



أ) {٤} ب) {٠} ج) [٠ ، ٤] د) {٠ ، ٢ ، ٤}

يتبع الصفحة الرابعة ...

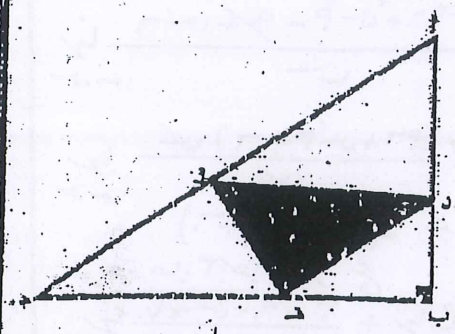
Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

الصفحة الرابعة

السؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) إذا كان $٣ جتا س = جا ص$ ، فأثبت أن $(ص')^٢ = ٩ قتا^٢ ص - ظا^٢ س$ (١٢ علامة)

ب) يُمثل الشكل المجاور المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، فيه أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، وبداخله المثلث د هـ و قائم الزاوية في هـ ويقع رؤوسه على أضلاع المثلث أ ب جـ علمًا بأن د هـ // أ جـ ، جد أكبر مساحة ممكنة للمثلث د هـ و



(١٢ علامة)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان $(س - ص)^٢ + (ص - س)^٤ = ٣٢$ ، $س \neq ص$ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي:

أ) ١ ب) ٤ جـ) -١ د) -٤

٢) قذف جسم رأسيًا إلى الأعلى من نقطة على سطح الأرض حسب العلاقة $ف(ن) = أ ن - ٥ ن^٢$ ، حيث ف : المسافة بالأمتار ، ن : الزمن بالثواني ، فإذا علمت أن سرعة الجسم بعد ثانيتين من حركته تساوي ثلثي سرعته الابتدائية ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) -٦٠ ب) $\frac{١}{٦٠}$ جـ) $-\frac{١}{٦٠}$ د) ٦٠

انتهت الأسئلة

Omar Aljabr الجبر
www.omaraljabr.com

س١ (أ) $\lim_{س\to 0} \frac{\sqrt{6س+9}+(أس-2)}{س} \times \frac{\sqrt{6س+9}-(أس-2)}{\sqrt{6س+9}-(أس-2)}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{6س+9-(أس-2)^2}{س(\sqrt{6س+9}-(أس-2))} \times \lim_{س\to 0} \frac{1}{\sqrt{6س+9}-(أس-2)}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{6س+9-أ^2س^2+4أس-4}{س} \times \frac{1}{6}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{س(6+4أ-أ^2س)}{س} \times \frac{1}{6} = 0$

$(6+4أ)\frac{1}{6} = 0 \leftarrow أ = -1$

توجد طريقة أخرى

$\lim_{س\to 0} \frac{\sqrt{6س+9}-3}{س} + \lim_{س\to 0} \frac{أس}{س} = 0$

$\frac{1}{6} + أ = 0 \leftarrow أ = -1$

(ب) $د(1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\lim_{س\to 1^+} د(س) = \lim_{س\to 1^+} \frac{1-س}{ط(س-1)}$ بضرب (جمع) المرافق

$= \lim_{س\to 1^+} \frac{1-س}{ط(س^2-1)} \div \lim_{س\to 1^+} \frac{1-س}{ط(س^2-1)}$

$= \lim_{س\to 1^+} \frac{-1}{ط(س+1)} \div \lim_{ص\to 0} \frac{ص}{ط ص}$

$= \frac{-1}{2ط} \div 1 = -\frac{1}{2}$

$\lim_{س\to -1^-} د(س) = \lim_{س\to -1^-} (2س - 1 - \frac{1}{2س}) = \frac{1}{2}$

$\lim_{س\to -1^+} د(س) \neq \lim_{س\to -1^-} د(س)$ لذلك $\lim_{س\to -1} د(س)$ غير موجود

∴ $د(س)$ غير متصل عند $س = -1$

(ج) (أ) $د$ (ب) $ب$

(د) $\lim_{س\to 0} \frac{حاس}{س(س+1)^2} = \lim_{س\to 0} \frac{حاس}{س^2+2س+1}$

س	$-\infty$		0		∞
حاس		−	0	+	
$\frac{1}{(س+1)^2}$		+	1	+	
$\frac{حاس}{(س+1)^2}$		−	0	+	

يمين ∞+ صفر − يسار

$\lim_{س\to 0^+} \frac{حاس}{(س+1)^2} \times \frac{1}{س} = 1 \times 1 = 1$

$\lim_{س\to 0^-} \frac{حاس}{(س+1)^2} \times \frac{1}{س} = 1 \times -1 = -1$

$\lim_{س\to 0^+} د(س) \neq \lim_{س\to 0^-} د(س)$

∴ $\lim_{س\to 0} د(س)$ غير موجود

(٥٠)

س٢ (أ) $د(س) = \frac{د(ج) - د(س)}{ج - س}$ لجميع قيم $س$ في الفترة المغلقة

$= \frac{ج^3 - \frac{1}{3}ج^2 + 3ج - (س^3 - \frac{1}{3}س^2 + 3س)}{ج - س}$

$= \frac{ج^3 - س^3}{ج-س} - \frac{\frac{1}{3}ج^2 - \frac{1}{3}س^2}{ج-س} + \frac{3ج-3س}{ج-س}$

$= \lim_{ج\to س} \frac{(ج-س)(ج^2+جس+س^2)}{ج-س} - \frac{1}{3}\lim_{ج\to س} \frac{(ج-س)(ج+س)}{ج-س} + 3$

$= \lim_{ج\to س} (ج^2+جس+س^2) - \frac{1}{3}\lim_{ج\to س} (ج+س) + 3$

$= 3س^2 - \frac{2}{3}س + 3$

(ب) $د(س) = \frac{\sqrt{3س+1}-\sqrt{13+س}}{س^2-16}$

$= \frac{\sqrt{3س+1}-\sqrt{13+س}}{(س-4)(س+4)} \times \frac{\sqrt{3س+1}+\sqrt{13+س}}{\sqrt{3س+1}+\sqrt{13+س}}$

$= \frac{2س-12}{(س-4)(س+4)(\sqrt{3س+1}+\sqrt{13+س})}$

$= \frac{2}{(س+4)(\sqrt{3س+1}+\sqrt{13+س})}$

$د(4) = \frac{2}{8(8+4)} = \frac{1}{48}$

(ج) (1) $د$ (2) $ب$

(د) $\lim_{س\to 0} \frac{د(س)}{س}$ (1) $د$ (2) $ب$

$= \lim_{س\to 0} \frac{د(س) \times ق(س)}{س}$

$= د(0) \times ق(0) + ق(0) \times د'(0)$

$= 1 \times 2 + 3 \times 4 = 14$

$د(0) = 1$ ، $ق(0) = 3$

$د'(س) = 4س^3$ ، $د'(0) = 0$

$ق(س) = 3س^2$ ، $ق'(0) = 0$

(هـ) $د(1) = \frac{1}{2}$

$د'(س) = \frac{(س^3+1)^2 - (س-1)(2)(س^3+1)(3س^2)}{(س^3+1)^4}$

$د'(1) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

(و) (أ) متصل لأنه حاصل جمع متصلين

$د(س) = 2حاس جتاس + \frac{1}{2}حاس \times 2$

$= حاس + حاس = 2حاس = 0$

$2س = 0 ، ط ، 2ط$

$س = 0 ، \frac{ط}{2} ، ط$ ترفض مجال

س	0		$\frac{ط}{2}$		ط
د	0	+	0	−	0
د	0	↗	1	↘	0

(ب) $د$ متزايدة في $[0, \frac{ط}{2}]$ ، $[ط, \frac{3ط}{2}]$

$د$ متناقصة في $[\frac{ط}{2}, ط]$

(ج) عظمى محلية عند $س = \frac{ط}{2}$ حيث $د(\frac{ط}{2}) = \frac{1}{2}$

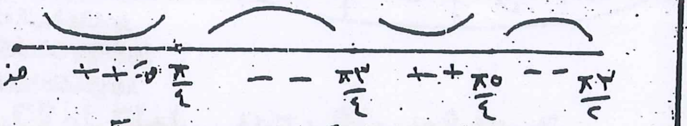
صغرى محلية عند $س = ط$ حيث $د(ط) = -\frac{1}{2}$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ق''(س) = ٤ جتا ٢س — توسعة قال

٤ جتا ٢س = ٠ ⟸ ٢س = $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$ ، $\frac{5\pi}{2}$

∴ س = $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{5\pi}{4}$



م مقعر للأعلى في [٠ ، $\frac{\pi}{4}$] ، [$\frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{5\pi}{4}$]

س٣: ١) د ٢) أ

س٤ أ) نقطة التماس (٠، ص) تقطع الصادات

٣ص² − ٦ص = ٠

٣ص (ص − ٣) = ٠

ص = ٠ الأول (٠، ٠) — ص = ٣ الثانية (٠، ٣)

الأن نجد المشتقة كي نجد الميل

$\frac{3}{4}$ = ٤ص · $\frac{دص}{دس}$ − ٦ $\frac{دص}{دس}$

$\frac{3}{4}$ = $\frac{دص}{دس}$ (٤ص − ٦) ← $\frac{دص}{دس}$ = $\frac{3/4}{4ص - 6}$

ميل الأول عند (٠، ٠) ⟸ م = $\frac{3/4}{0 - 6}$ = − $\frac{3}{24}$

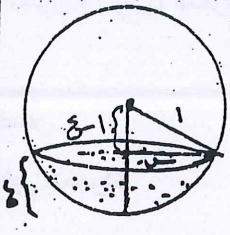
المعادلة الأولى ص = − $\frac{3}{24}$ س

ميل الثاني عند (٠، ٣) ← م = $\frac{3/4}{12 - 6}$ = $\frac{3}{24}$

المعادلة الثانية

ص − ٣ = $\frac{3}{24}$ (س − ٠) ⟸ ص = $\frac{1}{8}$ س + ٣

ب) م = π س² لذلك $\frac{دع}{دن}$ = $\frac{1}{4}$



لذلك نتخلص من س بدلالة ع عن طريق فيثاغورس

م = π (٢ع − ع²)

$\frac{دم}{دن}$ = π (٢ $\frac{دع}{دن}$ − ٢ع $\frac{دع}{دن}$)

١ = س² + (١ − ع)²
١ = س² + ١ − ٢ع + ع²
س² = ٢ع − ع²

عندما ع = $\frac{1}{2}$

$\frac{دم}{دن}$ = π (٢ × $\frac{1}{4}$ − ٢ × $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{4}$)

= $\frac{\pi}{4}$ م²/د

س٥: ١) د ٢) أ

س٥ أ) ٣ جتا س = جتا ص × ص'

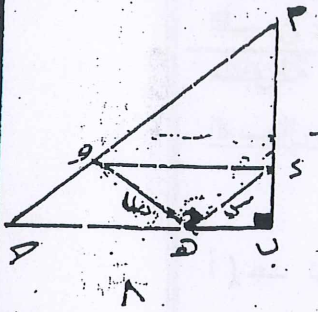
ص' = $\frac{3 جتا س}{جتا ص}$ ⟸ (ص')² = $\frac{9 جتا^2 س}{جتا^2 ص}$

(ص')² = $\frac{9(1 - جا^2 س)}{جتا^2 ص}$ = $\frac{9 - 9 جا^2 س}{جتا^2 ص}$

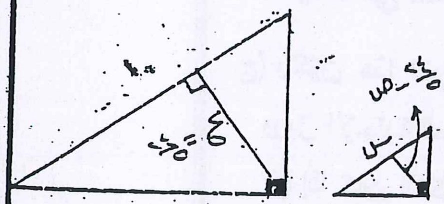
= $\frac{9}{جتا^2 ص}$ − $\frac{9 جا^2 س}{جتا^2 ص}$ ، لكن جا س = $\frac{جا ص}{3}$ ، جا² س = $\frac{جا^2 ص}{9}$

= ٩ قا² ص − ظا² ص

ب) م = $\frac{1}{2}$ س ص



المساعدة تشابه م هـ ح د ... ولكنه نجد بفيثاغورس
حيث يلزم ١٠ ، نجد ارتفاع
المثلث أ ب ح على امتداد القاعدة
م ح = ١٠
مساحة المثلث بطريقتين
$\frac{1}{2}$ × ٨ × ٦ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ع
$\frac{48}{10}$ = ع ← ع = $\frac{24}{5}$



يوجد أكثر من حل

الأن تشابه

$\frac{س}{10}$ = $\frac{\frac{24}{5} - ص}{\frac{24}{5}}$

س = ١٠ − (٢٤/٥ − ص) × $\frac{5}{24}$ ...

س = ١٠ − $\frac{50}{24}$ ص

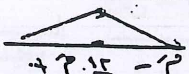
س = ١٠ − $\frac{25}{12}$ ص

م = $\frac{1}{2}$ (١٠ − $\frac{25}{12}$ ص) × ص

م = $\frac{1}{2}$ (١٠ص − $\frac{25}{12}$ ص²)

م' = $\frac{1}{2}$ (١٠ − $\frac{25}{6}$ ص) = ٠

ص = $\frac{12}{5}$



أعظم مساحة عند ص = $\frac{12}{5}$

∴ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ (١٠ − $\frac{25}{12}$ × $\frac{12}{5}$)($\frac{12}{5}$) = ٦

ج) ١) أ ٢) د

توزيع العلامات
الأول (٣٨) الثانية (٥١) الثالثة (٦١)

(٥١)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١
٢

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

أ	س	و	ه

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : العلمي + الصناعي

مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ س
اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٨/١/٧

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

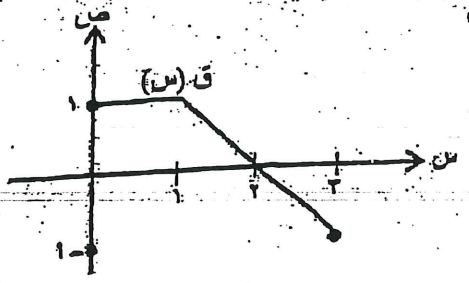
أ) جد $\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{١}{س^{٢}} - \frac{٦}{٦ س - ٨}}{س^{٣} - ٨}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{جا ٣ س^{٢}}{٢ س} & ، س < ٠ \\ \frac{[س + ٣]^{٢} - ١}{٢ س - ٤} & ، س \geq ٠ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ٠ (٩ علامات)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا كان الشكل المجاور يُمثل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على [٠ ، ٣] ، فإن ق`(١) تساوي:



أ) ٢ ب) صفر
ج) ٦ د) غير موجودة

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{جا(س - ١) - ٢}{٢ س - ٢}$ موجودة ، فإن قيمة الثابت ! تساوي:

أ) ٣ ب) ٣- ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{٣}{٢}$-

يتبع الصفحة الثانية ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني: (١٩ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = س $\sqrt{س}$ + ١ ، فجد ق$'$ ($\frac{١}{٤}$) باستخدام تعريف المشتقة. (٨ علامات)

ب) إذا كان ص = $\sqrt{٣ + ٤ جا س}$ ، فأثبت أن :

٢ ص ص$''$ + ٢ (ص$'$)^{٢} + ص^{٢} = ٣ (٧ علامات)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{أ}$ س^{ن} ، وكان ق$''$ (س) = ٥ س^{٢} ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) −٥ ب) ٥ ج) ١٢ د) −١٢

٢) إذا كان ل (س) = $\frac{\pi}{هـ^{٢}(س)}$ ، وكان ل$'$ (٢) = −π ، هـ$'$ (٢) = ٤ ، فإن هـ (٢) تساوي:

أ) ٢ ب) −٢ ج) ٨ د) −٨

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} أ س^{٢} + ب س & ، س \leq ٢ \\ ب س^{٣} + أ س + ٨ & ، س > ٢ \end{cases}$

وكانت ق$'$ (٢) موجودة ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب (٩ علامات)

ب) جد $\lim_{س \to ١}$ $\frac{س جا \frac{\pi}{س}}{س - ١}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

الصفحة الثالثة

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا كان ق (س) = س^{٣} ، هـ (س) = ٢ س^{٢} + ١ ، فإن (ق ∘ هـ)$'$ (١) تساوي:

أ) ٧٢ ب) ١٠٨ ج) ٩٠ د) ١٣٥

٢) إذا كان ق (س) = ظا ٢س ÷ $\frac{١}{٣}$ ظتا س ، فإن ق$'$ ($\frac{\pi}{٦}$) تساوي:

أ) ١٠ ب) ٨ ج) $\frac{١٠}{٣}$ د) ١٦

السؤال الرابع: (٢١ علامة)

أ) بيّن أن المماسين المرسومين من النقطة ($\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٢١}{٥}$) لمنحنى الاقتران ق (س) = ٤ − س^{٢} غير متعامدين. (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = (١ − ٤ س) (س − ١)^{٢} ، س ∈ [٠ ، ٢] فجد كلاً مما يأتي: (١٠ علامات)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق (س) .

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت).

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن المسافة (ف) بالأمتار التي يقطعها في زمن قدره (ن) ثانية هي:

ف (ن) = ٣ جتا ٢ن ، حيث (أ) ثابت ، فإن تسارع الجسيم عندما يقطع (٦) أمتار هو:

أ) ٢٤ م/ث^{٢} ب) ١٢ م/ث^{٢} ج) −٢٤ م/ث^{٢} د) −٨ م/ث^{٢}

٢) إذا كانت معادلة العمودي على مماس منحنى الاقتران ق (س) عند س = ٢ هي:

ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣ ، فإن نهـــا$_{س \leftarrow ٢}$ $\frac{ق (س) − ٤}{س^{٢} + س − ٦}$ تساوي:

أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{١}{١٠}$ ج) $-\frac{١}{١٠}$ د) $-\frac{٣}{٥}$

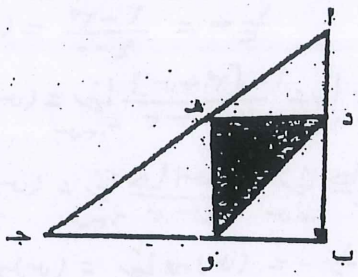
يتبع الصفحة الرابعة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) خزان ماء كروي الشكل طول نصف قطره $(\frac{٣}{٢})$ م ، صُبَّ فيه الماء ، فإذا كان معدل تغير ارتفاع الماء فيه $\frac{١}{٥}$ م / د ، جد معدل تغير مساحة سطح الماء في الخزان بعد (٣) دقائق من بدء صب الماء.
(٨ علامات)

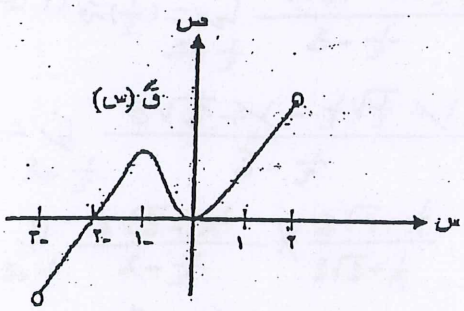
ب) يُمثل الشكل المجاور المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، فيه أ ب = ٣ سم، ب جـ = ٤ سم ، وبداخله المثلث د هـ و قائم الزاوية في هـ وتقع رؤوسه على أضلاع المثلث أ ب جـ، علمًا بأن د هـ // ب جـ ، جد أكبر مساحة ممكنة للمثلث د هـ و



(٨ علامات)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا كان الشكل المجاور يُمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق (س) المعرف على [-٣ ، ٢] ،
فإن مجموعة القيم الحرجة للاقتران ق (س) هي:



أ) {-٣ ، -٢ ، ٠ ، ٢} ب) {-٢ ، -١ ، ٢}
ج) {-١ ، ٠} د) {-٣ ، -٢ ، ٠}

٢) إذا كان هـ(س) = ٢ ق (س) + ٤ س + ١ ، وكان متوسط التغير للاقتران ق (س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي ٥ ، فإن متوسط تغير الاقتران هـ (س) في الفترة نفسها يساوي:

أ) ١٠ ب) ١٤ ج) ١٨ د) ١٢

انتهت الأسئلة

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

٥) $\lim_{س\to ٢} \frac{\frac{١}{س^٣-٨} - \frac{١}{٦س-٨-س^٢}}{س-٢}$

$= \lim_{س\to ٢} \frac{س^٢-٦س+٨}{(س-٢)(س^٣-٨)(٦س-٨-س^٢)}$

$= \lim_{س\to ٢} \frac{(س-٤)(س-٢)}{(س-٢)(س^٢+٢س+٤)(٦س-٨-س^٢)}$

$= \frac{-٤}{٩٦} = \frac{-١}{٢٤}$

٦) $ه(٠) = \frac{-٤}{٣-١} = -\frac{٤}{٢}$

$\lim_{س\to ٠^+} ه(س) = \lim_{س\to ٠^+} \frac{٤-س}{[س+٣]-١} = \lim_{س\to ٠^+} \frac{٤-س}{٣-١} = -\frac{١}{٢}$

$\lim_{س\to ٠^-} ه(س) = \lim_{س\to ٠^-} \frac{٤-س}{٢س+٣-١} = \lim_{س\to ٠^-} \frac{٤-س}{٢س+٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$

$\lim_{س\to ٠^+} ه(س) \neq \lim_{س\to ٠^-} ه(س)$ ∴ $ه$ غير متصل عند $س = ٠$

٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

$\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

$\lim_{س\to ٠} ه(س) = \frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٢} = \frac{١٣}{٦}$

٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جتا٢س - ١}{س ظاس} = \lim_{س\to ٠} \frac{-٢جا^٢س}{س ظاس}$

$= \lim_{س\to ٠} \frac{-٢جاس}{ظاس} \times \frac{جاس}{س} = -٢ \times ١ \times ١ = -٢$

٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٣س - جاس}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{ظا٣س}{س} - \lim_{س\to ٠} \frac{جاس}{س}$

$= ٣ - ١ = ٢$

١٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٢٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٢٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٣٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٣١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٣٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٣٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٣٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٣٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٣٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٣٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٣٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٣٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٤٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٤١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٤٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٤٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٤٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٤٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٤٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٤٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٤٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٤٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٥٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٥١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٥٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٥٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٥٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٥٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٥٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٥٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٥٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٥٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٦٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٦١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٦٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٦٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٦٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٦٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٦٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٦٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٦٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٦٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٧٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٧١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٧٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٧٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٧٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٧٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٧٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٧٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٧٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٧٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٨٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٨١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٨٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٨٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٨٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٨٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٨٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٨٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٨٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٨٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٩٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٩١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٩٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٩٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٩٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٩٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٩٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٩٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٩٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٩٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٠٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٠١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٠٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٠٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٠٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٠٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٠٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٠٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٠٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٠٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١١٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١١١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١١٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١١٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١١٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١١٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١١٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١١٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١١٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١١٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٢٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٢١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٢٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٢٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٢٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٢٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٢٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٢٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٢٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٢٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٣٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٣١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٣٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٣٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٣٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٣٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٣٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٣٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٣٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٣٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٤٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٤١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٤٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٤٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٤٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٤٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٤٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٤٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٤٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٤٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٥٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٥١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٥٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٥٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٥٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٥٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٥٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٥٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٥٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٥٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٦٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٦١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٦٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٦٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٦٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٦٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٦٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٦٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٦٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٦٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٧٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٧١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٧٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٧٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٧٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٧٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٧٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٧٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٧٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٧٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٨٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٨١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٨٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٨٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٨٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٨٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٨٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٨٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٨٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٨٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٩٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٩١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٩٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٩٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٩٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٩٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

١٩٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

١٩٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

١٩٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

١٩٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢٠٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢٠١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢٠٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٢٠٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢٠٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢٠٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢٠٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٢٠٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢٠٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢٠٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢١٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٢١١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢١٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢١٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢١٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٢١٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢١٦) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢١٧) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢١٨) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

٢١٩) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢٢٠) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢٢١) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢٢٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{ظا٢س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{٢س} = \frac{٣}{٢}$

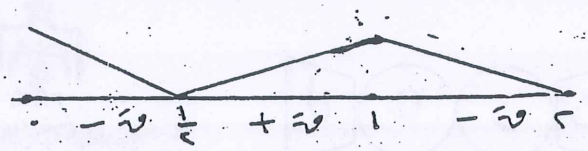
٢٢٣) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{جا٣س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{٣س} = \frac{٢}{٣}$

٢٢٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{جا٣س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٣س}{س} = ٣$

٢٢٥) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظا٢س}{س} = \lim_{س\to ٠} \frac{٢س}{س} = ٢$

٢٢٦) $\

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com



ق متزايدة في $[\frac{1}{2}, 1]$
ق متناقصة في $[0, \frac{1}{2}]$ ، $[1, 2]$
صغرى محلية عندما $س = \frac{1}{2}$ حيث ق$(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$
عظمى محلية عندما $س = 1$ حيث ق(1) = صفر

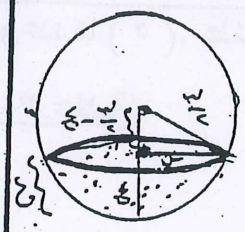
(٤) ١) د ٢) ك

$\because م = \pi س^2$

لدينا $\frac{دس}{دن} = \frac{1}{5}$ لأن د

نتخلص من س، بدلالة ع

عن طريق تشابه المثلثين



$م = \pi(٢ع - ع^2)$

$\frac{دم}{دن} = \pi(٢\frac{دع}{دن} - ٢ع\frac{دع}{دن})$

$\frac{دم}{دن}|_{ع=\frac{2}{5}} = \pi(2 \times \frac{1}{5} - 2 \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5})$

$= \frac{10}{25}\pi$ م^3/ث

$س^2 = ع^2 - (ع-٢)^2$

$س^2 = ٤ع - ٤$

$\frac{دس}{دن} = \frac{٤ - ٢ع}{س}\frac{دع}{دن}$

$\frac{دس}{دن} = \frac{٢ - ع}{س}\frac{دع}{دن}$

$\frac{دس}{دن} = \frac{٢ - ع}{\sqrt{٤ع - ٤}}\frac{دع}{دن}$

$\frac{دس}{دن}|_{ع=\frac{2}{5}} = \frac{٢ - \frac{2}{5}}{\sqrt{٤ \times \frac{2}{5} - ٤}}\frac{دع}{دن}$

$= \frac{\frac{8}{5}}{\sqrt{\frac{8}{5} - ٤}}\frac{دع}{دن}$

$= \frac{\frac{8}{5}}{\sqrt{-\frac{12}{5}}}\frac{دع}{دن}$

$= \frac{\frac{8}{5}}{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}}\frac{دع}{دن}$

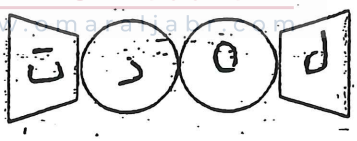
$= \frac{4\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}\frac{دع}{دن}$

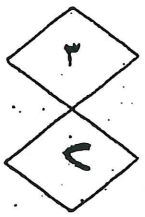
$= \frac{4\sqrt{15}}{15}\frac{دع}{دن}$

(٥) ١) ك ٢) ب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم





امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/الفصل الأول
الفـــرع : العلمـــي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: ٢ س د ٠٠
اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٨/٠٧/٠٢

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السـؤال الأول: (٣٠ علامة)

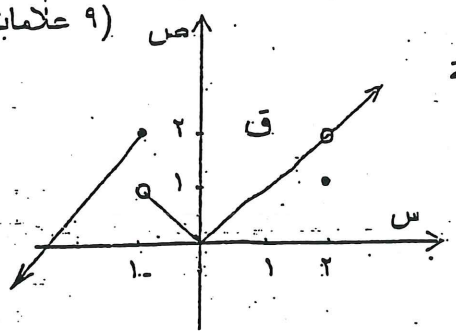
أ) جد قيمة النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{٤ \text{جا} س - \text{جا} ٤ س}{س^٣}$ (١١ علامة)

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{١}{س - ١} \left(\frac{١}{س + \sqrt{س}} - \frac{١}{٢} \right)$ (١٠ علامات)

ب) انقل إلى دفترِ إجابتِك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق(س) ، فإن مجموعة قيم أ التي تكون عندها $\lim_{س \to أ}$ ق(س) غير موجودة هي:



أ) { ١- } ب) { ١- ، ٢ }
ج) { ٠ ، ٢ } د) { ١- ، ٠ ، ٢ }

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ (ق(٢س+١) - ٣س) = صفرًا ، فإن $\lim_{س \to ٩}$ ٣ ق^٢ ($\sqrt{س}$ + ٢) تساوي:

أ) ٥ ب) ٦ ج) ٣٦ د) ١٠٨

٣) إذا كان ق(س) = $\frac{١ - س}{\sqrt{١ - س}}$ ، فإن ق(س) متصل في الفترة:

أ) [١- ، ١] ب) (١- ، ١) ج) (-∞ ، ١-) د) [١ ، ∞)

يتبع الصفحة الثانية ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٣١ علامة)

أ) جد ق َ(س) لكل ممّا يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها:

١) ق(س) = |(س − ٣) (س + ١)| ، س ∈ (−١ ، ٤] (١٢ علامة)

٢) ق(س) = { [½ س + ٣] ، ١ ≤ س < ٤ ، ١٦ / (٣س − ٤) ، ٤ ≤ س < ٦ } ، عند س = ٤ (١٠علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = ∛(س + ١) ، فإن نهـا_{هـ→٠} [ق(−٢) − ق(−٢ + ٢هـ)] / هـ تساوي:

أ) −½ ب) ⅓ ج) −⅔ د) ⅔

٢) إذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق ، حيث ق َ(٢) = ٤ ، هـ َ(١) = ٣ ، هـ(١) = ٢

فإن د/دس (س^٢ + (ق ○ هـ) (س)) عند س = ١ تساوي:

أ) ١٢ ب) ١٤ ج) ١٨ د) ٢٤

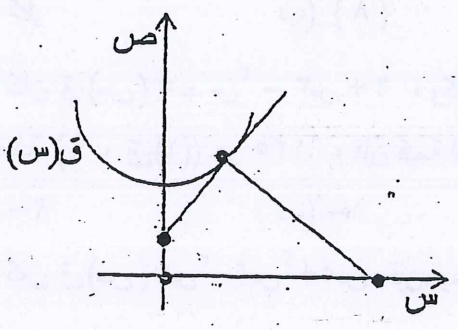
٣) إذا كان معدل تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي ٤ ، وكان معدل تغيره في الفترة [٣ ، ٥] يساوي ٨ ، فإن معدل تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٥] يساوي:

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) ١٢

السـؤال الثالث: (٣٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = (٢س − ٣)^{−٤} ، فجد ق َ(٣) باستخدام تعريف المشتقة. (١٠علامات)

ب) جد مساحة الشكل الرباعي الناتج عن تقاطع المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^٢ + ٤ عند النقطة (١ ، ٥) ومحوري السينات والصادات الموجبين. (١١ علامة)



يتبع الصفحة الثالثة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $\frac{دص}{دس} = ٣ن^{٢}$ ، $\frac{دس}{دن} = \frac{١}{٢ن}$ ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند ن = ٢ تساوي:

أ) ٢ ب) ٨ ج) ١٢ د) ٤٨

٢) إذا كان ص = ق($س^{٢} + س$) ، ق`(٢) = ٧ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = ١ تساوي:

أ) ٢٨ ب) ٧ ج) ٣٢ د) ١١

٣) إذا كان ق(س) = جا س ، س ∈ [٠ ، ٢π] ، فإن قيمة س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة عظمى تساوي:

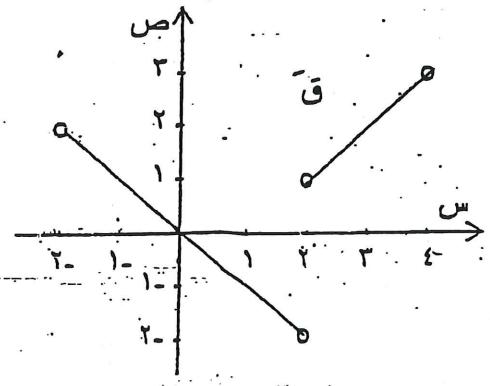
أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٣}$ ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) π

السؤال الرابع: (٣١ علامة)

أ) ابحث في اتصال الاقتران ق(س) = $(س-٢)^{٣}$ [$\frac{١}{٢}$ س + ٣] ، عند س = ٢ (١٠ علامات)

ب) الشكل المجاور يمثّل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق(س) المتصل على [−٢ ، ٤] ، (١٢ علامة)

اعتمد على ذلك في إيجاد كل ممّا يلي:



١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

٢) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم قصوى محلية، مبيّنًا نوعها (إن وجدت).

٣) مجالات التقعر للاقتران ق(س)

٤) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقط انعطاف.

٥) ق`(٠) ، ق`(٢)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س^{٢} - ١٦ س}$ ، فإن مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقط حرجة:

أ) ∅ ب) {٨} ج) {٠ ، ١٦} د) {٠ ، ٨ ، ١٦}

٢) إذا كان ق(س) = جـ $س^{٢}$ − ٣س + ٦ ، وكان قياس زاوية ميل المماس لمنحنى ق عند النقطة (١ ، ق(١)) هو ١٣٥° ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) −٢ ب) −١ ج) ٢ د) ١

٣) إذا كان ق(س) = $س^{٣} - ٩ س^{٢} + ٥س$ ، فإن قيمة ٩ التي تجعل للاقتران ق(س) مماس أفقي عند س = −١ تساوي:

أ) −٤ ب) −١ ج) ٤ د) −٣

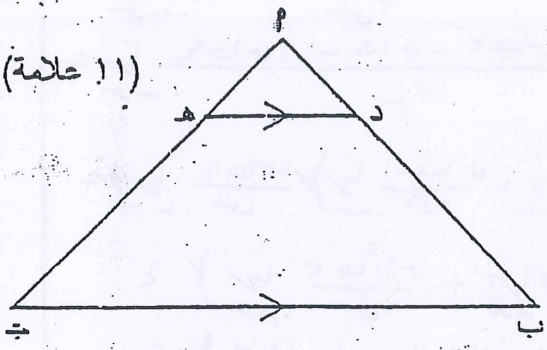
يتبع الصفحة الرابعة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٢٨ علامة)

أ) طريق منحني يمثّل في المستوى الإحداثي بالاقتران ق(س) = $\sqrt{٢س - ١}$ ، والنقطة (٣ ، ٠) تمثّل موقع مستشفى. جد إحداثيي النقطة أ (س ، ص) الواقعة على الطريق التي يمكن أن يُبنى فيها صيدلية وتكون أقرب ما يمكن إلى المستشفى. (٨ علامات)

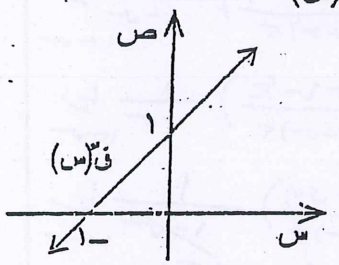
ب) يمثّل الشكل المجاور المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين (١١ علامة)



فيه أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، القطعة المستقيمة د هـ // ب جـ ، فإذا تحركت القطعة المستقيمة د هـ للأسفل مبتعدة عن أ بمعدل $\frac{١}{٤}$ سم/د، فجد معدل التغير في مساحة الشكل الرباعي د ب جـ هـ عندما تكون د ، هـ في منتصف كل من الضلعين أ ب ، أ جـ على الترتيب.

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى المشتقة الثانية للاقتران كثير الحدود ق(س) وكان للاقتران ق(س) نقط حرجة عند س = −٢ ، صفر فإن منحنى ق(س) متناقص في الفترة:



أ) (−∞ ، −٢] ب) [−٢ ، ٠]

ج) [٠ ، ∞) د) [٠ ، ٢]

٢) صندوق حجمه معطى بالاقتران ح = س^{٣} − ٦٥ س^{٢} + ١٠٠٠ س ، حيث س تمثّل ارتفاع الصندوق فإن قيمة س التي تجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن تساوي:

أ) $\frac{١٠٠}{٣}$ ب) ١٠ ج) $\frac{١٠}{٣}$ د) ١٠٠

٣) قذفت كرة رأسيًا إلى أعلى من سطح الأرض، فإذا كانت المسافة المقطوعة ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، فإن سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض تساوي:

أ) ٦٠ م/ث ب) ٣٠ م/ث ج) −٣٠ م/ث د) −٦٠ م/ث

﴿انتهت الأسئلة﴾

عمر الجبر
www.omaraljabr

حلول ٢٠١٨ صيفي معيد جديد

إعداد الأستاذ: محمد صالح

س ١ : اختيار من متعدد

١) $\lim_{س\to0} \frac{٤\sin س - \sin ٤س}{س^٣} = \lim_{س\to0} \frac{٤\sin س - ٢\sin ٢س \cos ٢س}{س^٣}$

$= \lim_{س\to0} \frac{٤\sin س - ٤\sin س \cos ٢س \cos ٢س}{س^٣}$ ← $١-٢\sin^٢ س$

$= \lim_{س\to0} \frac{٤\sin س (١ - \cos س \cos ٢س)}{س^٣}$

$= \lim_{س\to0} \frac{٤\sin س (١ - \cos س + ٢\cos س \sin^٢ س)}{س^٣}$

$= \lim_{س\to0} \frac{٤\sin س}{س} \left(\lim_{س\to0} \frac{١-\cos س}{س^٢} + \lim_{س\to0} ٢\cos س \lim_{س\to0} \frac{\sin^٢ س}{س^٢} \right)$

$٤ \left(\frac{١}{٢} + ٢ \right) = ١٠$

٢) $\lim_{س\to١} \frac{١}{س-١} \left(\frac{٢ - س - ٢س^٢}{٢(س+١)^٢} \right)$ تجمع مع المرافق

$\lim_{س\to١} \frac{١}{س-١} \left(\frac{(٢-س)-٢س^٢}{٢(س+١)^٢} \times \frac{(٢-س)+٢س^٢}{(٢-س)+٢س^٢} \right)$

$\lim_{س\to١} \frac{١}{س-١} \left(\frac{٤ - ٤س + س^٢ - س}{٢(س+١)^٢ (٢-س+٢س^٢)} \right)$ ← $س^٢ - ٥س + ٤$

$\lim_{س\to١} \frac{١}{س-١} \left(\frac{(س-١)(س-٤)}{٢(س+١)^٢ (٢-س+٢س^٢)} \right) = \frac{-٣}{٨}$

يجب حل أكثر : بالتكامل فقط دون المرافق

الجواب: ب) ١) P ٢) S ٣) ب

السؤال الثاني :

أ) ① يجب انعدام البسط $(س-٣)(س-٢)(س+١)$ لاستكمال

	-١		٢		٣		٤	
$(س-٣)(س-٢)(س+١)$	$-$	٠	$+$	٠	$-$	٠	$+$	
	$\times$		$+$		$-$		$+$	

$ق(س) = \begin{cases} -س^٢ + ٢س + ٣ & ، -١ < س < ٣ \\ س^٢ - ٢س - ٣ & ، ٣ \le س \le ٤ \end{cases}$

ق متصل على $[-١، ٤]$ لأنه كثيرة حدود

بداخله كثيرة حدود

$ق(س) = \begin{cases} -٢س + ٢ & ، -١ < س < ٣ \\ ٢س - ٢ & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

غير موجود $\because س = ٣ \in]-١، ٤[$

$ق(٣) = ٤$

$ق(٣^-) = -٤$

$ق(٣^+) \neq ق(٣)$ $\Rightarrow$ ق(٣) غير موجودة

(٦٤)

٢) $ل = ٢$ ، الأعداد الحرجة

	١		٢		٤	
$س-١$	$-$	٠	$+$	$+$	$+$	
$(س-٢)^٢$	$+$		$+$	٠	$+$	
$(س-٤)^٢$	$+$		$+$		$+$	
		$ق$		$ق$		$ق$

$ق(س) = \begin{cases} ٣ & ، ١ \le س < ٢ \\ ٤ & ، ٢ \le س < ٤ \\ \frac{١٦}{(س-٤)^٢} & ، ٤ < س \le ٦ \end{cases}$

أولاً : الاتصال عند $س = ٤$

$ق(٤) = \frac{١٦}{٤} = ٤$

$\lim_{س\to٤} ق(س) = \lim_{س\to٤} \frac{١٦}{(س-٤)^٢} = \frac{١٦}{٠^+} = ∞$

$\lim_{س\to٤} ق(س) \neq ق(٤)$ ∴ متصل عند $س = ٤$

$ق(٤) = \lim_{س\to٤} ق(س)$

$ق(س) = \begin{cases} صفر & ، ١ < س < ٢ \\ صفر & ، ٢ < س < ٤ \\ \frac{٣٢}{(س-٤)^٢} & ، ٤ < س < ٦ \end{cases}$

$ق'(٤^+) = \frac{٣٢}{١٦} = ٢$ ، $ق'(٤^-) = صفر$

$ق'(٤^+) \neq ق'(٤^-)$ $\Rightarrow$ $ق'(٤)$ غير موجودة

الجواب: ج) ١) ج ٢) ب ٣) ج

السؤال الثالث :

أ) $ق(س) = \frac{١}{(٣س-٢)^٤}$

$ق'(٢) = \lim_{س\to٢} \frac{ق(س) - ق(٢)}{س - ٢}$

$= \lim_{س\to٢} \frac{\frac{١}{(٣س-٢)^٤} - \frac{١}{٤^٤}}{س-٢} = \lim_{س\to٢} \frac{٤^٤ - (٣س-٢)^٤}{٤^٤ (٣س-٢)^٤ (س-٢)}$

$= \lim_{س\to٢} \frac{(٤^٢ - (٣س-٢)^٢)(٤^٢ + (٣س-٢)^٢)}{٤^٤ (٣س-٢)^٤ (س-٢)}$

$= \lim_{س\to٢} \frac{(٤ - (٣س-٢))(٤ + (٣س-٢))(٤^٢ + (٣س-٢)^٢)}{٤^٤ (٣س-٢)^٤ (س-٢)}$

$= \lim_{س\to٢} \frac{(٦ - ٣س)(٢ + ٣س)(٤^٢ + (٣س-٢)^٢)}{٤^٤ (٣س-٢)^٤ (س-٢)}$

$= \lim_{س\to٢} \frac{-٣(س-٢)(٢ + ٣س)(٤^٢ + (٣س-٢)^٢)}{٤^٤ (٣س-٢)^٤ (س-٢)} = \frac{-٨}{٤٣}$

ب) يلزم إيجاد الرؤوس الأربع للشكل

نجد معادلة المماس والعمودي (سؤال سهل لكنه طويل)

ميل المماس $= ق'(١)$ $ق'(س) = ٢س$

$\therefore$ م المماس $= ٢$

معادلة المماس $ص - ٥ = ٢(س-١) \leftarrow ص = ٢س + ٣$

معادلة العمودي $ص - ٥ = -\frac{١}{٢}(س-١) \leftarrow ص = -\frac{١}{٢}س + \frac{١١}{٢}$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

الآن نقط التقاطع
مع محور الصادات $(0، ص)$
$ص = 3س + 3 \Leftarrow س = 0 \Leftarrow (3، 0)$
العمودي مع المستقيم $(س، 0)$
$ص = -\frac{1}{2}س + \frac{11}{2} \Leftarrow س = 11 \Leftarrow (11، 0)$
الآن المساحة
هي $\frac{1}{2} \times 10 \times 5$ + $\frac{1}{2}(3+5) \times 1$
$= 25 + 4 = 29$

ج) 1) ج 2) ب 3) د

السؤال الرابع :

أ) $ل = 2$ الارتكاز صفر

$ق(س) = \begin{cases} (س-2)^3 \times 3 & ، س \leq 2 \\ (س-2)^3 \times 4 & ، س > 2 \end{cases}$

$ق(3) = صفر \times 4 = صفر$

$\lim_{س \to 2^+} ق(س) = \lim_{س \to 2^+} (س-2)^3 \times 4 = صفر$

$\lim_{س \to 2^-} ق(س) = \lim_{س \to 2^-} (س-2)^3 \times 3 = صفر$

$\lim_{س \to 2} ق(س) = صفر$

$ق(2) = \lim_{س \to 2} ق(س) = صفر$

∴ متصل عند $س = 2$

يمكن الحل السريع

ب) يعد الرسم على الرسم نرجع على الخط

$ق$ تزايد في $[-2، 0] ، [2، 4]$ وتناقص في $[0، 2]$

2) عظمى محلية عند $س = صفر$ ، صغرى محلية عند $س = 2$

3) يعد تحويل الصبع على رسم $ق'(س)$ نقوم بالترجمة على الخط

$ق$ مقعر لأسفل في $[-2، 2]$

مقعر لأعلى في $[2، 4]$

4) انعطاف عند $س = 2$

5) $ق'(0) =$ ميل $= \frac{-2-0}{-2-0} = -1$

$ق'(2)$ غير موجود لأن $ق(2)$ غير معرف

ج) 1) ج 2) كـ 3) م

السؤال الخامس :

أ) النقطة المتحركة $(س، ص)$ تنتمي لمنحنى $ص = \sqrt{2س-1}$

$ف = \sqrt{(س-3)^2 + ص^2}$

$ف = \sqrt{س^2 - 6س + 9 + 2س - 1}$

$ف = \sqrt{س^2 - 4س + 8}$

$ف' = \frac{2س-4}{\sqrt{س^2-4س+8}} \Leftarrow ف' = 0$

$2س - 4 = 0 \Leftarrow \boxed{س = 2}$

∴ موضع الصيد ليه

$(2، ص) \Leftarrow (2، \sqrt{3})$

ب) $\frac{ص}{س} = -\frac{1}{2}$ سم/د

$م = \frac{1}{2}(12+3) \times ع$

نتخلص من $س$ عن طريق التشابه حيث نحتاج ارتفاع المثلث الكبير

الآن بالتشابه مع المثلث الكبير

$\frac{ل}{6} = \frac{8}{10}$ ← $ل = 8$

$\frac{س}{12} = \frac{8-ع}{8}$

$س = 12 - \frac{3}{2}ع$

بعوض في المساحة

$م = \frac{1}{2}(12 + 12 - \frac{3}{2}ع)(ع)$

$م = 12ع - \frac{3}{4}ع^2$

$\frac{دم}{دن} = 12\frac{دع}{دن} - \frac{3}{4} \times 2ع \frac{دع}{دن}$

عند ما $س$ في المنتصف

$\frac{دم}{دن}\Big|_{ع=4} = 12 \times \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \times 2 \times (4) \times \frac{1}{4}$

$= 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ سم/د

ج) 1) ب 2) ب 3) ج

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

إعداد الأستاذ : محمد صالح

حلول الأسئلة الموضوعية

س١ فرع ب

(١) س = خلاف الظر (ظا ٥٠) الجواب ب (استطاع)

(٢) نجد المشتقات بالاستبدال والتوزيع

$\left.\begin{array}{l} ص = ٢س + ١ \\ س = ٥ \end{array}\right\}$ نهـا $\to$ $ص = ٦ - ٦ = ٠$ ← نهـا $\to$ $ص = ٦$

المطلوب $٣ \times (\text{نهـا}_{س \to ٥} ص)^{٢}$ ← $ص = ٧س + ٢$

$٣ (\text{نهـا}_{س \to ٥} ص)^{٢} = ٣ (٣٦)^{٢} = ١٠٨$ (د)

(٣) ما داخل الجذر موجب $١ - س^{٢} \geq ٠$

$س = \pm ١$

مقبول عند $(-١، ١)$ (ب) لأنها جذور الحل (يهود)

س١ فرع ب

(١) نهـا $\to$ $\frac{\text{هـ}(-٢) - \text{هـ}(-٢ + ٢ح)}{ح} = -٢ \text{ هـ}'(-٢)$

$\text{هـ}'(س) = \frac{١}{٢}(س+١)^{-\frac{١}{٢}}$ ⇐ $-٢ \text{ هـ}'(-٢) = -\frac{٢}{٣}$ (ج)

(٢) نشتق ما داخل القوس

$٣س^{٢} + \text{هـ}'(١)(٥ - ١)$

$٢ + \text{هـ}'(٢)(٣)$ ⇐ $٢ + ٣ = ٢ \times ٢ = ١٤$ (ب)

(٣) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ في $[١، ٣]$ $= ٤$ ← $\text{هـ}(٣) - \text{هـ}(١) = -٨$ (أ)

$\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ في $[٣، ٥]$ $= ٨$ ← $\text{هـ}(٥) - \text{هـ}(٣) = ١٦$ (ج)

المطلوب $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ في $[١، ٥] = \frac{\text{هـ}(٥) - \text{هـ}(١)}{٥ - ١}$

من (أ)، (ج) نجد $\text{هـ}(٥) - \text{هـ}(١) = ٤$

$\therefore \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٤}{٤} = ١$ (د)

السؤال الثالث فرع ج

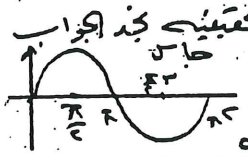
(١) اشتق استقامة ضمنيًا $\frac{\text{د}ص}{\text{د}س^{٢}} = ٦ \text{ هـ}' \times \frac{\text{د}ص}{\text{د}س}$

$\therefore \left.\frac{\text{د}ص}{\text{د}س}\right|_{ن=٢} = ١٢ \times ٤ = ٤٨$ (د)

(٢) $\frac{\text{د}ص}{\text{د}س} = \text{هـ}'(س^{٣} + س)(٣س^{٢} + ١)$

$\left.\frac{\text{د}ص}{\text{د}س}\right|_{س=١} = \text{هـ}'(٢)(٤) = ٧ \times ٤ = ٢٨$ (ب)

(٣) $ص = \text{هـ}(س)$ المعرفة بجد الجواب



العظمى عند $س = \frac{\pi}{٢}$

الجواب (ب)

أو نشتقه ونرسم المشتقة

السؤال الرابع فرع ج

(١) نجد المجال أولاً $س^{٢} - ١٦س \geq ٠$

$س(س - ١٦) \geq ٠$

$\text{هـ}'(س) = \frac{٢س - ١٦}{٢\sqrt{س^{٢} - ١٦س}} = ٠$

البسط $س = ٨$ مرفوض لعدم وقوعه في المجال $س = ٠، س = ١٦$

∴ الحرجة $\{٠، ١٦\}$ (ج) أخذ البعد ٨

(٢) $\text{هـ}(١) = \text{ظا}\frac{\pi}{٤} = ١$ ← $\text{هـ}'(١) = -١$ (ب)

$\text{هـ}(س) = ٢$ ← $س = ٢$ ← $ح = ٢ - ١ = ١$ (د)

(٣) $\text{هـ}'(-١) = ٠$ ← ص.ح. أفقي

$\text{هـ}(س) = ٣س^{٢} + ٢س + ٥$

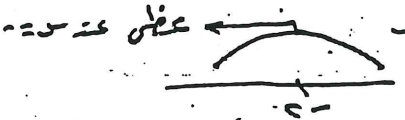
$\text{هـ}'(-١) = ٣ + ٢ + ٥ = ٠$ ← $ج = -٤$ (ب)

س٥ فرع ج

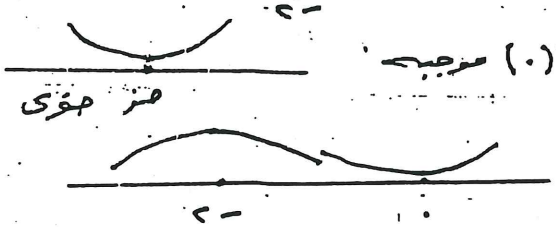
(١) الحرجة عند $س = -٢$، ص.ح. (لا مماس)

يتبع المخطط $س = ١$ شاذة $\text{هـ}'$ (لا مماس)

$\text{هـ}'(-٢)$ سالب ← عظمى عند $س = -٢$



$\text{هـ}'(٠)$ موجبة

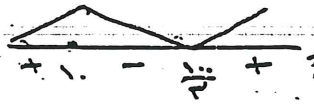


هـ متناقصة في $[-٢، ٠]$ (أ)

(٢) $ع = ٣س^{٢} - ٣٠س + ١٠٠$

$(٣س - ١٠)(س - ١٠) = ٠$

$س = \frac{١٠}{٣}$ أو $س = ١٠$



عظمى عند $س = ١٠$ (أ)

(٣) $ف = ٢٠ن - ٥ن^{٢}$

$ع = ٢٠ - ١٠ن$

المطلوب ع عندما ف $= ٠$

$٢٠ن - ٥ن^{٢} = ٠$

$٥ن(٦ - ن) = ٠$

$ن = ٠$ مرفوض

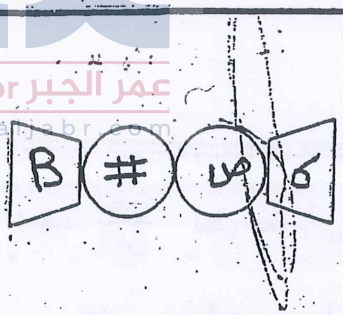
$ن = ٦$

$|ع| = |٢٠ - ٦| = ٤٠$ م/ث

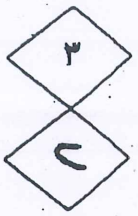
(ج)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — مدة الامتحان: د ٠٠ س ٢
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٨/٠٧/٠٢

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

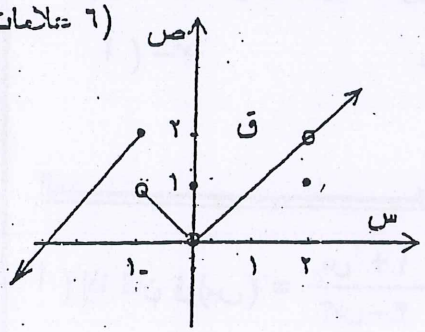
أ) جد قيمة النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{٢}\ جتاس - ١}{١ - ظاس}$ (٧ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{(٢ + س)^{٣}} - \frac{١}{٨} \right)$ (٧ علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق(س)



المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح

فإن $\lim_{س \to ٠} \left(ق(س) + \sqrt[٣]{س - ٨} \right)$ تساوي:

أ) ١-　　ب) ٢-

ج) ٣-　　د) غير موجودة

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٩^{س} - ٣^{س}}{١ - ٣^{س}}$ تساوي:

أ) ١-　　ب) صفر　　ج) ١　　د) غير موجودة

٣) إذا كان $ق(س) = \frac{س - ٢}{(س + ١)(س - ٣)}$ ، فإن قيم س التي تجعل الاقتران ق(س) غير متصل هي:

أ) ١ ، ٣-　　ب) ١- ، ٣　　ج) ٢　　د) ١ ، ٢ ، ٣

يتبع الصفحة الثانية ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي: (١٤ علامة)

١) ص = $|٣س - ٤| - |س|$ ، عند س = ٠

٢) س = $\sqrt[٣]{ص^{٢} + ٩ ص}$ ، عند ص = −١

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ق(س) = $-٢س^{٣}$ ، فإن نهـــا $\frac{ق(-٢) - ق(-٣هـ - ٢)}{هـ}$ تساوي:

أ) −٧٢ ب) −١٨ ج) ١٨ د) ٧٢

٢) إذا كان ص = $ن^{٣}$ ، $\frac{د ص}{د ن} = ٤ ن$ ، فإن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عند ن = ١ يساوي:

أ) ٣ ب) $\frac{١}{١٦}$ ج) $\frac{٣}{١٦}$ د) $\frac{٣}{٤}$

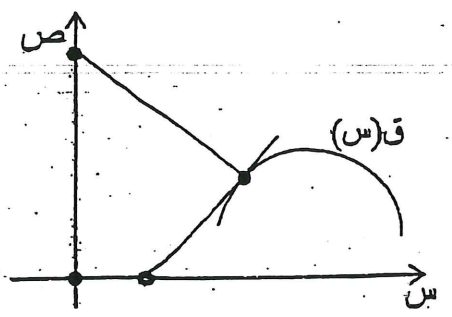
٣) إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) = $أ س^{٢} + ١$ في الفترة [−٢ ، ١] يساوي (٣) فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) −٣ ب) −١ ج) ١ د) ٣

السـؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} + ١}{٣س - ٣}$ ، فجد قَ(٢) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ب) جد مساحة الشكل الرباعي الناتج عن تقاطع المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢ − (س−٤)^{٢} عند النقطة (٣ ، ١) ومحوري السينات والصادات الموجبين. (٧ علامات)



يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.aljabr.com

ج) انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ص = س جتا س − ٤ جا س ، فإن $\frac{د^٢ ص}{د س^٢}$ عند س = π تساوي:

أ) $-\pi$ ب) -٣ ج) ٢ د) π

٢) إذا كان ق(س) = $س^٣ - س$ ، هـ(س) = $س^٢ + ١$ ، فإن (ق ○ هـ)′(٢) يساوي:

أ) ٤٨ ب) ١٢٠ ج) ١٨٨ د) ٩٦

٣) إذا كان $٢س + ص^٢ = ٣ س ص$ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (١ ، ٢) تساوي:

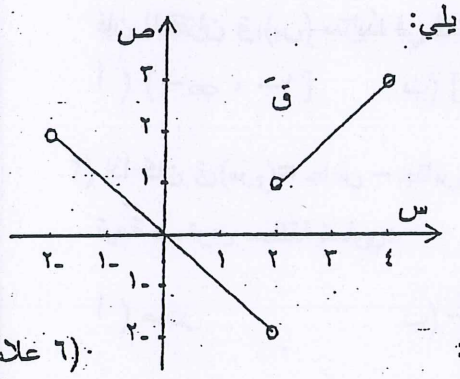
أ) -٤ ب) صفر ج) ٤ د) ٨

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = [٢ − س] ، هـ(س) = $\begin{cases} س + ١ & ، س < ٣ \\ \sqrt{١٠ - ٢س} & ، س \geq ٣ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ عند س = ٣ (٦ علامات)

ب) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المتصل على [−٢ ، ٤] ، اعتمد على ذلك في إيجاد كل ممّا يلي: (٨ علامات)



١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

٢) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س)
قيم قصوى محليّة مبيّنًا نوعها (إن وجدت).

٣) ق″ (٠) ، ق″ (٢)

ج) انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كانت ف(ن) = $٦ن^٢ - ن^٣ + ٢٣$ هي العلاقة الزمنية لحركة جسيم على خط مستقيم، حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، فإن المسافة المقطوعة بالأمتار عندما يكون التسارع صفرًا تساوي:

أ) ٧ ب) ٢٣ ج) ٣٩ د) ١٨٣

٢) إذا كان ق(س) = $\sqrt{٤س - س^٢}$ ، فإن الفترة التي يكون فيها الاقتران ق(س) متناقصًا هي:

أ) [٤ ، ∞) ب) [٠ ، ٢] ج) [٢ ، ٤] د) (−∞ ، ٠]

٣) إذا كان ق(س) = $س^٤ - ٤س^٣ + ٤س^٢ + ٣$ ، فإن القيمة العظمى المحلية للاقتران ق(س) عند س تساوي:

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٤

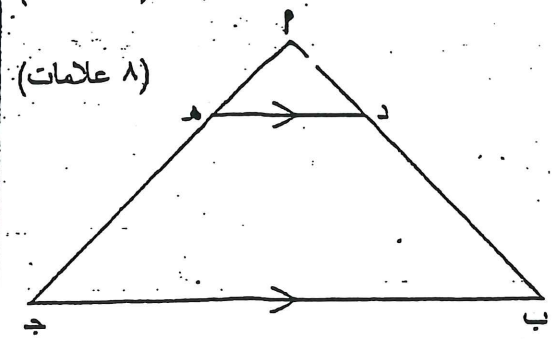
يتبع الصفحة الرابعة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) طريق منحني يمثّل في المستوى الإحداثي بالاقتران ق(س) = $\sqrt{س^{٢} - ١}$ ، والنقطة (٤ ، ٠) تمثل موقع مستشفى . جد إحداثيي النقطة أ (س ، ص) الواقعة على الطريق التي يمكن أن يُبنى فيها صيدلية لتكون أقرب ما يمكن إلى المستشفى. (٦ علامات)

ب) يمثّل الشكل المجاور المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين فيه أ ب = أ جـ = ١٧ سم ، ب جـ = ١٦ سم ، القطعة المستقيمة د هـ // ب جـ . فإذا تحرّكت القطعة المستقيمة د هـ للأسفل مبتعدة عن أ بمعدل $\frac{١}{٣}$ سم/د فجد معدل التغير في مساحة الشكل الرباعي د ب جـ هـ عندما تكون د ، هـ في منتصف كل من الضلعين أ ب ، أ جـ على الترتيب. (٨ علامات)



ج) انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان للاقتران ق(س) = ٣ س + (٤ – أ) $س^{٣}$ قيمة صغرى محلية عند س = ١ حيث أ عدد ثابت، فإن الاقتران ق(س) متزايدًا في الفترة:

أ) $(-\infty ، -١]$ ب) $[-١ ، ١]$ ج) $[١ ، \infty)$ د) $\varnothing$

٢) إذا كان ق(س)= جا س – جتا س ، س ∈ $[٠ ، \pi]$ ، فإن قيمة س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة صغرى مطلقة تساوي:

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) π د) $\frac{\pi ٣}{٤}$

٣) إذا كانت ظا هـ = $\frac{١٥ س}{س^{٢} + ١٠٠}$ هي العلاقة التي تربط الزاوية هـ والضلع س في مثلث ، فإن أكبر قياس ممكن للزاوية هـ عندما تكون س تساوي:

أ) ١٠ ب) ١٥ ج) $\frac{١٠٠}{٣}$ د) ١٠٠

﴿انتهت الأسئلة﴾

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س٣ ج ① د ② ب ③ هـ

س٤ أ $ل(س) = \frac{هـ(س)}{د(س)}$

$ل(٣) = \frac{هـ(٣)}{د(٣)} = \frac{-١}{٦-١٠+٢} = \frac{-١}{٢}$

$نهـا_{س\to٣+} ل(س) = نهـا_{س\to٣+} \frac{هـ(س)}{د(س)}$

$نهـا_{س\to٣+} \frac{[٢-س]}{س+١} = نهـا_{س\to٣+} \frac{-س}{س+١} = \frac{-٣}{٤} = \frac{-١}{٢}$

$نهـا_{س\to٣+} \frac{[٢-س]}{س^٢-٢س-١٠} = نهـا_{س\to٣+} \frac{-١}{س^٢-٢س-١٠} = \frac{-١}{٢}$

$نهـا_{س\to٣+} ل(س) = \frac{-١}{٢}$

∴ ل(٣) = $نهـا_{س\to٣+} ل(س)$ ∴ ل متصل عند س = ٣

ب الرسم

هـ: + عند -٢، − عند ٠، + عند ٢، − عند ٤

① تزايد هـ $[-٢، ٠]$ ، $[٢، ٤]$
تناقص هـ $[٠، ٢]$

② عظمى محلية عند س = ٠
صغرى محلية عند س = ٢

③ هـ'(٠) = $\frac{٢-٠}{-٢-٠} = -١$ (س١ الميل)
هـ'(٢) غير موجودة

ج ① هـ ② هـ ③ ب

س٥ أ $ف = ١(س-٤)^٢ + ص^٢$

$ف = ١س^٢ - ٨س + ١٦ + ص^٢ - ١$

$ف = ١س^٢ - ٨س + ص^٢ + ١٥$

$ف' = \frac{٢س - ٨ + ٢ص ص'}{٢١س^٢ - ٨س + ص^٢ + ١٥} = ٠$

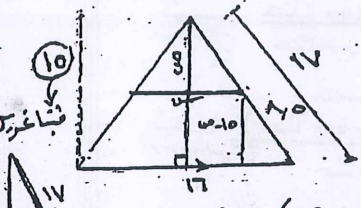
س = ٢ ←

س = ٢ ←
اشارة ف' : − عند ٢، + عند ٢

صغرى عند س = ٢ ، ص = ٣١

النقطة (٢، ٣١)

ب $\frac{ع ص}{ع ن} = \frac{١}{٣}$



$م = \frac{١}{٢}(١٦ + س)(١٥ - ص)$

$م = \frac{١}{٢}(١٦ + \frac{١٦}{١٥}ص)(١٥ - ص)$

$م = \frac{١}{٢} \times \frac{١٦}{١٥}(١٥ + ص)(١٥ - ص)$

$م = \frac{٨}{١٥}(٢٢٥ - ص^٢)$

$\frac{ع م}{ع ن} = \frac{٨}{١٥} \times -٢ص \frac{ع ص}{ع ن}$

$\frac{ع م}{ع ن} = \frac{٨}{١٥} \times -٢ \times \frac{١٥}{٢} \times \frac{١}{٣}$

$\frac{ع م}{ع ن} = \frac{-٨}{٣}$

$س = \frac{١٦}{١٥}ص$

$\frac{ص}{١٥} = \frac{س}{١٦}$

$\frac{ص}{١٥} = \frac{٨،٥}{١٧}$

$\frac{١}{٢} = \frac{ص}{١٥}$

$ص = \frac{١٥}{٢}$

ج ① ب (خطأ صغرى فهي عظمى)
② م
③ م

(٧٥)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س١

أ ① $\lim_{س\to\frac{\pi}{4}} \frac{\tan س - 1}{1 - \tan س} \times \frac{\sec^2 س}{\tan س + 1}$

$\lim_{س\to\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 س - 1}{2(1 - \tan س)}$ $\quad 2\tan^2 س - 1 = \tan 2س$

$\lim_{س\to\frac{\pi}{4}} \frac{\tan 2س \times (\tan س + 1)}{2}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2}$

② $\lim_{س\to 0} \frac{1}{س} \times \frac{8 - (2+س)^3}{8(2+س)^3}$

$\lim_{س\to 0} \frac{1}{س} \times \frac{(2-(2+س))(4+2(2+س)+(2+س)^2)}{8(2+س)^3}$

$= \frac{-12}{64} = \frac{-3}{16}$

ب ① ب ② أ ③ ب

س٢

أ ① $\lim_{س\to 2} \frac{س^3 - 2س^2 + س - 2}{س^2 - 4}$

$\lim_{س\to 2} \frac{(س-2)(س^2+1)}{(س-2)(س+2)} = \frac{5}{4}$

② $\lim_{س\to 0} \frac{\sqrt{1+س} - \sqrt{1-س}}{س}$

$\lim_{س\to 0} \frac{(\sqrt{1+س} - \sqrt{1-س})(\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س})}{س(\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س})}$

$\lim_{س\to 0} \frac{2س}{س(\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س})} = \frac{2}{2} = 1$

ب ① ب ② ج ③ أ

س٣

أ $ق'(2) = \lim_{ع\to 2} \frac{ق(ع) - ق(2)}{ع - 2}$

$= \lim_{ع\to 2} \frac{\frac{ع^2+1}{ع-3} - \frac{5}{-1}}{ع - 2}$

$\lim_{ع\to 2} \frac{ع^2 + 1 - 10ع + 15}{(ع-2)(ع-3)}$

$\lim_{ع\to 2} \frac{ع^2 - 10ع + 16}{(ع-2)(ع-3)}$

$\lim_{ع\to 2} \frac{(ع-8)(ع-2)}{(ع-3)(ع-2)} = \frac{-6}{1} = -6$

ب $ق(س) = -2(س-4)$

$م = ق'(3) = 2$

مماس: $ص - 1 = 2(س-3)$

عمودي: $ص - 1 = -\frac{1}{2}(س-3)$

ب $(س، 0)$ مماس $\Rightarrow -1 = 2س - 6 \Rightarrow س = \frac{5}{2}$

ب $(\frac{5}{2}، 0)$ ، حـ $(0، 0)$ ، م $(3، 1)$

ء $(0، ص)$ عمودي $\Rightarrow ص - 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow ص = \frac{5}{2}$

ء $(0، \frac{5}{2})$

$م ب = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$م ء = \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{45}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

مساحة الشكل $= \Delta م ب ء + \Delta م ب حـ$

$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 2$

$= \frac{15}{8} + \frac{5}{2} = \frac{40}{8} = 5$

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

٣
٢

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات/الفصل الأول — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: السبت ٢٠١٩/٠١/٠٥

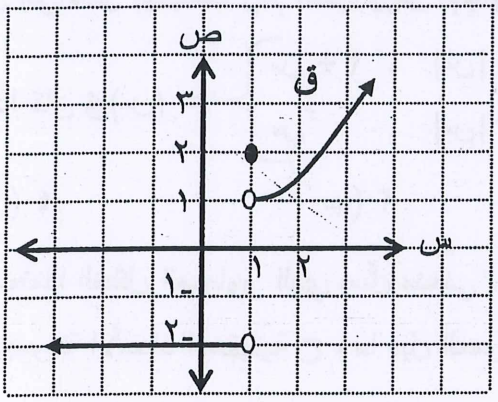
ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣١ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ،

إذا علمت أن هـ(س) = س + ١ ،



فإن $\lim_{س \to ١^+} \left(\frac{ق(٢ - س)}{هـ(س)} + س^٢ \right)$ تساوي:

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$

ج) صفر د) ٢

٢) إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣ - س}$ ، فإن قيم الثابت جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) غير موجودة هي:

أ) $(-\infty ، -٣]$ ب) $[٣ ، \infty)$ ج) $(-\infty ، ٣)$ د) $(-\infty ، ٣]$

٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{(ب^٢ + ٢)س}{ظا \frac{١}{٢} س} = ٦$ ، حيث ب > ٠ ، فإن قيمة الثابت ب تساوي:

أ) ٢ ب) $\sqrt{٢}$ ج) $\sqrt{١٠}$ د) ١

يتبع الصفحة الثانية ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{(٢ + س)^{٥} - (٢ - س)^{٥}}{(٢ + س)^{٢} - (٢ - س)^{٢}}$ (١٠علامات)

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{جتا ٥س + ٣جتا س - ٤}{س^{٢}}$ (١٢ علامة)

السـؤال الثاني: (٣١ علامة)

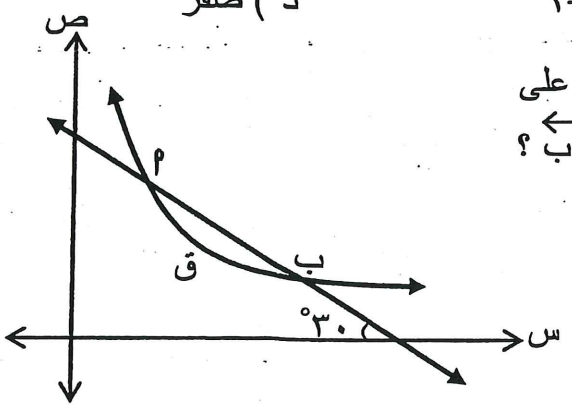
أ) إذا كان ق(س) = $\sqrt{[س + ١] + ٣س^{٢}}$ ، س ∈ [١ ، ٣] ، فابحث في اتصال الاقتران ق على مجاله.
(٨ علامات)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س + ٢ & ، |س| \geq ٢ \\ س^{٢} & ، |س| < ٢ \end{cases}$ ، فإن الاقتران ق يكون غير متصل عند س تساوي:

أ) ٤ ب) ٢ ج) −٢ د) صفر

٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، ما ميل العمودي على القاطع $\overleftrightarrow{أ ب}$ ؟



أ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ب) $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ج) $\sqrt{٣}$ د) $-\sqrt{٣}$

٣) إذا كان ق(س)= ظا س ، س ∈ $(٠ ، \frac{\pi}{٢})$ ، فإن $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(\frac{\pi}{٤}) - ق(\frac{\pi}{٤} + ٤هـ)}{هـ}$ تساوي:

أ) ٨ ب) −٨ ج) ٢ د) −٢

٤) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق(س)= $هـ(س) - \frac{١}{هـ(س)}$ ، هـ(س) ≠ ٠ ،

هـ(٢) = $\frac{١}{٢}$ ، هـَ(٢) = −١ ، فإن قَ(٢) تساوي:

أ) ٣ ب) −٣ ج) ٥ د) −٥

ج) إذا كان ق(س) = $\frac{\sqrt{س}}{س + ١}$ ، س > ٠ ، فجد قَ(١) باستخدام تعريف المشتقة. (١١ علامة)

يتبع الصفحة الثالثة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث: (٣٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان (ق ○ هـ)َ (٣) = ١٠ ، (قَ ○ هـ) (٣) = ٤

فإن قيمة ٢هـَ (٣) تساوي:

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) ٥ ج) ٢ د) $\frac{٢}{٥}$

٢) إذا كان ق(س) = س + جا ٢س ، فإن قيمة قً ($\frac{\pi}{١٢}$) تساوي:

أ) ٢ ب) −٢ ج) $-٢\sqrt{٣}$ د) $٢\sqrt{٣}$

٣) إذا كان ص^{٢} + ٢ س ص = ٥ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (٢ ، ١) تساوي:

أ) $-\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $-\frac{١}{٢}$

ب) إذا كان ص^{٢} = $\frac{س}{س+٢}$ ، س ≠ −٢ ، فأثبت أن: س^{٢}صَ − ص^{٣} = صفر (١٠علامات)

ج) جد قَ (س) لكل ممّا يأتي:

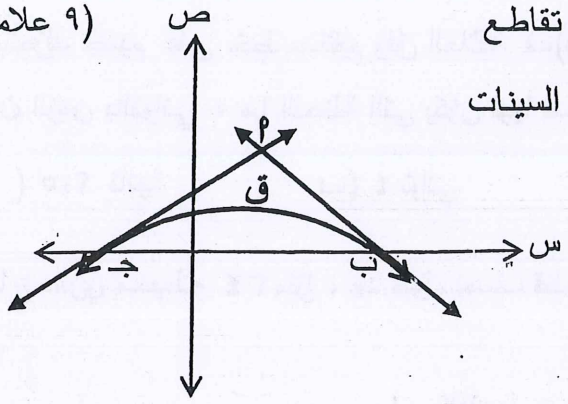
١) ق(س) = س | س − ٤ | (٧ علامات)

٢) ق(س) = $\sqrt{س\ (٢س+١)^{٨}}$ ، س > ٠ (٤ علامات)

السـؤال الرابع: (٢٨ علامة)

أ) إذا كان ص = (١ + ب^{٢})س^{٤} − $\frac{١}{س}$ ، س ≠ ٠ ، وكان $\left| \frac{د^{٣} ص}{د س^{٣}} \right|_{س=١}$ = ٢٤٦ ، فجد قيم الثابت ب (١٠علامات)

ب) رُسم مماسّان من النقطتين ب ، جـ اللتان تمثّلان نقطتي تقاطع منحنى الاقتران ق(س) = − س^{٢} + ٢س + ٨ مع محور السينات فتقاطعا في النقطة ب (انظر الشكل التوضيحي المجاور)، جد مساحة المثلث ب ب جـ (٩ علامات)



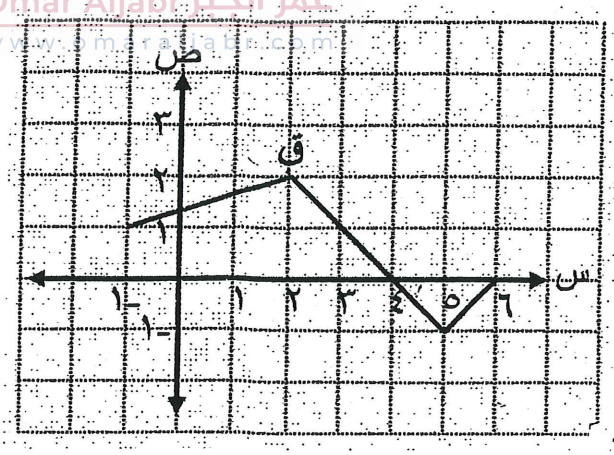
يتبع الصفحة الرابعة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [−١ ، ٦] ،

أجب عن الفقرات ١ ، ٢ ، ٣ الآتية:



١) مجموعة قيم س حيث س ∈ [−١ ، ٦] التي يكون عندها للاقتران ق نقط حرجة هي:

أ) {٢ ، ٥}　　ب) {−١ ، ٦}

ج) {−١ ، ٤ ، ٥ ، ٦}　　د) {−١ ، ٢ ، ٥ ، ٦}

٢) ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق متناقصًا؟

أ) [٤ ، ٦]　　ب) [٢ ، ٥]　　ج) [−١ ، ٤]　　د) [−١ ، ٢]

٣) نهـــا $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤}$ تساوي:

أ) صفر　　ب) غير موجودة　　ج) ٤　　د) −١

السـؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) يرتكز سلّم طوله ٢٠ مترًا بطرفه العلوي على حائط عمودي، وبطرفه السفلي على أرض مستوية يميل عنها بزاوية ٦٠° ، بدأ رجل إطفاء صعود السلّم بمعدّل ٣ م/د ، جد معدّل تغير المسافة بين الرجل ونقطة التقاء الحائط مع الأرض في اللحظة التي يكون فيها الرجل في منتصف السلّم. (١٢ علامة)

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٦ علامات)

١) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س}$ ، س ∈ ح ، فما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعّرًا للأسفل؟

أ) (−∞ ، ٠]　　ب) (−∞ ، −٢]　　ج) [−٢ ، ∞)　　د) [٠ ، ∞)

٢) يتحرّك جُسيم على خطٍ مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ٢٠ ن − ٥ ن^{٢} ، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني ، ما اللحظة التي يكون فيها تسارع الجُسيم يساوي مثلي سرعته؟

أ) ٢,٥ ثانية　　ب) ٤ ثواني　　ج) ١ ثانية　　د) ١,٥ ثانية

ج) قطاع دائري محيطه ٤٢ مترًا ، جد طول نصف قطر دائرته الذي يجعل مساحته أكبر ما يمكن. (١٢ علامة)

﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ل (أ) ① $هـ(س) = س + ١$

$$\text{نهـا}_{س \to ١^+} \frac{ق(٢-س)}{هـ(س)} + \text{نهـا}_{س \to ١^+} س^{٢}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ١^+} هـ(س)$$

ص = ٢ − س
س → ١⁺
∴ ص → ١⁻

$$\text{نهـا}_{ص \to ١^-} \frac{ق(ص)}{ص} + ١ = \frac{-٢}{٢} + ١ = ٠$$

$$\text{نهـا}_{س \to ١^+} س + ١$$

(جـ)

② $\frac{}{\frac{١}{٣}}$ − + $[٣ ، \infty)$ (ب)

③ $\frac{ب^{٢}+٢}{\frac{١}{٢}} = ٦ \leftarrow ب^{٢}+٢=٣ \leftarrow ب^{٢}=١$

ب = ١ (د)

ب ① $\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{(٢+س)^{٥} - (٢-س)^{٥}}{(٢+س)^{٢} - (٢-س)^{٢}}$

أو إضافة وطرح ٣٢

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{(٢+س-٢+س)\left((٢+س)^{٤}+(٢+س)^{٣}(٢-س)+(٢+س)^{٢}(٢-س)^{٢}+(٢+س)(٢-س)^{٣}+(٢-س)^{٤}\right)}{(٢+س-٢+س)(٢+س+٢-س)}$$

$$= \frac{١٦+١٦+١٦+١٦+١٦}{٤} = \frac{٨٠}{٤} = ٢٠$$

③ $\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{حتا}٥س + ٣\text{حتا}س - ٤ + ١ - ١}{س^{٤}}$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{حتا}٥س - ١}{س^{٤}} \times \frac{\text{حتا}٥س + ١}{\text{حتا}٥س + ١} + \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٣\text{حتا}س - ٣}{س^{٤}}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{-\text{حا}^{٢}٥س}{س^{٤}} \times \frac{١}{\text{حتا}٥س + ١} + ٣\ \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{(\text{حتا}س - ١)}{س^{٤}} \times \frac{\text{حتا}س + ١}{\text{حتا}س + ١}$$

$$-\frac{١}{٢} \times \left(\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{حا}٥س}{س}\right)^{٢} + \frac{٣}{٢} \times \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{-\text{حا}^{٢}س}{س^{٢}}$$

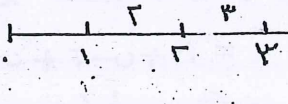
$$= -\frac{١}{٢} \times ٢٥ + -\frac{٣}{٢} \times \left(\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{حا}س}{س}\right)^{٢}$$

$$= -\frac{٢٥}{٢} - \frac{٣}{٢} \times ١ = -\frac{٢٨}{٢} = -١٤$$

④ $س^{٢}\ [س+١]$

ل = ١

ارتكاز = ٠



$$هـ(س) = \begin{cases} \sqrt{٢+٣س^{٢}} & ، ١ \leq س < ٢ \\ \sqrt{٣+٣س^{٢}} & ، ٢ \leq س < ٣ \\ \sqrt{٤+٣س^{٢}} & ، س = ٣ \end{cases}$$

* القواعد: $\sqrt{٢+٣س^{٢}}$ متصل على (١، ٢) ناتج التعويض موجب

$\sqrt{٣+٣س^{٢}}$ متصل على (٢، ٣) معرّف عليه

* النقط: التحول: س = ٢

هـ(٢) = $\sqrt{١٥}$ ، $\text{نهـا}_{س \to ٢^+} هـ(س) = \sqrt{٣+٣س^{٢}} = \sqrt{١٥}$

$\text{نهـا}_{س \to ٢^-} هـ(س) = \sqrt{٢+٣س^{٢}} = \sqrt{١٤}$

∴ $\text{نهـا}_{س \to ٢}$ هـ(س) غير موجودة .

∴ هـ(س) غير متصل عند س = ٢

الأطراف: س = ١⁺

هـ(١) = $\sqrt{٥}$ ، $\text{نهـا}_{س \to ١^+} هـ(س) = \sqrt{٢+٣س^{٢}} = \sqrt{٥}$

∴ هـ(س) متصل عند س = ١⁺ ، عند س = ٣

هـ(٣) = $\sqrt{٣١}$

$\text{نهـا}_{س \to ٣^-} هـ(س) = \sqrt{٣+٣س^{٢}} = \sqrt{٣٠}$

∴ هـ(س) غير متصل عند س = ٣

* النتيجة: هـ(س) متصل على $[١ ، ٣] - \{٢\}$

(ب) ① $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، س < -٢ \\ س+٢ & ، -٢ \leq س \leq ٢ \\ س^{٢} & ، س > ٢ \end{cases}$

هـ غير متصل عند س = −٢ (جـ)

② م قاطع = ظا هـ = ظا ١٥٠ = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ ، $م_{ع} = \sqrt{٣}$

③ $\text{نهـا}_{ل \to ٠} \frac{هـ(\frac{\pi}{٤}) - هـ(\frac{\pi}{٤}+ل)}{\frac{ل}{٤}}$

$$٤ \times \text{نهـا}_{ل \to ٠} \frac{هـ(\frac{\pi}{٤}) - هـ(\frac{\pi}{٤}+ل)}{ل}$$

$٤ \times -هـ'(\frac{\pi}{٤}) = -٨$

(جـ)

ل = ٤ هـ
هـ → ٠
∴ ل → ٠
هـ = $\frac{ل}{٤}$

هـ(س) = قاس
هـ'$(\frac{\pi}{٤})$ = ٢

(ب)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

④ $\acute{\text{ق}}(\text{س}) = \acute{\text{هـ}}(\text{س}) + \frac{1 \times \acute{\text{هـ}}(\text{س})}{\text{هـ}^2(\text{س})}$

$\acute{\text{ق}}(2) = \acute{\text{هـ}}(2) + \frac{\acute{\text{هـ}}(2)}{\text{هـ}^2(2)} = -1 + \frac{-1}{4} = -5$ (د)

ⓙ $\acute{\text{ق}}(1) = \lim_{\text{ع} \to 1} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(1)}{\text{ع} - 1}$

$\lim_{\text{ع} \to 1} \frac{\frac{\sqrt{\text{ع}}}{\text{ع}+1} - \frac{\sqrt{1}}{2}}{\text{ع} - 1}$

$\lim_{\text{ع} \to 1} \frac{2\sqrt{\text{ع}} - \text{ع} - 1 + 1 - 1}{(\text{ع}-1)(\text{ع}+1)(2)}$

$\lim_{\text{ع} \to 1} \frac{1 - \text{ع}}{(\text{ع}-1)(\text{ع}+1)(2)} + \lim_{\text{ع} \to 1} \frac{2\sqrt{\text{ع}} - 2}{(\text{ع}-1)(\text{ع}+1)(2)}$

$\frac{-1}{4} + 2 \times \lim_{\text{ع} \to 1} \frac{(\sqrt{\text{ع}} - 1)}{(2)(\text{ع}+1)(\sqrt{\text{ع}}+1)(\sqrt{\text{ع}}-1)}$

$\frac{-1}{4} + \frac{1}{4} = 0$

س٣ ⓐ ١) $\acute{\text{ق}}(\text{هـ}(3)) = 4$

$\acute{\text{ق}}(\text{هـ}(3)) \times \acute{\text{هـ}}(3) = 10 \leftarrow 4 \times \acute{\text{هـ}}(3) = 10$

$\acute{\text{هـ}}(3) = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

$\therefore 2\,\acute{\text{هـ}}(3) = 2 \times \frac{5}{2} = 5$ (ب)

٢) $\acute{\text{ق}}(\text{س}) = 1 + 2\,\text{جتا}\,2\text{س}$

$\ddot{\text{ق}}(\text{س}) = -4\,\text{جا}\,2\text{س}$

$\ddot{\text{ق}}(\frac{\pi}{12}) = -4 \times \text{جا}\,\frac{\pi}{6} = -4 \times \frac{1}{2} = -2$ (ب)

٣) $2\text{ص}\,\frac{\text{دص}}{\text{دس}} + 2\text{س}\,\frac{\text{دص}}{\text{دس}} + 2\text{ص} = 0$

$2\,\frac{\text{دص}}{\text{دس}} + 4\,\frac{\text{دص}}{\text{دس}} + 2 = 0$

$6\,\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -2 \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{-1}{3}$ (أ)

ⓑ $2\text{ص}\,\acute{\text{ص}} = \frac{(\text{س}+2)(1) - (\text{س})(1)}{(\text{س}+2)^2}$

$2\text{ص}\,\acute{\text{ص}} = \frac{\text{س} + 2 - \text{س}}{(\text{س}+2)^2} = \frac{2}{(\text{س}+2)^2}$ $\frac{\text{س}^2}{\text{ص}^4}$

$2\text{ص}\,\acute{\text{ص}} = \frac{2}{\text{س}^2} \times \text{ص}^4$

$\acute{\text{ص}} = \frac{\text{ص}^3}{\text{س}^2} \leftarrow \acute{\text{ص}}\,\text{س}^2 = \text{ص}^3$

$\therefore \acute{\text{ص}}\,\text{س}^2 - \text{ص}^3 = 0$

ⓙ ① $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} 4\text{س} - \text{س}^2 & \text{س} \le 4 \\ \text{س}^2 - 4\text{س} & \text{س} > 4 \end{cases}$

ق متصل على ح

$\acute{\text{ق}}(\text{س}) = \begin{cases} 4 - 2\text{س} & \text{س} < 4 \\ 2\text{س} - 4 & \text{س} > 4 \\ \text{غير موجودة} & \text{س} = 4 \end{cases}$

$\acute{\text{ق}}_{+}(4) = 4$

$\acute{\text{ق}}_{-}(4) = -4$ ← $\acute{\text{ق}}(4)$ غير موجودة

② $\acute{\text{ق}}(\text{س}) = \frac{(\text{س}) \times 8(2\text{س}+1)^7 \times 2 + (2\text{س}+1)^8 \times (1)}{2\sqrt{\text{س}\,(2\text{س}+1)^8}}$

$\acute{\text{ق}}(\text{س}) = \frac{16\text{س}\,(2\text{س}+1)^7 + (2\text{س}+1)^8}{2\sqrt{\text{س}\,(2\text{س}+1)^8}}$

س٤ ⓐ $\text{ص} = (1+\text{أ}^2)\,\text{س}^4 - \text{س}^{-1}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = (4)(1+\text{أ}^2)\,\text{س}^3 + \text{س}^{-2}$

$\frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{دس}^2} = (12)(1+\text{أ}^2)\,\text{س}^2 - 2\text{س}^{-3}$

$\frac{\text{د}^3\text{ص}}{\text{دس}^3} = (24)(1+\text{أ}^2)\,\text{س} + 6\text{س}^{-4}$

$\frac{\text{د}^3\text{ص}}{\text{دس}^3}\Big|_{\text{س}=1} = (24)(1+\text{أ}^2)(1) + \frac{6}{(1)^4} = 246$

$\frac{24(1+\text{أ}^2)}{24} = \frac{240}{24} \leftarrow 1 + \text{أ}^2 = 10$

$\text{أ}^2 = 9 \quad \therefore \text{أ} = 3 ، -3$

ⓑ $\text{ق}(\text{س}) = -\text{س}^2 + 2\text{س} + 8$

$\acute{\text{ق}}(\text{س}) = -2\text{س} + 2$

نجد نقطة التماس وهي (س، ٠)

$-\text{س}^2 + 2\text{س} + 8 = 0 \leftarrow \text{س}^2 - 2\text{س} - 8 = 0$

$(\text{س}+2)(\text{س}-4) = 0$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب = -٢ ← ص = ٠ ← (-٢، ٠)
س = ٤ ← ص = ٠ ← (٤، ٠)] تماس

نجد معادلات المماس

ق١ = ق(-٢) = ٦ ← ص = ٦ (س + ٢)

ق٢ = ق(٤) = -٦ ← ص = -٦ (س - ٤)

نجد نقطة تقاطع المماسين وهي (س، ص)

ص = ٦س + ١٢
ص = -٦س + ٢٤

⇐ (١، ١٨)

ن = ٤ - (-٢) = ٦ ، ع = ١٨

∴ م = ½ × ٦ × ١٨ = ٥٤

ب) ١) { -١، ٢، ٥، ٦ } (ج)

٢) [٢، ٥] (ب)

٣) ق(٤) = (٠ - ٢) / (٤ - ٢) = -٢/٢ = -١ (ج)

س ٢ ٥ ٦
ق' + | ٠ | - | ٠ | +

(ج)

٤) ق(٤) = ٠ ← ٣ ← ٤ ← ٦ ← ٣ ← ٤ ← ٦ ← ٣ ← ٤ ← ٦

ق(٣) = ٣ ، ق(٤) = ٤ ، ق(٦) = ٣

∴ ق(٣) = ٣ ، ق(٤) = ٤ ، ق(٦) = ٣

ق(٣) = ٣ ، ق(٤) = ٤ ، ق(٦) = ٣

(د) [٠، ٦]

ع = -٢٠ ن + ٤٠ ← ٠ = -٢٠ ن + ٤٠ ← ن = ٢

ت = -١٠ ∴ ن = ٢،٥ (ب)

(ج)

ل
نق
هـ
نق

م = ½ × نق² × هـ

م = ½ نق² × (٢٤ - ٢نق) / نق

م = ½ نق (٢٤ - ٢نق)

م = ½ (٢٤نق - ٢نق²)

م' = ½ (٢٤ - ٤نق)

٢٤ - ٤نق = ٠

نق = ٦

عظمى عند نق = ٦

مساعدة

محيط = ٢نق + نق × هـ = ٢٤

٢نق + نق هـ = ٢٤

هـ = (٢٤ - ٢نق) / نق

(ج)

حتا ٦٠ = ل / ٢٠

½ = ل / ٢٠

٢٠ = ٢ل

ل = ١٠

ك س / ك ن = ؟؟

س = ١٠

ف = √(س² + ١٠٠ - ٢س × ١٠ × حتا ٦٠)

ف = √(س² - ١٠س + ١٠٠)

ك ف / ك ن = (٢س ك س/ك ن - ١٠ ك س/ك ن) / (٢√(س² - ١٠س + ١٠٠))

عوّض

= ١٥ / ١٠ = ١،٥

(ب) ١) ق(س) = س^(١/٣)

ق'(س) = ١/٣ س^(-٢/٣)

ق''(س) = -٢/٩ س^(-٥/٣) = -٢ / (٩ ∛س⁵)

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٣
٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ — د س

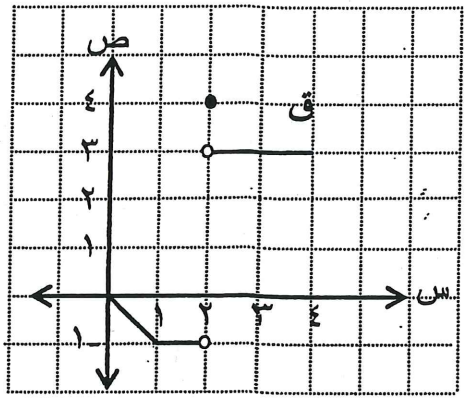
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: السبت ٢٠١٩/٠١/٠٥

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ) يتكوّن هذا الفرع من (٣) فقرات، انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [٠ ، ٤]، أجب عن الفقرتين ١ ، ٢ الآتيتين:



١) $\lim_{س \to ٤} \left(ق^{٢}(س-٣) + \sqrt{س} \right)$ تساوي:

أ) ١١ — ب) ٥

ج) ١ — د) ٣

٢) ما قيم الثابت ﻫ التي تجعل $\lim_{س \to ﻫ} ق(س) = -١$ ؟

أ) [١ ، ٢) — ب) [١ ، ٢] — ج) (١ ، ٢] — د) (١ ، ٢)

٣) إذا كان $ق(س) = \frac{س^{٢} + (ك - ٧)س - ك}{س - ٣}$ ، $س \neq ٣$ ، فإن قيمة الثابت ك التي تجعل

$\lim_{س \to ٣} ق(س)$ موجودة تساوي:

أ) ٦ — ب) −٦ — ج) ٣ — د) −٣

ب) جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt{س - ١} - \frac{س + ٣}{س - ١}}{س^{٢} - ٢٥}$ (٧ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^{٣} - ٢ ظا س}{\sqrt{١} - جتا س}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

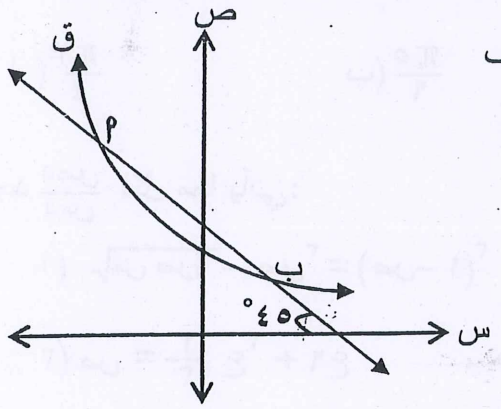
السـؤال الثاني: (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{\sqrt{[س + \frac{٥}{٢}] - ٤س + س^{٢}}}{س - ٢} & ، \frac{٣}{٢} < س < ٢ \\ -\frac{١}{٢}س & ، ٢ \leq س < ٣ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢ (٥ علامات)

ب) يتكوّن هذا الفرع من (٣) فقرات، انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، ما ميل القاطع $\overleftrightarrow{أ ب}$ ؟



أ) $\sqrt{٣}$ ب) $-\sqrt{٣}$

ج) ١ د) -١

٢) نهـا $_{س \to \pi}$ $\frac{جتا\ س - جتا\ \pi}{س - \pi}$ تساوي:

أ) -١ ب) ١ ج) صفر د) غير موجودة

٣) إذا كان س= ظا ص ، ص ∈ $(٠ ، \frac{\pi}{٢})$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي:

أ) $\frac{س}{١ + س^{٢}}$ ب) $\frac{١}{١ + س^{٢}}$ ج) $\frac{١}{١ - س^{٢}}$ د) $\frac{س}{١ - س^{٢}}$

ج) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س + ١} + ٣$ ، فجد قَ(٧) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

السـؤال الثالث: (٢٧ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أ س^{٣} + ب س^{٢} & ، س \leq ٢ \\ أ س^{٢} + ٥ ب س + ٣ & ، س > ٢ \end{cases}$

قابلًا للاشتقاق عند س=٢ ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (٩ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omarjabr.com

ب) يتكوّن هذا الفرع من (٣) فقرات، انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، حيث ق(ص+٢)= س^{٣} −١ ، وكان قَ(٥) = ٣ ، ق(٥) = ٧

فإن قيمة $\frac{دص}{دس}$ عند ص = ٣ تساوي:

أ) ١ ب) ٢ ج) ٩ د) ٤

٢) إذا كانت ص = ن^{٤} ، س = ٢ن ، فإن قيمة $\left|\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}\right|_{ن=١}$ تساوي:

أ) ٦ ب) ٣ ج) ١٢ د) ٢٤

٣) إذا كان ق(س) = جا س − جتا س ، س ∈ [٠ ، π] ، فما قيمة س التي تحقّق المعادلة قً(س) = صفر ؟

أ) $\frac{٣\pi}{٤}$ ب) $\frac{٥\pi}{٦}$ ج) $\frac{٢\pi}{٣}$ د) $\frac{٥\pi}{٤}$

ج) جد $\frac{دص}{دس}$ لكل ممّا يأتي:

١) $\sqrt{س ص}$ − ص^{٢} = (ص − ١)^{٢} (٧ علامات)

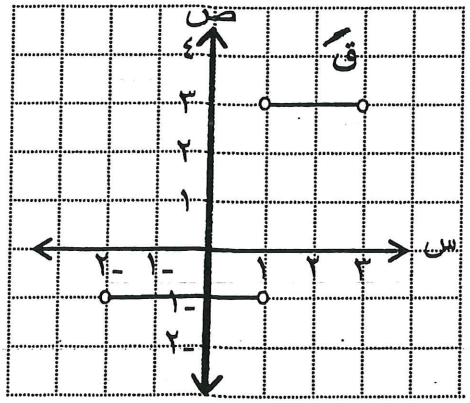
٢) ص = $\frac{١}{٢}$ ع^{٢} + ٦ع ، س ع = ٤ (٥ علامات)

السـؤال الرابع: (١٥ علامة)

أ) يتكوّن هذا الفرع من (٣) فقرات، انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المعرّف على الفترة [−٢ ، ٣] ،

أجب عن الفقرتين ١ ، ٢ الآتيتين:



١) ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق متزايدًا ؟

أ) [−٢ ، ١] ب) [١ ، ٣]

ج) [٠ ، ١] د) [−١ ، ٠]

٢) ما ميل المماس المرسوم لمنحنى الاقتران ق عند س = صفر؟

أ) ١ ب) −١ ج) صفر د) ٢

٣) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث أن بعده عن نقطة الأصل بالأمتار بعد ن ثانية من بدء حركته معطى وفقًا للاقتران ف(ن) = ٣ن^{٣} − ن ، ما تسارع الجُسيم عندما تكون سرعته ٨ م/ث ؟

أ) ١٨ م/ث^{٢} ب) ١٧ م/ث^{٢} ج) ٨ م/ث^{٢} د) ٥٤ م/ث^{٢}

يتبع الصفحة الرابعة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) جد مساحة المثلث المكوّن من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} − ١ عند النقطة (١ ، ٠) والمستقيم س = −١ (٩ علامات)

السـؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) يتكوّن هذا الفرع من (٣) فقرات، انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ق(س) = جتا ٢ س ، س ∈ [٠ ، π] ، فإن قيمة س التي يكون للاقتران ق عندها قيمة صغرى مطلقة هي:

أ) صفر ب) π ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{٣\pi}{٢}$

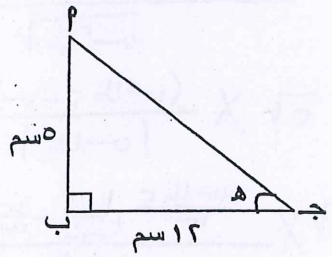
٢) إذا كان للاقتران ق(س) = (ك س + ٤)^{٢} + ٢ ، ك ≠ ٠ ، نقطة حرجة عند س = −١ فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) −١ ب) ٤ ج) −٤ د) ١

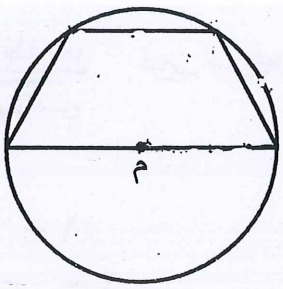
٣) معدل تغيّر مساحة دائرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها (نق) عند أي نقطة (بوحدات الطول) يساوي:

أ) π نق^{٢} ب) ٤ π نق ج) ٢ π نق^{٢} د) ٢ π نق

ب) ﻫ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، طولا ضلعي القائمة $\overline{ﻫ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ٥ سم ، ١٢ سم على الترتيب (انظر الشكل التوضيحي المجاور)، بدأت أضلاع المثلّث تتغيّر معًا، بحيث يبقى المثلّث محافظًا على شكله ووضعه، إذا علمت أن معدّل تغيّر الضلع $\overline{ب جـ}$ ($-\frac{١}{٤}$) سم/د ، ومعدّل تغيّر الضلع $\overline{ﻫ ب}$ ($\frac{٣}{٢}$) سم/د ، فما معدّل التغيّر في الزاوية هـ في اللحظة التي يتساوى فيها طولا ضلعي القائمة ؟ (٧ علامات)



ج) جد مساحة أكبر شبه منحرف يمكن رسمه داخل دائرة مركزها النقطة م وطول نصف قطرها ٤ سم ، بحيث تقع رؤوسه على الدائرة وإحدى قاعدتيه تنطبق على قطر من أقطار الدائرة (انظر الشكل التوضيحي المجاور). (٧ علامات)



﴿انتهت الأسئلة﴾

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س١ (أ) (١) $\lim_{س \to ١} (ق(س))^{٢} + ٢ = ٣$ (ج)

(ب) (٢) $٩ + ٣ك - ٢١ - ك = ٠$ (ب)

$٢ك = ١٢ \leftarrow ك = ٦$

(ب) (١) $\lim_{س \to ٥} \frac{|س-١|-٢}{س^{٢}-٢٥} + \lim_{س \to ٥} \frac{\frac{٢}{١} - \frac{س+٣}{س-١}}{س^{٢}-٢٥}$

$\lim_{س \to ٥} \frac{|س-١|-(س-٢)}{(س-٥)(س+٥)} \times \frac{|س-١|+(س-٢)}{|س-١|+(س-٢)} + \lim_{س \to ٥} \frac{٢س-٢-س-٣}{(س-١)(س^{٢}-٢٥)}$

$\lim_{س \to ٥} \frac{س-١-(س-٢)}{(س-٥)(س+٥)(|س-١|+(س-٢))} + \lim_{س \to ٥} \frac{س-٥}{(س-١)(س-٥)(س+٥)}$

$\lim_{س \to ٥} \frac{١}{(س-١)(|س-١|+(س-٢))} + \lim_{س \to ٥} \frac{١}{(س-١)(س+٥)}$

$\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

(ج) $\lim_{س \to ٠} \frac{س - ٢ظاس}{|١-حتاس|} \times \frac{|١+حتاس|}{|١+حتاس|}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{(س-٢ظاس) \times |١+حتاس|}{|حا^{٢}س|}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{(س-٢ظاس)}{|حاس|} \times |٢|$

$\frac{\lim_{س \to ٠^{+}} س - \lim_{س \to ٠^{+}} ٢ظاس}{\lim_{س \to ٠^{+}} |حاس|} \times |٢| = -|٢|$

$\frac{\lim_{س \to ٠^{-}} س - \lim_{س \to ٠^{-}} ٢ظاس}{\lim_{س \to ٠^{-}} -حاس} \times |٢| = |٢|$

$\therefore \lim_{س \to ٠} \frac{س - ٢ظاس}{|١-حتاس|}$ غير موجودة.

س٢ (ج) $ق(٣) = -١$

$\lim_{س \to ٣^{+}} -\frac{١}{٢}س = -١$

$\lim_{س \to ٣} \frac{|٤-٤س+س^{٢}|}{س-٣} = \lim_{س \to ٣} \frac{|س-٢|}{س-٢}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{-(س-٢)}{س-٢} = -١$

$\therefore \lim_{س \to ٣} ق(س) = -١$

$ق(٣) = \lim_{س \to ٣} ق(س)$ $\therefore$ ق متصل عند $س = ٣$

(ب) (١) $م_{قاطع} = ظا ١٣٥^{\circ} = -١$ (ج)

(٢) $\lim_{س \to \pi} \frac{حتاس - حتا\pi}{س - \pi} = \lim_{س \to \pi} \frac{حاس}{١} = ٠$ (بالبتار)

(٣) $١ = قاس \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{١}{١+ع}$ (ب)

(ج) $ق(٧) = \lim_{ع \to ٧} \frac{ق(ع) - ق(٧)}{ع - ٧}$

$\lim_{ع \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{ع+١} + ٣ - ٥}{ع - ٧}$

$\lim_{ع \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{ع+١} - ٢}{ع-٧} \times \frac{\sqrt[٣]{(ع+١)^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{ع+١} + ٤}{\sqrt[٣]{(ع+١)^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{ع+١} + ٤}$

$\lim_{ع \to ٧} \frac{ع-٧}{(ع-٧)(١٢)} = \frac{١}{١٢}$

س٣ (ب) $ق(س) = \begin{cases} ٣ب^{٢} - س^{٢} + ٢ب س & ، س \leq ٢ \\ ٢ب س + ٥ب & ، س > ٢ \end{cases}$

$ق_{+}(٢) = ق_{-}(٢)$

$٤ب + ٥ب = ١٢ب + ٤ب$

$ب = ٨ب$

$\lim_{س \to ٢^{+}} (ب س^{٢} + ٥ب س + ٣) = \lim_{س \to ٢^{-}} (ب س^{٣} + ب س^{٢})$

$٤ب + ١٠ب + ٣ = ٨ب + ٤ب$

$٦ب - ٤ب + ٣ = ٠$

$٤ب - ٤ب + ٣ = ٠ \leftarrow ب = \frac{-٣}{٤}$

$ن = ٢ \times \frac{-٣}{٤} = \frac{-٣}{٢} = \frac{-٦}{١١}$

(ب) (١) $ق(ص+٢) \frac{ص}{س} = ٣س^{٢}$

$ق(٥) \times \frac{ص}{س} = ١٢$

$\frac{ص}{س} = \frac{١٢}{٣} = ٤$ (ج)

$٧ = س^{٣} - ١$

$س^{٣} = ٨ \leftarrow س = ٢$

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

(٢) $ص = ن^{٤}$ ، $س = ٢ن$

$ص = \frac{س^{٤}}{١٦}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٤ س^{٣}}{١٦} = \frac{س^{٣}}{٤}$

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = \frac{٣ س^{٢}}{٤}$

$\frac{٣ \times ٤}{٤} = ٣$ (ب)

(٣) $ق(س) = حتا س + جا س$

$ق'(س) = - جا س + حتا س$

$ق''(س) = - حتا س - جا س = ٠$

$- حتا س = جا س$

$ظا س = -١$ (د)

(٤) $\frac{س \frac{د ص}{د س} + ص}{٢ \sqrt{س ص}} - \frac{٢ ص \frac{د ص}{د س}}{٢ \sqrt{س ص}} = ٢(ص - ١) \frac{د ص}{د س}$

$\frac{س}{٢ \sqrt{س ص}} \frac{د ص}{د س} + \frac{ص}{٢ \sqrt{س ص}} - \frac{٢ ص}{٢ \sqrt{س ص}} \frac{د ص}{د س} = ٢(ص - ١) \frac{د ص}{د س}$

$\frac{ص}{٢ \sqrt{س ص}} = \frac{د ص}{د س} \left(٢(ص - ١) + \frac{٢ ص}{٢ \sqrt{س ص}} - \frac{س}{٢ \sqrt{س ص}} \right)$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{\frac{ص}{٢ \sqrt{س ص}}}{٢(ص - ١) + \frac{٢ ص}{٢ \sqrt{س ص}} - \frac{س}{٢ \sqrt{س ص}}}$

$= \frac{ص}{٤(ص - ١) \sqrt{س ص} + ٤ ص \sqrt{س ص} - س}$

(٥) $ص = \frac{١}{٤} ع^{٢} + ٤ع$ ، $ع = \frac{س}{٤}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ع}{د س} \times \frac{د ص}{د ع}$

$= \frac{١}{٤} \times (ع + ٤)$

$= \frac{١}{٤} \times \left(\frac{س}{٤} + ٤ \right)$

(٨٣)

س (٤) ق

$\frac{١}{٢}$ ، ٠ ، ١ ، ٣

(أ) ب

(ب) $ق(١) = م = -١$

$ف = ٣ن^{٢} - ن^{٣}$

$ت = ١٨ن - ٣ن^{٢}$

$ت = ١٨ (٣)$

$ع = ٩ن^{٢} - ١$

$٩ن^{٢} - ١ = ٨$

$ن^{٢} = ١$

$ن = ١$

(ج) $ق(س) = س^{٢} - ١$

$ق'(س) = ٢س$

$م = ق'(١) = ٢$

محاس: $ص - ٠ = ٢(س - ١)$

عمودي: $ص = -\frac{١}{٢}(س - ١)$

(-١، ٢) (١، ٠) (-١، ٠) (-١، -٤)

ق، س، عمودي، محاس

(-١، ٣) عكس م = -٤

(-١، ب) عمودي ب = ١

ف = ٠ ، ع = ٢

م = $\frac{١}{٢} \times ٥ \times ٢ = ٥$

س (٥) (أ) $ق'(س) = -٢ جا ٢س$

$جا ٢س = ٠ \leftarrow ٢س \in [٠ ، ٢\pi]$

$٢س = \pi \leftarrow س = \frac{\pi}{٢}$

إشارة ق'

$\frac{\pi}{٢}$ ، π

(ب)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

(٣) $ق(س) = ٢(ك س + ٤) \times ك$

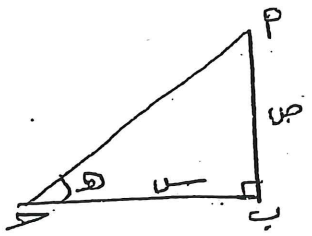
$٢ك(٤ - ك) = ٠$

$ك = ٤$ (ب)

(٤) $\frac{د م}{د نق} \leftarrow م = \pi$ نق^{٢}

(ي) $\frac{د م}{د نق} = ٢\pi$ نق

(ن)



$\frac{د س}{د ن} = -\frac{١}{٤}$ ، $\frac{د ص}{د ن} = \frac{٣}{٢}$

$\frac{د هـ}{د ن}$ | $س = ص \div ١١$ ، $هـ = ٥٣^{\circ}$

$١٢ - \frac{١}{٤}ن = ٥ + \frac{٣}{٢}ن$

$٧ = \frac{٧}{٤}ن \leftarrow ن = ٤$

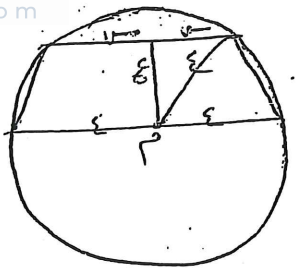
$ظا هـ = \frac{ص}{س}$

$\frac{قا^{٢}هـ \times \frac{د هـ}{د ن}}{قا^{٢}هـ} = \frac{س \times \frac{د ص}{د ن} - ص \times \frac{د س}{د ن}}{س^{٢} \times قا^{٢}هـ}$

$\frac{د هـ}{د ن} = \frac{١١ \times \frac{٣}{٢} \div ١١ \times \frac{-١}{٤}}{٢ \times ١٢١}$

$= \frac{\frac{٣٣}{٢} + \frac{١١}{٤}}{٢٤٢} = \frac{٧٧}{٩٦٨}$

(ج)



صاعدة

$م = \frac{١}{٢}(٤س + ٨) \times ع$ | $ع = \sqrt{١٦ - س^{٢}}$

$م = (س + ٤)\sqrt{١٦ - س^{٢}}$

$م' = (س + ٤) \times \frac{-س}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}} + \frac{\sqrt{١٦ - ع^{٢}} \times ١}{١}$

$م' = \frac{-س^{٢} - ٤س + ١٦ - س^{٢}}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}}$

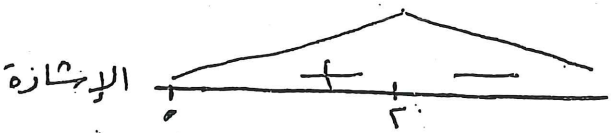
$م' = \frac{-٢س^{٢} - ٤س + ١٦}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}}$

$-٢س^{٢} - ٤س + ١٦ = ٠$

$س^{٢} + ٢س - ٨ = ٠$

$(س + ٤)(س - ٢) = ٠$

$س = ٢ ، -٤$



عظمى عند $س = ٢$

$م = ٦ \times \sqrt{١٢} = ١٢\sqrt{٣}$

Omar Aljabi عمر الجابي
www.omaraljabi.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة مسمية/معلود)

د س

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — مدة الامتحان: ٠٠ ٢
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٩/٦/١١

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

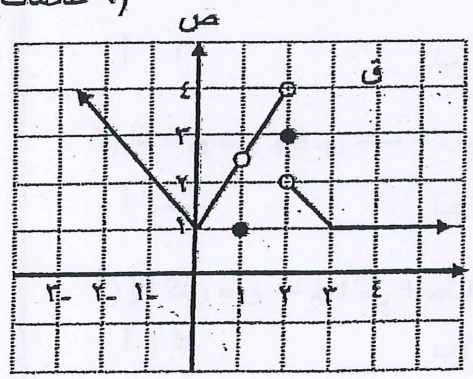
أ) جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ١} \left(\frac{٤}{س + ٥} - \frac{٢}{س + ٢} \right) \left(\frac{١}{س^{٢} + ٣س - ٤} \right)$ (٧ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جاس - ظاس}{جتاس - قاس}$ (٧ علامات)

ب) انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق
المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح



ما مجموعة قيم الثابت جـ ، حيث $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) غير موجودة؟

أ) {٠ ، ٣} ب) {١ ، ٢}
ج) {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} د) {٢}

٢) إذا كان ق(س) = [١ + ٢س] ، فإن $\lim_{س \to \frac{١}{٣}}$ ق(س) تساوي:

أ) $\frac{٥}{٣}$ ب) ٢ ج) $\frac{٣}{٥}$ د) ١

٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٠}$ (أس^{٢} ظتا ٣س^{٢}) = ١ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) ٩ ب) $\frac{١}{٩}$ ج) ٣ د) $\frac{١}{٣}$

يتبع الصفحة الثانية //

Scanned by CamScanner

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٢١ علامة)

أ) إذا كان ق(س) =
- $\frac{س^٣ - ٢س}{٨(س - ٢)}$ ، $٠ < س < ٢$
- $\frac{١}{٤}$ ، $س = ٢$
- $\frac{س - [س]}{س^٢ - ٤}$ ، $٢ < س < ٣$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢ (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $س^٣ + ٢س - ١$، فجد ق`(س) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٨ علامات)

١) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق على الفترة [−١، ٢] يساوي (−٣) ، وكان هـ(س) = ٢ − ق(س)، فإن متوسط التغير في الاقتران هـ على الفترة [−١، ٢] يساوي:

أ) −٣ ب) ٣ ج) ٥ د) −٥

٢) إذا كان ق(س) = $س^٣ + ٥$ ، فإن نهـا$_{س \to ١}$ $\frac{ق(س) - ٦}{س^٢ + س - ٢}$ تساوي:

أ) ١ ب) ٣ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

٣) إذا كان ص جتا س = −١ ، س ∈ $(٠ ، \frac{\pi}{٣})$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = $\frac{\pi}{٦}$ تساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-٢\sqrt{٣}$ ج) $٢\sqrt{٣}$ د) $-\frac{٢}{٣}$

٤) إذا كان ص = $جا^٢س$ + $جتا^٢س$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي:

أ) ٤ ب) ٢ ج) صفر د) ١

السـؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) =
- $|س - ١|$ ، $-١ \leq س < ١$
- $[س - ١]$ ، $١ \leq س < ٢$

فابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = ١ (٧ علامات)

ب) إذا كان $(٢س - ص)^٣ = ٢٥ + \sqrt{س}$ ، فجد $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٤ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ....

Scanned by CamScanner

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omarjabr.com

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، وكان ق(س^{٢} − ١) = ٦س ، س > ٠ ، فإن قيمة ق$'$(٨) تساوي:

أ) −١ ب) ١ ج) −٣ د) ٣

٢) إذا كان ص = س جاس + جتا س ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند س = ٠ تساوي:

أ) ٤ ب) صفر ج) ١ د) ٥

٣) إذا كان ق، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق$'$(−٢) = −٤ ، ق(−٢) = ٨ ، هـ$'$(−٢) = هـ(−٢) = ١،

فإن $\frac{د}{دس}\left(\frac{ق(س)}{١ + هـ(س)}\right)$ عند س = −٢ تساوي:

أ) −٣ ب) −٤ ج) صفر د) −٢

السـؤال الرابع: (١٩ علامة)

أ) جد معادلتي المماسين لمنحنى العلاقة س^{٢} + ص^{٢} = ٥ ، عند نقطتي تقاطع منحناها مع المستقيم ص = ١− س (٨ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} + ٢ ، س ∈ [−٣ ، ٣] ، فجد كلًّا ممّا يأتي: (٧ علامات)

١) النقط الحرجة للاقتران ق.

٢) القيم القصوى للاقتران ق (إن وجدت)، مبينًا نوعها.

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) قُذف جسم رأسيًّا للأعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بالأمتار بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالعلاقة ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن^{٢}، فإن الزمن بالثواني اللازم حتى يعود الجسم إلى سطح الأرض يساوي:

أ) ٦ ب) ٧ ج) ٨ د) ٩

٢) إذا كان ق$'$(س) = $\sqrt{س + ١}$ ، هـ(س) = س^{٢} − ١، فإن قيمة (ق ○ هـ)$'$(٣) تساوي:

أ) ١٨ ب) ١٢ ج) ٨ د) ١٦

يتبع الصفحة الرابعة ....

Scanned by CamScanner

السـؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) من قمة برج ارتفاعه ١٢ مترًا عن سطح البحر، رصد رجل قارب سباق يتحرك بسرعة ١,٥ م/ث مبتعدًا عن قاعدة البرج، جد معدل تغير زاوية انخفاض خط نظر الرجل في اللحظة التي يكون فيها القارب على بعد ٩ أمتار عن قاعدة البرج. (٧ علامات)

ب) لوحة إعلانات على شكل مثلث متطابق الضلعين محيطها ٦ أمتار، جد أطوال أضلاع اللوحة التي تجعل مساحتها أكبر ما يمكن. (٧ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

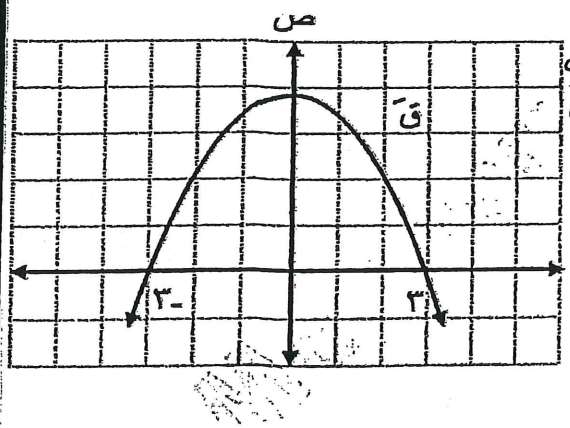
١) إذا كان ص = ع^{٢} ، ع = س^{٣} ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي:

أ) ٦س^{٥} ب) ٥س^{٢} ج) ٥س^{٤} د) ٤س^{٥}

٢) صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها، ما معدل تغير مساحة الصفيحة بالنسبة إلى طول ضلعها عندما يكون طول ضلعها ١٠ سم ؟

أ) ٣٠ سم ب) ٤٠ سم ج) ١٠ سم د) ٢٠ سم

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق متزايدًا؟



أ) (-∞ ، ٠] ب) [-٣ ، ٣]

ج) [٣ ، ∞) د) (-∞ ، -٣]

﴿انتهت الأسئلة﴾

Scanned by CamScanner

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س١ (أ) (١) الحل: $\lim_{س\to 1} \frac{س^2+س-8}{(س+5)(س+2)} \times \frac{1}{س^3+3س-4}$

$= \lim_{س\to 1} \frac{(س+4)(س-2)}{(س+5)(س+2)} \times \frac{1}{(س-1)(س+4)}$

$= \frac{1}{7} \times \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{42}$

(٢) الحل: (بالتابع) $\lim_{س\to 0} \frac{\frac{1}{حاس} - \frac{حاس}{1}}{\frac{1}{حتاس} - \frac{1}{حاس}} = \lim_{س\to 0} \frac{\frac{1-حاس حتاس}{حاس}}{\frac{حاس - حتاس}{حتاس}}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{حاس(حتاس - 1)}{(حتاس-1)(حتاس+1)} = \frac{0}{2} = 0$

(ب) (١) $ق = \{2\}$ (ك)

(٢) $\lim_{س\to \frac{1}{3}} 1 = 1$ (ك)

(٣) $\lim_{س\to 0} \frac{ق س^2}{س^3 ظا^2 س} = 1 \leftarrow ق \left(\lim_{س\to 0} \frac{س}{ظاس}\right)^2 = 1$

$\frac{1}{9} ق = 1 \leftarrow ق = 9$ (م)

س٢ (أ) $هـ(2) = \frac{1}{4}$

$\lim_{س\to 2^+} \frac{س - [س]}{س^2 - 4} = \lim_{س\to 2^+} \frac{س-2}{(س-2)(س+2)} = \frac{1}{4}$

$\lim_{س\to 2^-} \frac{س^2 - 2س}{8(س-2)} = \lim_{س\to 2^-} \frac{س(س-2)}{8(س-2)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$\therefore \lim_{س\to 2} هـ(س) = \frac{1}{4}$

لأن $هـ(2) = \lim_{س\to 2} هـ(س)$ $\therefore$ هـ متصل عند $س = 2$

(ب) $قـ(س) = \lim_{ع\to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{ع^3 + 2ع - 1 - (س^3 + 2س - 1)}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{ع^3 - س^3}{ع - س} + \lim_{ع\to س} \frac{2ع - 2س}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{(ع-س)(ع^2 + سع + س^2)}{ع - س} + \lim_{ع\to س} \frac{2(ع-س)}{ع-س}$

$= 3س^2 + 2$

(ج) (١) $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = 1$ $= \frac{هـ(2) - هـ(-1)}{3} = -3$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{هـ(2) - هـ(-1)}{3} = \frac{-هـ(2) - (-هـ(-1))}{3}$

$= \frac{-هـ(2) + هـ(-1)}{3} = -\frac{(هـ(2) - هـ(-1))}{3} = -(-3)$

(ب) $= 3$

(٢) $\lim_{س\to 1} \frac{هـ(س) - 6}{س^2 + س - 2} = \frac{0}{0}$ لوبيتال $\therefore$

$هـ'(س) = 3س^2$

$\lim_{س\to 1} \frac{هـ'(س)}{2س+1} = \frac{هـ'(1)}{3} = \frac{3}{3} = 1$ (م)

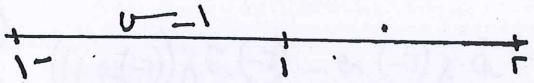
(٣) $ص = \frac{-1}{حتاس} = -قا س$

$ص' = -قا س ظاس$ $\therefore$ $ص' = \left|_{س = \frac{\pi}{4}}\right. = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

$\frac{1}{3} = \frac{-2}{-3}$ (ك)

(٤) $ص = 1$ $\therefore ص' = 0$ (ج)

س٣ (م) نُعيد التعريف



$هـ(س) = \begin{cases} س - 1 & ، -1 \leq س < 1 \\ 0 & ، 1 \leq س < 2 \end{cases}$

اتصال عند $س = 1$

$هـ(1) = 0$

$\lim_{س\to 1^-} هـ(س) = 0 = \lim_{س\to 1^+} 0 = \lim_{س\to 1^-} (1 - س) = 0$

لأن $هـ(1) = \lim_{س\to 1} هـ(س)$ $\therefore$ هـ متصل عند $س = 1$

$قـ(س) = \begin{cases} -1 & ، -1 < س < 1 \\ 0 & ، 1 < س < 2 \end{cases}$

Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

$\dot{ق}(1) = 0$ ، $\dot{ق}(1) = -1$

لأن $\dot{ق}(1) = \dot{ق}(1)$

∴ ق غير قابل للاشتقاق عند $س = 1$

---

① نجد ص | $س = ٤$ نجد ص لأنها تلزم

$(٨ - ص)^{٣} = ٢س + ٢ \leftarrow (٨ - ص)^{٣} = ٢س$

$٨ - ص = ٣ \leftarrow ص = ٥$

نشتق

$٣(٢س - ص\dot{ص})^{٢}(٢ - \frac{ص\dot{ص}}{س}) = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

عوض

$٣(٨ - ٥)^{٢} \times (٢ - \frac{ص\dot{ص}}{س}) = \frac{١}{٤}$

$٢٧(٢ - \frac{ص\dot{ص}}{س}) = \frac{١}{٤}$

$٢ - \frac{ص\dot{ص}}{س} = \frac{١}{١٠٨} \leftarrow \frac{ص\dot{ص}}{س} = \frac{٢١٥}{١٠٨}$

ب) ① $\dot{ق}(س) = (س^{٢} - ١) \times ٢س = ٦$

$\dot{ق}(٨) \times ٦ = ٦ \leftarrow \dot{ق}(٨) = ١$ (ب)

$س^{٢} - ١ = ٨$

$س = ٣$

② $\dot{هـ} = س \text{ جتا } س + \text{جا } س - \text{جا } س$

$\dot{هـ} = -س \text{ جا } س + \text{جتا } س$

$\dot{هـ}|_{س=٠} = ١$ (ج)

③ $\frac{(١ + هـ(-٢)) \times \dot{ق}(-٢) - ق(-٢) \times \dot{هـ}(-٢)}{(١ + هـ(-٢))^{٢}}$

$\frac{٢ \times -٤ - ٨ \times ١}{٤} = -٤$ (ب)

٤س ④ نجد التقاطع

$س^{٢} + (١ - س)^{٢} = ٥$

$س^{٢} + ١ - ٢س + س^{٢} = ٥$

$٢س^{٢} - ٢س - ٤ = ٠ \leftarrow س^{٢} - س - ٢ = ٠$

$(س - ٢)(س + ١) = ٠$

$س = ٢ \leftarrow ص = -١$ ∴ $(٢، -١)$

$س = -١ \leftarrow ص = ٢$ ∴ $(-١، ٢)$

نجد المشتقة: $٢س + ٢ص\dot{ص} = ٠$

$\dot{ص} = \frac{-٢س}{٢ص} = \frac{-س}{ص}$

$م_{١} = \frac{-٢}{-١} = ٢$ ، $(٢، -١)$

ماس ١ $ص + ١ = ٢(س - ٢) \leftarrow ص = ٢س - ٥$

ماس ٢ $م_{٢} = \frac{١}{٢}$ ، $(-١، ٢)$

ماس ٢: $ص - ٢ = \frac{١}{٢}(س + ١)$

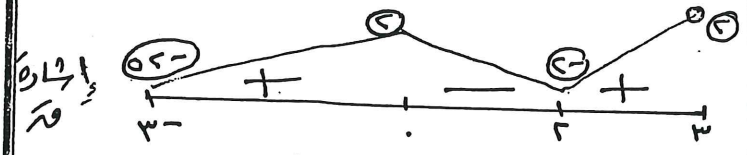
$ص = \frac{١}{٢}س + \frac{٥}{٢}$

ج) ① $ق(س) = ٣س^{٢} - ٦س$

ق متصل على $[-٣، ٣]$ وقابل للاشتقاق على $(-٣، ٣)$

$٣س^{٢} - ٦س = ٠ \leftarrow ٣س(س - ٢) = ٠$

$س = ٠ ، س = ٢$



① حركة $(٢، ٠)$ ، $(٠، ٢)$ ، $(-٣، -٥٢)$

② عظمى محلية ومطلقة عند $س = ٠$

والقيمة $= ٣$

صغرى محلية عند $س = ٢$ والقيمة $= -٢$

صغرى مطلقة عند $س = -٣$ والقيمة $= -٥٢$

د) ① $ن|_{ف=٠} \leftarrow ٤٠ن - ٥ن^{٢} = ٠$ $ن = ٨$ (ج)

$ن(٨ - ن) = ٥$

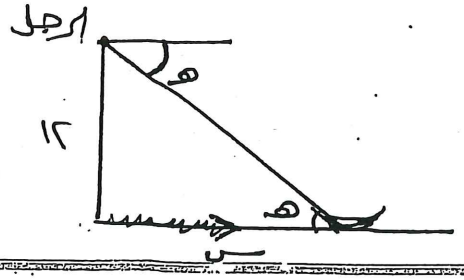
② $\dot{ق}(هـ(٣)) \times \dot{هـ}(٣)$

$\dot{ق}(٨) \times ٦ = ٦ \times ٣$

$= ١٨$

$\dot{هـ}(س) = ٢س$ | (م)

٥س ④



(٩٠)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

$\frac{ds}{dt} = 1.5$ ، $\frac{dh}{dt} = 6$ ، ؟؟ | $s = 9$

$\tan\theta = \frac{12}{s}$

$\sec^2\theta \times \frac{d\theta}{dt} = -12 \times \frac{\frac{ds}{dt}}{s^2}$

$\frac{d\theta}{dt} = \frac{-12 \times \frac{ds}{dt}}{s^2 \times \sec^2\theta}$

$= \frac{-12 \times 1.5}{\frac{25}{81} \times 81}$

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$
$= 1 + \left(\frac{12}{9}\right)^2$
$= 1 + \frac{16}{9}$
$= \frac{25}{9}$

$\frac{dh}{dt} = \frac{-18}{25 \times 9} = \frac{-2}{25}$ راد/ث

عظمى عند $s = 1$

القاعدة $= 2$

الضلعين المتطابقين $= 2$

(ب) ١) $\frac{dm}{ds} = \frac{dm}{dx} \times \frac{dx}{ds}$

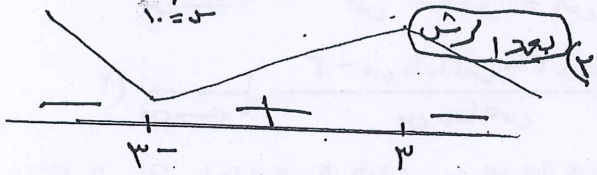
$= 3x^2 \times 3s^2 = 6s^2 (s-3)$

$6s^2 = 0$ (م) $\leftarrow s^2$

ب) $m = s^2$

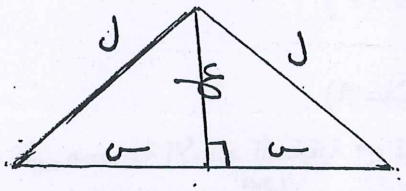
$\frac{dm}{ds} = 2s$ ∴ $\frac{dm}{ds} = 20$ | $s = 10$

(ج)



(ب)

(ج)



$m = \frac{1}{2} \times 2s \times ع$

$m = s ع$

قاعدة
$2ل + 2s = 6$
$ل = 3 - s$
من فيثاغورس
$ل^2 = s^2 + ع^2$

$m = s\sqrt{9 - 6s}$

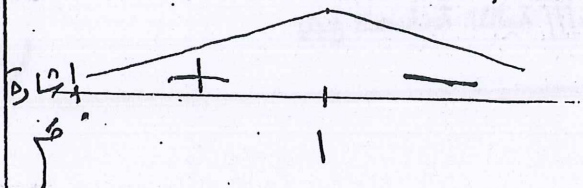
$m = \sqrt{9s^2 - 6s^3}$

$m' = \frac{18s - 18s^2}{2\sqrt{9s^2 - 6s^3}}$

$18s - 18s^2 = 0 \leftarrow s = 0$ ، $s = 1$

$18s(1-s) = 0$

$(3-s)^2 = s^2 + ع^2$
$9 - 6s + s^2 = s^2 + ع^2$
$ع = \sqrt{9 - 6s}$



عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

ب | A | غ | خ

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/الفصل الأول — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ — د س
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٩/٦/١١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣١ علامة)

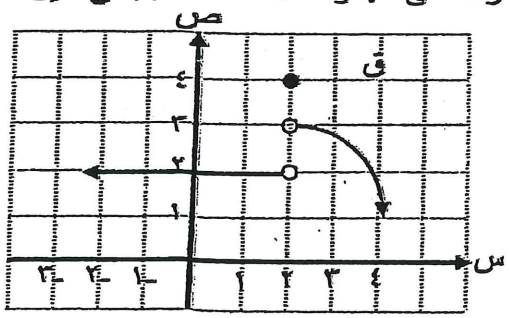
أ) جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + ٤س^{٢} - ٨س + ٣}{٤س^{٣} - ١٢س^{٢} + ٩س}$ (١٠ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ - س \ ظا ٢س - ٣ \ جتا س}{س \ جا ٥س}$ (١٢ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، فإن



$\lim_{س \to ٢^{+}} (س + ق(س))^{٢}$ تساوي:

أ) ١٦ ب) ٢٥

ج) ٣٦ د) غير موجودة

٢) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٩ & ، \ س \in ص \\ ١ - ٣س & ، \ س \notin ص \end{cases}$ ، حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة

فإن $\lim_{س \to ١} ق(س)$ تساوي:

أ) -٢ ب) -٤ ج) ١٠ د) غير موجودة

٣) إذا كان ق اقتران كثير حدود يمر بالنقطة (-١ ، ٢)، وكانت $\lim_{س \to -١} \frac{١ - ل(س)}{} = -٢$ ،

فإن $\lim_{س \to -١} (ق(س) \times ل^{٢}(س))$ تساوي:

أ) ٢ ب) -٩ ج) ١٨ د) ٩

يتبع الصفحة الثانية ///،،،،،

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٢٩ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = [س+٢] ، هـ(س) = $\frac{(س - ١)^{٢}}{٣ + س}$ ، فابحث في اتصال الاقتران (ق × هـ)(س) على الفترة [−١ ، ١] (٩ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{٢س}{٣س + ١}$ ، حيث س ≠ $-\frac{١}{٣}$ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة. (١١ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = |−س| ، فإن الاقتران ق متصل على الفترة:

أ) (−∞ ، ٠] ب) (٠ ، ∞) ج) [٠ ، ∞) د) (−∞ ، ٠)

٢) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٢} + ٧ن، حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، فإذا كانت السرعة المتوسطة للجُسيم في الفترة [١ ، م] تساوي ١١ م/ث، فما قيمة الثابت م؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٣ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ٢

٣) إذا كان ق(س) = ٣س − |١ − ٢س| ، فإن قيمة قَ(١) تساوي:

أ) ٥ ب) ٢ ج) ١ د) ٤

السـؤال الثالث: (٢٩ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٢} + ب س^{٣} & ، س \geq ٢ \\ ٢ - أس + ب س^{٤} & ، س < ٢ \end{cases}$

قابلًا للاشتقاق عند س = ٢ ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (١٠ علامات)

ب) إذا كان س = جـا ص ، أثبت أن صَ − س (صَ)^{٣} = صفر (١٠ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان قَ(٠) = ٤ ، فإن نهـا$_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(٠) - ق(٣هـ)}{٢هـ}$ تساوي:

أ) ٦ ب) $-\frac{٣}{٢}$ ج) −٦ د) $\frac{٢}{٣}$

٢) إذا كان ص = جتـا ن ، س = جـا ن ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند ن = π تساوي:

أ) صفر ب) −١ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}$

٣) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق($\frac{\pi}{٤}$) = ١ ، قَ($\frac{\pi}{٤}$) = ٢ ، هـ(س) = أس^{٢} ، أ ∋ ح ، (هـ ○ ق)َ($\frac{\pi}{٤}$) = −٢٠ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) −١٠ ب) ١٠ ج) ٥ د) −٥

يتبع الصفحة الثالثة ....

Scanned by CamScanner

السـؤال الرابع: (٢٨ علامة)

أ) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ظا س + $\frac{٢}{س - ١}$ ، عند س = ٠ (٩ علامات)

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

ب) إذا كان ق(س) = ٣س^{٢} − س^{٣} ، س ∈ (−٤ ، ٤] فجد كلًا ممّا يأتي: (١٠ علامات)

١) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

٢) القيم القصوى للاقتران ق مبينًا نوعها.

٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعرًا للأسفل.

ج) انقل إلى دفترِ إجابتِك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، وكان ق(س^{٢} + ٤) = ١٢س ، س < ٠ ، فإن قيمة ق َ(٨) تساوي:

أ) −٤ ب) −٣ ج) −٦ د) −٢

٢) إذا كان هـ(س) = س × ق(س) وكان معدل التغير في الاقتران هـ في الفترة [−١ ، ٣] يساوي ٨ ، هـ(٣) = ٤ ، فإن قيمة ق(−١) تساوي:

أ) ٢٨ ب) ٣٢ ج) −٣٢ د) −٢٨

٣) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق(س) = $\frac{هـ(س)}{س^{٢} + ٢}$ ، ق(٢) = −١ ، ق َ(٢) = ٢ ، فإن قيمة هـ َ(٢) تساوي:

أ) −٢ ب) −١٠ ج) ١٦ د) ٨

السـؤال الخامس: (٣٣ علامة)

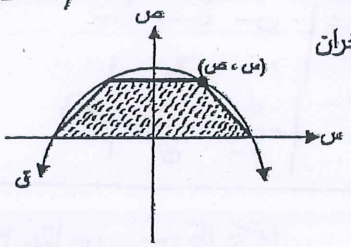
أ) دائرتان متحدتان في المركز طولا نصفي قطريهما ٤ سم، ٢٥ سم، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٥ سم/د، وفي اللحظة نفسها أخذت الدائرة الكبرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٢ سم/د، جد معدل التغير في المساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظة التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي ٩ أمثال مساحة الدائرة الصغرى. (١٢ علامة)

يتبع الصفحة الرابعة ....

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) جد أكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف يمكن رسمه فوق محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ١٦ − س^{٢} ،
(انظر الشكل التوضيحي المجاور) (١٢ علامة)



ج) انقل إلى دفترِ إجابتِك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) قُذف جسم رأسيًا للأعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بالأمتار بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالعلاقة ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن^{٢}، ما أقصى ارتفاع بالأمتار يصل إليه الجسم؟

أ) ٣٥ ب) ٣٠ ج) ١٢٠ د) ٨٠

٢) إذا كان ص=ع^{٢} ، ع = (س −١)^{٢} ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٢ تساوي:

أ) ٢ ب) −٤ ج) ٤ د) −٢

٣) إذا كان ق(س) = جا س − جتا س ، س ∈ [$\frac{\pi}{٤}$ ، π] ، فإن لمنحنى الاقتران ق نقطة انعطاف عند س تساوي:

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٥}$ د) $\frac{\pi}{٣}$

(انتهت الأسئلة)

Scanned by CamScanner

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

١ س

(أ) ① $\lim_{س \to ١} \frac{(س-١)(س^٢+٥س-٣)}{س(س-١)(٤س-٩)} = \frac{-٣}{٥}$

	$س^٣$	$س^٢$	س	عدد
	١	٤	-٨	٣
①	١	٥	-٣	-٣
	١	٥	-٣	٠

② $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ - ٣ جتاس - س ظاس}{س جا٥س}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{٣(١ - جتاس) - س ظاس}{س جا٥س}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{٣ \times ٢ جا^٢\frac{س}{٢} - س ظاس}{س جا٥س}$

$\lim_{س \to ٠} ٦ جا^٢\frac{س}{٢} - \lim_{س \to ٠} \frac{س ظاس}{س^٢}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{س جا٥س}{س^٢}$

$\frac{٦ \times \frac{١}{٤} - ٢}{٥} = \frac{-١}{١٠}$

$جا^٢\frac{س}{٢} = \frac{١ - جتاس}{٢}$

(ب) ① $\lim_{س \to ٤^+} ه(س) = ٣$

② $\lim_{س \to ٤^+} س + \lim_{س \to ٤^+} ه(س) = (٢+٣)^٢ = ٢٥$

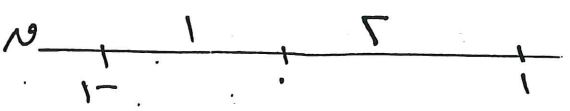
(ج) ① $\lim_{س \to ١^-} (١-٣س) = -٢$

② $\lim_{س \to ١^-} ه(س) = ه(-١) = ٢$ ، $\lim_{س \to ١^-} ل(س) = ٣$

$\lim_{س \to ١^-} ه(س) \times (\lim_{س \to ١^-} ل(س))^٢ = ٢ \times ٩ = ١٨$

٢ س

(أ) إعادة تعريف ه(س)



$ل(س) = ه(س) \times هـ(س) = \begin{cases} \frac{(س-١)^٢}{س+٣} & ، -١ \le س < ٠ \\ \frac{٢(س-١)^٢}{س+٣} & ، ٠ \le س < ١ \\ ٠ & ، س = ١ \end{cases}$

القواعد:

$\frac{(س-١)^٢}{س+٣}$ متصلة على $(-١، ٠]$ فقط متصلة كثيرة حدود

$\frac{٢(س-١)^٢}{س+٣}$ متصلة على $[٠، ١)$ فقط متصلة كثيرة حدود

نقاط:

تحوّل: $س = ٠$ $ه(٠) = \frac{٢}{٣}$

$\lim_{س \to ٠^+} \frac{٢(س-١)^٢}{س+٣} = \frac{٢}{٣}$

$\lim_{س \to ٠^-} \frac{(س-١)^٢}{س+٣} = \frac{١}{٣}$

$\therefore$ ه(س) غير موجودة $\lim_{س \to ٠}$

$\therefore$ ه غير متصل عند $س = ٠$

أطراف: عند $س = -١^+$

$ه(-١) = \frac{٤}{٢} = ٢$ ، $\lim_{س \to -١^+} \frac{(س-١)^٢}{س+٣} = ٢$

$ه(-١) = \lim_{س \to -١^+} ه(س)$ $\therefore$ ه متصل عند -١^+

عند $س = ١^-$

$ه(١) = ٠$ ، $\lim_{س \to ١^-} \frac{٢(س-١)^٢}{س+٣} = ٠$

$ه(١) = \lim_{س \to ١^-} ه(س)$ $\therefore$ ه متصل عند ١^-

$\therefore$ ه متصل على $[-١، ١] - \{٠\}$

(ب) ① $قـ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$

$\lim_{ع \to س} \frac{\frac{٢ع}{٣ع+١} - \frac{٢س}{٣س+١}}{ع - س}$

$\lim_{ع \to س} \frac{٦س ع + ٢ع - ٦س ع - ٢س}{(٣ع+١)(٣س+١)(ع-س)}$

$\lim_{ع \to س} \frac{٢(ع-س)}{(٣ع+١)(٣س+١)(ع-س)} = \frac{٢}{(٣س+١)^٢}$

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

(ب) ١) إشارة ق: $-$ عند $\frac{1}{2}$ ، $+$ عند $\frac{3}{4}$

ق متصل على $(-\infty, \frac{1}{2}]$ (م)

٢) $\text{ع} = \frac{\text{ف}(\text{م}) - \text{ف}(1)}{\text{م} - 1} = 11$

$\frac{\text{م}^2 + 7\text{م} - 8}{\text{م} - 1} = 11$

$\frac{(\text{م}-1)(\text{م}+8)}{\text{م}-1} = 11 \leftarrow \text{م} = 3$ (ب)

٣) $\text{ق}(\text{س}) = 3\text{س} - (2\text{س} - 1) = \text{س} + 1$

(ج) $\text{ق}(\text{س}) = 1$ $\therefore$ $\text{ق}(1) = 1$

(ب) $\text{ص} = \text{ق}\text{ا}\text{ص}$

$\text{ص}' = \text{ق}\text{ا}\text{ص}$

$\text{ص}'' = \text{ق}\text{ا}\text{ص}\ \text{ظا}\text{ص} \times \text{ص}'$

$\text{ص}'' = \text{ق}\text{ا}\text{ص}\ \text{ظا}\text{ص} \times \text{ق}\text{ا}\text{ص} = \text{ق}^3\text{ا}\text{ص}\ \text{ظا}\text{ص}$

$\therefore$ الطرف الأيسر :

$\text{ص}'' - \text{س}(\text{ص}')^3 = \text{ق}^3\text{ا}\text{ص}\ \text{ظا}\text{ص} - \text{س} \times \text{ق}^3\text{ا}\text{ص}$

$= \text{ق}^3\text{ا}\text{ص}\ \text{ظا}\text{ص} - \text{ظا}\text{ص} \times \text{ق}^3\text{ا}\text{ص}$

$= \text{ق}^3\text{ا}\text{ص}\ \text{ظا}\text{ص} - \text{ظا}\text{ص}\ \text{ق}^3\text{ا}\text{ص} = 0$ #

(ج) ١) نهـا $\frac{\text{ق}(0) - \text{ق}(3\text{هـ})}{2\text{هـ}} = \div$ لوبيتال

نهـا $\frac{-\text{ق}'(3\text{هـ}) \times 3}{2}$ $\times$ ق(0)

$= \frac{-3}{2} \times 4 = -6$ (ج)

٢) $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} \times \frac{\text{د ن}}{\text{د س}} = -\text{جا ن} \times \frac{1}{\text{جتا ن}} = -\text{ظا ن}$

(م) $\left|\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}\right|_{\text{ف}=\pi} = -\text{ظا}\,\pi = 0$

٣) هـ $(\text{ق}(\frac{\pi}{4}))$ $\times$ ق$(\frac{\pi}{4})$ $= -20$

هـ$(1) \times 2 = -20$

$\boxed{\text{هـ}(\text{س}) = 2\text{س}}$

$2 \times 2 = -20 \leftarrow \text{م} = -5$ (د)

(ب) ١) نهـا $(-2\text{م}\text{س} + \text{ب}\text{س} - 4) = $ نهـا $(\text{م}\text{س}^2 + \text{ب}\text{س} - 3)$

$-2\text{م} + \text{ب} - 4 = 4\text{م} + \text{ب} - 3$

$-6\text{م} = 1$

$\text{م} = -\frac{1}{6}$

$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} 2\text{م}\text{س}^2 + 3\text{ب}\text{س} & \text{س} < 2 \\ -\text{م} + 4\text{ب}\text{س}^3 & \text{س} > 2 \end{cases}$

$\text{ق}(2) = \text{ق}(2)$

$-\text{م} + 32\text{ب} = 4\text{م} + 12\text{ب}$

$-5\text{م} = -20\text{ب} \leftarrow \text{م} = 4\text{ب}$ ②

$\frac{20\text{ب}}{5} = \frac{\text{م}}{5}$

عوض ② في ①

$24\text{ب} - 8\text{ب} = 2$

$16\text{ب} = 2 \leftarrow \text{ب} = \frac{1}{8}$

$\therefore \text{م} = \frac{1}{2}$

(ب) ١) $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^2 + 3\text{س} & \text{س} < 1 \\ \text{س} + 3 & \text{س} \geq 1 \end{cases}$

ق متصل عند $\text{س} = 1$

$\therefore$ ق قابل للاشتقاق عند $\text{س} = 1$

$\therefore$ ق متصل عند $\text{س} = 1$

$\therefore$ نهـا $\text{ق}(\text{س}) =$ نهـا $\text{ق}(\text{س})$

$\text{س} \to 1^+$ $\text{س} \to 1^-$

نهـا $\frac{\text{ق}(\text{س}) - \text{ق}(1)}{\text{س} - 1} =$ نهـا $\frac{\text{ق}(\text{س}) - \text{ق}(1)}{\text{س} - 1}$

$\text{س} \to 1^+$ $\text{س} \to 1^-$

نهـا $\frac{\text{م}\text{س}^2 + \text{ب}\text{س} - 4}{\text{س} - 1} =$ نهـا $\frac{\text{س}^2 + 3\text{س} - 4}{\text{س} - 1}$

$\text{س} \to 1^+$ $\text{س} \to 1^-$

$\text{م} + \text{ب} - 4 = 4$

$\text{م} + \text{ب} = 8$ ①

$\text{ق}'(\text{س}) = \begin{cases} 2\text{م}\text{س} + \text{ب} & \text{س} < 1 \\ 2\text{س} + 3 & \text{س} > 1 \end{cases}$

$\text{ق}'(1) = \text{ق}'(1)$

$2\text{م} + \text{ب} = 5$ ②

② $-$ ①

$\text{م} = -3$

$-3 + \text{ب} = 8$

$\text{ب} = 11$

(ب) $\text{ص} = \text{ق}(0) = 0 + 0 + \frac{4}{-1} = -4$

$\therefore$ النقطة $(0, -4)$

$\text{ق}(\text{س}) = \text{ق}\text{ا}\text{س} + \frac{-2}{(\text{س}-1)^2}$

$\text{م}_{\text{ق}} = \text{ق}'(0) = 1 - 2 = -1$

$\text{م}_{\text{ع}} = 1$

معادلة المماس : $\text{ص} + 4 = -1(\text{س} - 0)$

عمودي : $\text{ص} + 4 = 1(\text{س} - 0)$

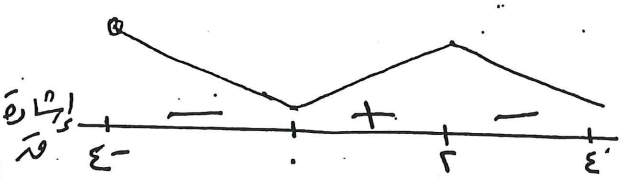
JOC
Omar Aljabr Jordan
www.omaraljabr.com

(ب) $ق(س) = ٦س - ٣س^{٢}$

$ق$ متصل على $[-٤، ٤]$ وقابل للاشتقاق على $(-٤، ٤)$

$٦س - ٣س^{٢} = ٠$

$٣س(٢ - س) = ٠ \leftarrow س = ٠ ، ٧ س = ٢$



١) تزايد $[٠، ٢]$

تناقص $[-٤، ٠]$ ، $[٢، ٤]$

٢) صغرى محلية عند $س = ٠$

والقيمة $= ٠$

صغرى مطلقة عند $س = ٤$

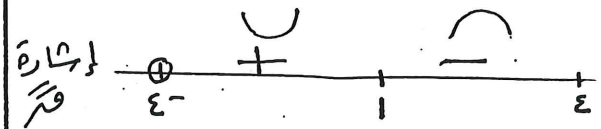
والقيمة $= -١٦$

عظمى محلية عند $س = ٢$

والقيمة $= ٤$

$ق'(س) = ٦ - ٦س$

$٦ - ٦س = ٠ \leftarrow س = ١$



٣) مقعر للأسفل $[١٤١]$

(جـ) ١) $ق(س^{٢} + ٤) \times ٢س = ١٢$

$س^{٢} + ٤ = ٨$	$ق(٨) \times ٤ = ١٢$
$س^{٢} = ٤$	$ق(٨) = ٣$ (ب)
$س = -٢$	

٢) $\frac{ص}{س} = \frac{هـ(٣) - هـ(-١)}{٤} = ٨$

$٤ + ٥ق(-١) = ٣٢$

$٥ق(-١) = ٢٨$ (ج)

(٩٨)

(ب) $هـ(س) = (س^{٢} + ٤) \times ق(س)$

$هـ'(س) = (س^{٢} + ٤) \times ق'(س) + ق(س) \times ٢س$

$هـ'(٢) = ١٢ + ٤ - = ٨$ (د)

(ب) $ص = نصف صغرى = ٤ + ٥ن$ ، $س = نصف كبرى = ٢٥ + ٢ن$

$م = \pi(٢٥ + ٢ن)^{٢} - \pi(٤ + ٥ن)^{٢}$

$\frac{دم}{دن} = ٢(٢٥ + ٢ن)(٢) \pi - ٢(٤ + ٥ن)(٥) \pi$

نجد $(ن)$

خذ $\sqrt{}$ للطرفين

$٢٥ + ٢ن = ٣(٤ + ٥ن)$

$١٣ن = ١٣ \leftarrow ن = ١$

$\left| \frac{دم}{دن} \right|_{ن=١} = ١٠٨\pi - ٩٠\pi = ١٨\pi$

(ب) $م = \frac{١}{٢}(س + ٨)(ص)$

$م = (س + ٤)(١٦ - س^{٢})$

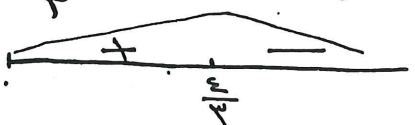
$م = ١٦س - س^{٣} + ١٦ - ٤س^{٢}$

$م' = ١٦ - ٣س^{٢} - ٨س$

$-٣س^{٢} - ٨س + ١٦ = ٠ \leftarrow ٣س^{٢} + ٨س - ١٦ = ٠$

$(س + ٤)(٣س - ٤) = ٠$

$س = -٤ ، ٧ س = \frac{٤}{٣}$



عظمى عند $س = \frac{٤}{٣}$ $\therefore م = \frac{١٦}{٣} \times \frac{١٢٨}{٩} = \frac{٢٠٤٨}{٢٧}$

(جـ) ١) $ف = ٤ - ١٨ن = ٠ \leftarrow ن = ٤$

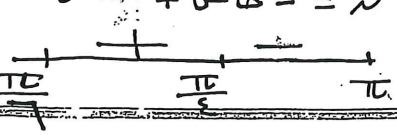
$ف(٤) = ١٦٠ - ٨٠ = ٨٠$ (د)

٢) $\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس} = ٤ع \times ٢(س - ١)$

$\frac{دص}{دس} = ٤ \times ١ \times ٤ = ١٦$ (هـ)

٣) $ق = جتا س + جا س$

$ق' = -جا س + جتا س = ٠ \leftarrow س = \frac{\pi}{٤}$ (ب)



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الورقة الأولى / ف١ — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ — د س
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) / خطة (٢٠١٩) — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٩/٦/١١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٤٢ علامة)

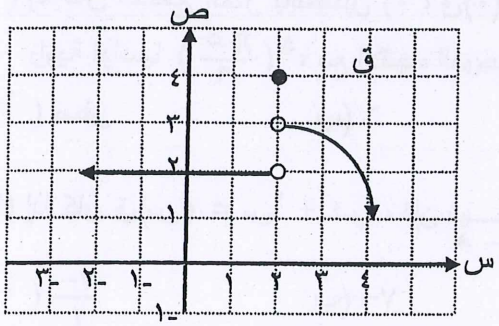
أ) جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{٢ - س}$ (١٥ علامة)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س - جا ٢س}{س^٣}$ (١٥ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، فإن



$\lim_{س \to ٢}$ (س × ق(س))^٢ تساوي:

أ) ١٦ — ب) ٨
ج) ٦٤ — د) غير موجودة

٢) إذا كان ق(س) = [٠,٥ س]، فإن قيم الثابت جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) = −١ هي:

أ) (−٢ ، ٠] — ب) [−٢ ، ٠) — ج) (−٢ ، ٠) — د) [−٢ ، ٠]

٣) إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ + ٥س + ١}{س^٢ + ٦س + ٣ك}$ ، ما قيم الثابت ك التي تجعل الاقتران ق متصلًا على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

أ) (−∞ ، −٣) — ب) (٣ ، ∞) — ج) (−٣ ، ٣) — د) (−∞ ، ٣)

٤) إذا كان ق(س) اقتران كثير حدود يمر بالنقطة (١ ، ٢)، فإن $\lim_{س \to ١}$ (٨ − ق^٢(س)) تساوي:

أ) ٨ — ب) صفر — ج) ٤ — د) ٥

يتبع الصفحة الثانية ،،،،

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (٤٣ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|\,[س] - ٢س\,|}{٨س^{٢} - ٢} & ، \quad س > ٢ \\ \frac{١}{١٠} & ، \quad س = ٢ \\ \frac{جا\,(٢س - ٤)}{٢٠(س - ٢)} & ، \quad س < ٢ \end{cases}$ ،

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢ (١٦ علامة)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٣}}{٢س - ١}$ ، س ≠ $\frac{١}{٢}$ ، فجد ق َ(س) باستخدام تعريف المشتقة. (١٥ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٢ & ، \quad س \leq ١ \\ ١ + ٢س & ، \quad س > ١ \end{cases}$ ، فإن قيمة ق َ(١) تساوي:

أ) ٢ ب) -٢ ج) -١ د) غير موجودة

٢) إذا كان القاطع المار بالنقطتين (٠ ، ق(٠)) ، (-٣ ، $\sqrt{٣}$) الواقعتين على منحنى الاقتران ق يصنع زاوية قياسها ($\frac{٥\pi}{٦}$)°، مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن ق(٠) تساوي:

أ) صفر ب) ٦ ج) -٦ د) $٢\sqrt{٣}$

٣) إذا كان ق(س) = س^{٢} + ٤س ، فإن نهـــا $_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(٠) - ق(٧هـ)}{٤هـ}$ تساوي:

أ) $\frac{-٧}{٤}$ ب) -٧ ج) $\frac{٧}{٤}$ د) ٧

٤) إذا كان ق(س) = | ٨ - ٦س | ، فإن قيمة ق َ(٥) تساوي:

أ) ٦ ب) -٦ ج) صفر د) غير موجودة

السـؤال الثالث: (٢٨ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٣} + ب\,س & ، \quad س < -١ \\ أس^{٢} + ٩ ب\,س - ١٢ & ، \quad س \leq -١ \end{cases}$ ،

ق قابلًا للاشتقاق عند س = -١ ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (١٦ علامة)

يتبع الصفحة الثالثة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ق(س) = ٢ − س^{٣} ، فإن $\frac{د}{د س}$ (ق(س) × قَ(س)) عند س = ١ تساوي:

أ) ٦ ب) −٥ ج) ٣ د) ١٥

٢) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق(س) = $\frac{هـ(س)}{س^{٢}+١}$ ، ق(١) = $\frac{١}{٢}$ ، قَ(١) = ٠ ، فإن قيمة هـَ(١) تساوي:

أ) −١ ب) صفر ج) ٢ د) ١

٣) إذا كان ص = $\frac{١}{قا٢س}$ ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ عند س = $\frac{\pi}{٢}$ تساوي:

أ) ٤ ب) صفر ج) −٤ د) −٨

٤) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق عندما تتغير س من س إلى (س + هـ) يساوي
(٢ س هـ + هـ^{٢} −٣هـ)، حيث هـ عدد حقيقي يقترب من الصفر، فإن قيمة قَ(٣) تساوي:

أ) ٦ ب) ٣ ج) ٩ د) صفر

السؤال الرابع: (٤٥ علامة)

أ) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة: ٢ص^{٢} + ٢س^{٢} − ٤س + ١٢ص + ٤ = ٠ ، عند النقطة (٣ ، −١) مع الإتجاه الموجب لمحور السينات، ثم جد معادلة هذا المماس. (١٥ علامة)

ب) إذا كان ق(س) = ٤س^{٢} − $\frac{١}{٢}$ س^{٤} ، س ∈ [−٣ ، ٣] فجد كلًّا ممّا يأتي: (١٨ علامة)

١) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.
٢) القيم القصوى للاقتران ق مبينًا نوعها.
٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعرًا للأعلى.
٤) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وجدت).

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٢} + ٧ن ، حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، فإذا كانت السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [١ ، م] تساوي ١٠م/ث، فما قيمة الثابت م؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٢ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ٣

٢) إذا كان ق(س) = جا س جتا س ، فإن قيمة قَ($\frac{\pi}{٢}$) تساوي:

أ) ٢ ب) ١ ج) صفر د) −١

٣) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ ، وكان (ق ٥ هـ)َ(١) = ٤ ، هـ(١) = ٢ ، فإن قيمة هـَ(١) تساوي:

أ) ٨ ب) ١٦ ج) −١٦ د) − $\frac{١}{٤}$

٤) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، وكان ق(س^{٣} − ٤) = ٦س^{٢} + ١ ، فإن قيمة قَ(٤) تساوي:

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

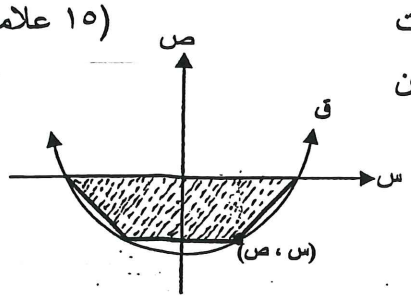
يتبع الصفحة الرابعة ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٤٢ علامة)

أ) دائرتان متحدتان في المركز طولا نصفي قطريهما ٧ سم، ٢٤ سم، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٣ سم/د، وفي اللحظة نفسها أخذت الدائرة الكبرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ١ سم/د، جد معدل التغير في المساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظة التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي ٤ أمثال مساحة الدائرة الصغرى.
(١٥ علامة)

ب) جد أكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف يمكن رسمه تحت محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} − ٩ ،
(انظر الشكل التوضيحي المجاور) (١٥ علامة)



ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (١٢ علامة)

١) إذا كان ص = ل^{٢} ، ل = (س + ١)^{٢} ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = ١ تساوي:

أ) ١٦ ب) ٨ ج) ٣٢ د) ٦٤

٢) إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ٣٢ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (٤ ، −٤) تساوي:

أ) ١ ب) −١ ج) ٢ د) −٢

٣) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ع(ن) = ٣ $\sqrt{ف(ن)}$ ، ف(ن) > ٠ ، حيث ع: السرعة ، ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، فإن تسارع الجسيم يساوي:

أ) ٣ م/ث^{٢} ب) ٤,٥ م/ث^{٢} ج) ١,٥ م/ث^{٢} د) ٢ م/ث^{٢}

٤) إذا كان ق(س) = ٨ + ٢س − س^{٢} ، س ∈ ح، فإن لمنحنى الاقتران ق مماسًا أفقيًا عند النقطة:

أ) (١ ، ١٠) ب) (−٢ ، ٠) ج) (−٢ ، ٨) د) (١ ، ٩)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س٥ م) الناتج (ب)

١) $\lim_{س\to ٢} \frac{س^٣ - ١٤س - ٢س^٢}{س - ٢} \times \frac{س^٢ + س - ١٤ - ٢س}{س^٢ + س - ١٤ - ٢س}$

$\lim_{س\to ٢} \frac{س^٣ - س^٢ - ١٤س + ٢س^٢}{٢ - س} \times \frac{١}{س^٢ + س - ١٤ - ٢س}$

$\lim_{س\to ٢} \frac{س^٣ + س^٢ - ١٤س}{٢ - س} \times \lim_{س\to ٢} \frac{١}{س^٣ + س^٢ - ١٤س + ٧ - ٢س}$

$\lim_{س\to ٢} \frac{س(س^٢ + س - ١٤)}{٢ - س} \times \frac{١}{٦٢}$ (بتحليل المقدار التربيعي)

$\lim_{س\to ٢} \frac{س(س + ٤)(س - ٢)}{-(س - ٢)} \times \frac{١}{٦٢} = \frac{-١٩}{٦٢}$ (بتحليل المقدار التربيعي)

الناتج (ب)

٢) $\lim_{س\to ٠} \frac{\frac{جتا٢س}{جا٢س} - \frac{جا٢س}{١}}{س^٣}$

$\lim_{س\to ٠} \frac{جا٢س - جا٢س جتا٢س}{(جتا٢س)(س^٣)}$

$\lim_{س\to ٠} \frac{جا٢س(١ - جتا٢س)}{جتا٢س \times س^٣}$ لاتختصر خطوات

$\lim_{س\to ٠} \frac{جا٢س}{س} \times \lim_{س\to ٠} \frac{١}{جتا٢س} \times \lim_{س\to ٠} \frac{١ - جتا٢س}{س^٢} \times \frac{١ + جتا٢س}{١ + جتا٢س}$

$= ١ \times ١ \times \left(\lim_{س\to ٠} \frac{جا٢س}{س}\right)^٢ \times \frac{١}{٢} = ٤$

ب) قـ(س) = $\lim_{ع\to س}$ قـ(ع) - قـ(س) / ع - س

$= \lim_{ع\to س} \frac{\frac{٣س}{٢س - ١} - \frac{٣ع}{٢ع - ١}}{ع - س}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{٦ع س - ٣ع - ٦ع س + ٣س}{(ع - س)(٢ع - ١)(٢س - ١)}$

$= \lim_{ع\to س} \frac{-٣(ع - س)}{(ع - س)(٢ع - ١)(٢س - ١)} = \frac{-٣}{(٢س - ١)^٢}$

ج)

الرقم	١	٢	٣	٤
الرمز	ك	م	ب	م

س٣ م) قـ قابل للاشتقاق عند س = -١ ⇐ متصل

قـ(-١) = $\lim_{س\to -١^+}$ قـ(س) = $\lim_{س\to -١^-}$ قـ(س)

قـ(-١) = $\lim_{س\to -١^-}$ قـ(س)

م - ٩ب - ١٢ = $\lim_{س\to -١^-}$ (م س^٣ + ب س)

م - ٩ب - ١٢ = -م - ب

٢م - ٨ب = ١٢ ← ①

قـ قابل للاشتقاق عند س = -١

∴ قَـ(-١) = قَـ(-١)

-٢م + ٩ب = ٣م + ب

-٥م + ٨ب = صفر ← ②

بجمع ① + ② ⇐ -٥م + ٨ب = صفر

٢م - ٨ب = ١٢

-٣م = ١٢

م = -٤ ⇐ -٣م = ١٢

م - ٤ب = ٦ ⇐ -٤ - ٤ب = ٦ ⇐ ب = -١٠/٤

ب)

الرقم	١	٢	٣	٤
الرمز	ج	ك	م	ب

س٤ م) قـ(٢) = ١/١٠

$\lim_{س\to ٢^+}$ قـ(س) = $\lim_{س\to ٢^+} \frac{ح\,ا(٢س - ٤)}{س - ٢}$

ص = س - ٢ ⇐ س → ٢^+ ⇐ ص → ٠^+

$\lim_{ص\to ٠^+} \frac{ح\,ا٢ص}{ص} \times ٢٠$

$= \frac{١}{١٠}$

$\lim_{س\to ٢^-}$ قـ(س) = $\lim_{س\to ٢^-} \frac{|١ - ٢س|}{٨ - س^٢}$ = $\lim_{س\to ٢^-} \frac{٢س - ١}{٣(٤ - س^٢)}$

$\lim_{س\to ٢^-} \frac{٢س - ١}{٣(٢ - س)(٢ + س)} = \frac{١}{١٠}$

⇐ $\lim_{س\to ٢^+}$ قـ(س) = $\lim_{س\to ٢^-}$ قـ(س) = قـ(٢) = ١/١٠

∴ قـ(س) متصل عند س = ٢

(١٠٣)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س٤ م) $2ص^3 + 2س^3 - 4س + 12ص + 4 = 0$

$ص^2 + س^2 - 2س + 6ص + 2 = 0$

$2ص \frac{دص}{دس} + 2س - 2 + 6 \frac{دص}{دس} = 0$ | عوّض (٣،-١) تماس

$-2 \frac{دص}{دس} + 6 - 2 + 6 \frac{دص}{دس} = 0$

$4 \frac{دص}{دس} = -4 \Leftarrow \frac{دص}{دس} = -1$

ميل المماس = المشتقة عند التماس

ظاهـ = $-1 \Leftarrow هـ = 135°$

معادلة المماس : $ص + 1 = -1(س - 3)$

$ص = 2 - س$

س٥ م)

$\frac{دس}{دن} = 3$ ، $\frac{دص}{دن} = 1$

$م = 4ص^2 - 4س^2$

$\frac{دم}{دن} = 8ص \frac{دص}{دن} - 8س \frac{دس}{دن}$

$\frac{دم}{دن} = 8 \times 1 \times 26 - 8 \times 13 \times 3$

$\frac{دم}{دن} = 208 - 312$

$\frac{دم}{دن} = -104$ سم٢

لكنه $(2ن+4)^2 = 4(7+3ن)^2$

حيث (٧ ، ٢)

$2ن+4 = 2(7+3ن)$

$24 - 14 = 5ن$

$ن = 2$

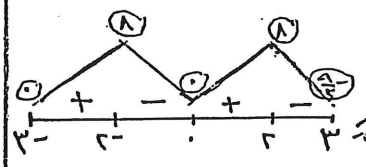
$س = 13$ ، $ص = 26$

ب) $ق(س) = 8س - 2س^3$

$8س - 2س^3 = 0$

$2س(4 - س^2) = 0$

$س = 0$ ، $س = 2$ ، $س = -2$



١) ق متزايدة $(-3، -2]$ ، $[0، 2]$

ق متناقصة $[-2، 0]$ ، $[2، 3]$

٢) عظمى محلية وطلقة عند $س = -2 \Leftarrow ق(-2) = 8$

عظمى محلية وطلقة عند $س = 2 \Leftarrow ق(2) = 8$

صغرى محلية عند $س = 0 \Leftarrow ق(0) = 0$

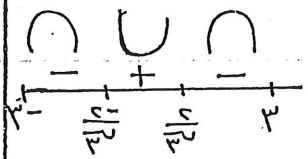
صغرى وطلقة عند $س = 3 \Leftarrow ق(3) = -54$

$ق'(س) = 8 - 6س^2$

$2(4 - 3س^2) = 0$

$س^2 = \frac{4}{3}$

$س = \frac{2}{\sqrt{3}}$ ، $س = -\frac{2}{\sqrt{3}}$



٣) مقعر للأعلى $[-\frac{2}{\sqrt{3}}، \frac{2}{\sqrt{3}}]$

٤) انعطاف $(-\frac{2}{\sqrt{3}}، ق(-\frac{2}{\sqrt{3}}))$ ، $(\frac{2}{\sqrt{3}}، ق(\frac{2}{\sqrt{3}}))$

ب) لإيجاد قاعدة شبه المنحرف الثابتة

$س^2 - 9 = 0 \Leftarrow س = 3$ ، $س = -3$

البعد الأفقي $= 3 - (-3) = 6$

م شبه المنحرف $= \frac{1}{2}$ (مجموع القاعدتين) × الارتفاع

م $= \frac{1}{2}(6 + 2س) \times 4$ | ع = ص - ٠ = $9 - س^2$

م $= (3 + س)(9 - س^2)$

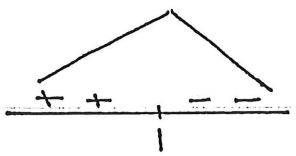
$م = 27 - 3س^2 + 9س - س^3$

$م' = -6س + 9 - 3س^2 \Leftarrow$ نقسم على -3

$س^2 + 2س - 3 = 0$

$(س + 3)(س - 1) = 0$

$س = -3$ مرفوض ، $س = 1$



إشارة $ق'$ ، عظمى عند $س = 1$

المطلوب: المساحة $= (3 + (1)) \times (9 - (1)^2)$

$= 4 \times 8 = 32$ م٢

ج)

الرقم	١	٢	٣	٤
الرمز	ب	ك	جـ	ب

ج)

الرقم	١	٢	٣	٤
الرمز	جـ	م	ب	ك