بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ / الدورة الشتوية

وثيقة محمية
((محدود))

د س

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني)

مدة الامتحان : ٠٠ : ٢
اليوم والتاريخ : السبت ٢٠٠٨/١/١٢

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول : (١٦ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل منها أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) نهـــا $\lim_{س \to 0}$ $\frac{٦ س^{٤} + ١٨ س^{٢}}{٢ س^{٢} - ٣ س^{٣}}$ =

أ) -٦ ب) -٢ ج) ٣ د) ٩

٢) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٣ & ، \ س = ١ \\ [س] + ٥ & ، \ ١ < س < ٢ \\ ٤ & ، \ س = ٢ \end{cases}$

فإن ق متصل على الفترة :

أ) [١ ، ٢] ب) (١ ، ٢) ج) [١ ، ٢) د) (١ ، ٢]

٣) إذا كان هـ (س) = $\frac{[٢ س + ١]}{ل (س)}$ ، هـ $(\frac{١}{٣})$ = ٢ ، هـَ $(\frac{١}{٣})$ = -١ ، فجد قيمة لَ $(\frac{١}{٣})$.

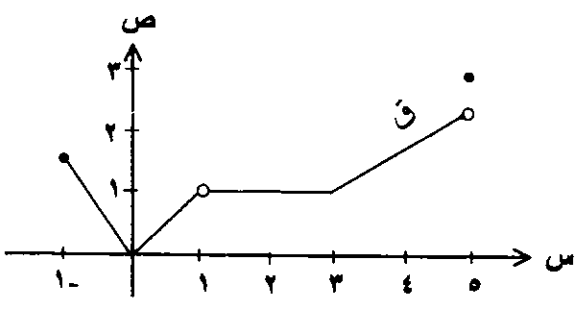
أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $-\frac{١}{٤}$ ج) $-\frac{١}{٩}$ د) $\frac{١}{٩}$

٤) إذا كان ق (س) = $(٢ س + ١)^{٣}$ ، فإن قَّ (-١) =

أ) -٢٤ ب) ٦ ج) -١٢ د) -٦

٥) يمثّل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق على مجاله.

ما مجموعة قيم س التي يكون للاقتران ق عندها نقطاً حرجة ؟



أ) $\{-١ ، ٠ ، ١ ، ٣ ، ٥\}$

ب) $\{-١ ، ٠ ، ٥\} \cup [١ ، ٣]$

ج) $\{-١ ، ٠ ، ٥\} \cup (١ ، ٣]$

د) $\{-١ ، ٥\} \cup (١ ، ٣]$

يتبع الصفحة الثانية ...

٦) جـد معدل تغير مساحة المربع بالنسبة إلى محيطه عندما يكون محيطه (٢٤) سم .

أ) ٣ سم^{٢}/سم ب) ٤ سم^{٢}/سم ج) ٦ سم^{٢}/سم د) ١٢ سم^{٢}/سم

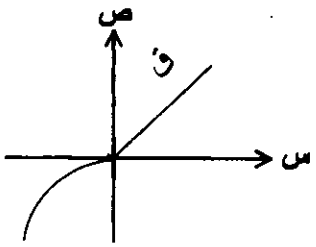
٧) إذا كان (م ٥ ل) (س) = س ، وكان م ، ل قابلين للاشتقاق حيث م$'$(س) = $\frac{١}{س}$ ، س ≠ ٠

فإن ل$'$(س) =

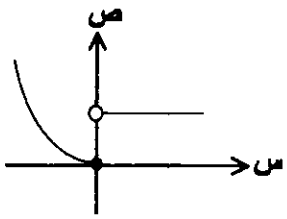
أ) م (س) ب) ١ ج) س د) ل (س)

٨) إذا مثّل الرسم المجاور منحنى الاقتران ق ،

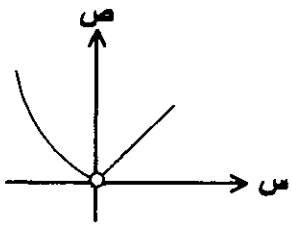
فإن الشكل التقريبي لمنحنى ق$'$ هو :



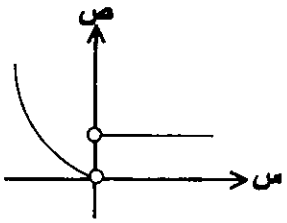
أ)



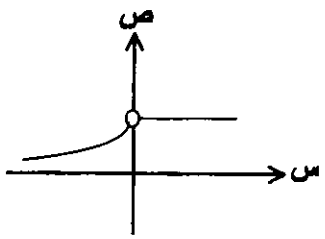
ب)



ج)



د)



السـؤال الثاني : (١٧ علامة)

أ) جـد قيمة كل مما يأتي :

١) نهـا$_{س \to \infty}$ ($\frac{س^{٤}}{٣ - س^{٢}}$ - $\frac{س^{٥}}{١ - س^{٣}}$) . (٥ علامات)

٢) نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{١ + جتا ٤ س - ٢ جتا^{٢} س}{س^{٢}}$. (٥ علامات)

ب) إذا كانت نهـا$_{س \to ١}$ $\frac{أ س^{٢} + ٢ ب س + ٢}{س - ١}$ = ١ ،

فجـد قيمة كل من أ ، ب . (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال الثالث : (٢٣ علامة)

أ) ليكن ق (س) = $\begin{cases} س^{٣} & ، \ س < ١ \\ ٢ س \sqrt{س} - ١ & ، \ س \geq ١ \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران ق لجميع قيم س الحقيقية. (٧ علامات)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) إذا كان ق قابلاً للاشتقاق لجميع قيم س ، وكان د (س) = س^{٢} × ق (س) ،
فجـــد د$'$ (س) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ج) إذا كان جـا ص = ظـا س ، فأثبت أن :

ظـا ص = $\frac{ص''}{٢ قـا^{٢} س + (ص')^{٢}}$. (٩ علامات)

السـؤال الرابع : (١٧ علامة)

أ) إذا كان س^{٤} + ٢ س^{٢} ص^{٢} = ٩ ، فجـد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (١ ، ٢) . (٥ علامات)

ب) من نقطة على عمق (٥٥) متراً عن سطح الأرض قذف جسيم رأسياً إلى أعلى بحيث أن المسافة المقطوعة بالأمتار بعد ن ثانية من قذف الجسيم تعطى بالعلاقة ف (ن) = ٦٠ ن – ٥ ن^{٢}
جـد سرعة الجسيم لحظة وصوله مستوى سطح الأرض. (٥ علامات)

ج) جـد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = س^{٢} + ٣ ، إذا كان العمودي علـى هـذا المماس يمر بالنقطة (٠ ، $\frac{٩}{٢}$) . (٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٢ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = –٢ س^{٣} – ٣ س^{٢} + ٣٦ س + ١٠
فجـد القيم القصوى المحلية للاقتران ق وبيّن نوعها. (٧ علامات)

ب) ليكن ق (س) = ٤ – س + جـا س ، س ∋ [– π ، π]
جـد الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متناقصاً. (٥ علامات)

يتبع الصفحة الرابعة ...

السـؤال السادس : (١٥ علامة)

أ) يراد طباعة إعلان على ورقة مستطيلة الشكل بحيث يكون عرض كل من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها (٣) سم، وفي كل من الجانبين (٢) سم. إذا كانت مساحة المنطقة المطبوعة تساوي (١٥٠) سم^{٢}، فجد أبعاد الورقة التي مساحتها أصغر ما يمكن ، ويمكن استعمالها لطباعة الإعلان. (٧ علامات)

ب) انطلق شخص من النقطة (أ) متجهاً شمالاً راكباً دراجة هوائية تسير بسرعة ٦ م/ث ، وبعد (٣٠) ثانية ومن النقطة (ب) الواقعة على بُعد (٣٠٠) متر شرق النقطة (أ) انطلق شخص ثانٍ متجهاً جنوباً راكباً دراجة هوائية تسير بسرعة (٥) م/ث .

جد معدل تغير المسافة بين الدراجتين بعد (٢٠) ثانية من انطلاق الدراجة الثانية. (٨ علامات)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ (الدورة الشتوية).

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات / ٣٣ — مدة الامتحان : د ٣ س ٢

الفرع : العلمي والادارة المعلوماتية (المسار الثاني) — التاريخ : ٢٠٠٨/١/١٣

Omar Aljabr الجبر
www.jabr.com

الإجابة النموذجية :

	العلامة
السؤال الأول (١٦ علامة)	
رقم الفقرة: ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ — رمز الإجابة الصحيحة: ك ب ب ب جـ ا ك جـ	
لكل فقرة صحيحة كلا منها .	
السؤال الثاني (١٧ علامة)	
(أ) (١) $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{س^٤}{٣ - س^٢} - \frac{س^٥}{١ - س^٣} \right)$	
(٥ علامات) $= \lim_{س \to \infty} \frac{س^٤(١ - س^٢) - س^٥(٣ - س^٢)}{(٣ - س^٢)(١ - س^٣)}$	١
$= \lim_{س \to \infty} \frac{س^٤ - س^٧ - ٣س^٥ + س^٧}{٣ - ٣س^٣ - س^٢ + س^٥}$	١
$= \lim_{س \to \infty} \frac{س^٤ - ٣س^٥}{-٣س^٥ - س^٢ + س^٥}$	١
$= \lim_{س \to \infty} \frac{-٣س^٥}{س^٥}$	١
$= -٣$	١
(٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ + \text{جتا}٤س - ٢\text{جتا}^٢س}{س^٢}$	
(٥ علامات) $= \lim_{س \to ٠} \frac{٢\text{جتا}^٢(٢س) - ٢\text{جتا}^٢س}{س^٢}$	١
$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢(١ - \text{جا}^٢(٢س)) - ٢(١ - \text{جا}^٢س)}{س^٢}$	١
$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢ - ٢\text{جا}^٢(٢س) - ٢ + ٢\text{جا}^٢س}{س^٢}$	١
$= \lim_{س \to ٠} \frac{-٢\text{جا}^٢(٢س)}{س^٢} + \lim_{س \to ٠} \frac{٢\text{جا}^٢س}{س^٢}$	١
$= -٢ \times ٤ + ١ \times ٢$	١
$= -٦$	

تابع السؤال الثاني

	العلامة
ب) $\lim_{س \to ١} \frac{أ س^{٤} + ب س^{٣} + ج س^{٢} + ٢ س - ٣}{س - ١} = \lim_{س \to ١} (أ س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣)$	١
$= \lim_{س \to ١} \frac{أ س^{٤} + ب س^{٣} + ج س^{٢} + ٢ س - ٣}{س - ١} \times \lim_{س \to ١} (س - ١)$ (بالاختصار)	١
$= ١ \times$ صفر $=$ صفراً	
إذاً $\lim_{س \to ١} (أ س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣) =$ صفراً	
أي أن $أ + ب + ج + ٣ =$ صفراً ... معادلة (١)	١
وبما أن المقدار $(أ س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣)$ على صورة قاعدة كثير حدود قيمته صفر عند تعويض $س = ١$ ، فإن $أ س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣$ يقبل القسمة على $(س - ١)$	
وباقي ناتج القسمة يساوي ١	
وباجراء القسمة الطويلة أو القسمة التركيبية نجد أن ناتج القسمة هو $أ س^{٢} + (أ + ب) س + (أ + ب + ج)$	١

١	$أ$	$ب$
$أ + ب$	$أ$	$أ + ب + ج$
$أ$	$أ + ب$	$أ + ب + ج$

إذاً $\lim_{س \to ١} (أ س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣) = ١$	١
أي أن $٣ أ + ٢ ب + ج = ١$ ... معادلة (٢)	١
وبطرح المعادلة (١) من المعادلة (٢) ينتج أن :	
$أ = ٣$	١
وبالتعويض في أي من المعادلتين (١) ، (٢)	
ينتج أن $ب = -\frac{٥}{٢}$	١
حل آخر للفرع (ب)	
افرض $هـ(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣$	
وبما أن النهاية للكسر موجودة يكون $(س - ١)$ عاملاً مشتركاً من عوامل $هـ(س)$	١
إذاً $هـ(١) = ٠ \Leftarrow$ صفر $= أ + ب + ج + ٣$	١
$أ = -٣ - ب - ج$	
وعليه عند صياغة $هـ(س)$ بالصورة $(-٣ - ب - ج) س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣$	١
$= (-٣ - ب - ج) س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣)(س - ١)$	١
إذاً $\lim_{س \to ١} \frac{أ س^{٤} + ب س^{٣} + ج س^{٢} + ٢ س - ٣}{س - ١} = \lim_{س \to ١} (-٣ - ب - ج) س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + ٣) = ١$	١
$-٣ - ب - ج = ١ \Leftarrow ب = -\frac{٥}{٢}$	١
وعليه $أ = -٣ - ب - ج = -٣ + ٥ = ٣$	١

العلامة	
	السؤال الثالث (٣٠ علامة):
	أ) (٧ علامات)
١	• ق متصل في الفترة $(-\infty, ١)$ لأنه على صورة كثير حدود فيها
١	• ق متصل في الفترة $(١, \infty)$ لأنه كل من $س^٢$، $-٧س$، ١ متصل في كل الفترة و نواتج جمع وضرب الاقترانات المتصلة متصلة
	• نبحث في اتصال ق عند $س = ١$
١	حيث ق $(١) = ٢ \times ١^٢ - ٧ \times ١ = ١$
١	$\lim_{س \to ١^+} ق(س) = \lim_{س \to ١^+} (٢س^٢ - ٧س - ١) = ١$
١	$\lim_{س \to ١^-} ق(س) = \lim_{س \to ١^-} س^٣ = ١$
١	إذاً $\lim_{س \to ١} ق(س) = ١$
١	إذاً ق متصل عند $س = ١$ لأن $\lim_{س \to ١} ق(س) = ق(١)$
	مما سبق ينتج أن ق متصل لجميع الأعداد الحقيقية.
	ب) (٧ علامات)
١	$د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$
١	$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ ق(س+هـ) - س^٢ ق(س)}{هـ}$
١	$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ ق(س+هـ) - س^٢ ق(س+هـ) + س^٢ ق(س+هـ) - س^٢ ق(س)}{هـ}$
١	$= \lim_{هـ \to ٠} \left(\frac{ق(س+هـ)[(س+هـ)^٢ - س^٢]}{هـ} + \frac{س^٢ (ق(س+هـ) - ق(س))}{هـ} \right)$
١	$= \lim_{هـ \to ٠} ق(س+هـ) \times \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ - س^٢}{هـ} + س^٢ \times \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$
١	$= ق(س) \times \lim_{هـ \to ٠} \frac{س^٢ + ٢سهـ + هـ^٢ - س^٢}{هـ} + س^٢ \times ق'(س)$
	$= ق(س) \times \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢س + هـ)}{هـ} + س^٢ ق'(س)$
١	$= ق(س) \times ٢س + س^٢ ق'(س)$
	(لأن $\lim_{هـ \to ٠} ق(س+هـ) = ق(س)$ بسبب قابلية ق للاشتقاق)
	يتبع ←

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

العلامة	
	تابع السؤال الثالث
٢	(بديل) حا ص = ظا س باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى س ينتج أن: جتا ص × ص'' = قا² س
٣	وبالاشتقاق مرة ثانية بالنسبة إلى س ينتج أن جتا ص × ص'' − (حا ص × ص')ص' = ٢ قا س × قا س ظا س
١	وباستبدال ظا ص بـ حا ص / جتا ص ينتج أن: جتا ص × ص'' − حا ص × (ص')² = ٢ قا² س حا ص
١	وبالقسمة على جتا ص ينتج أن: ص'' − ظا ص × (ص')² = ٢ قا² س × ظا ص
١	ص'' = ٢ قا² س × ظا ص + ظا ص × (ص')²
١	ص'' = ظا ص (٢ قا² س + (ص')²)
١	ومنها ظا ص = ص'' / (٢ قا² س + (ص')²)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

العلامة

السؤال الرابع (17 علامة)

أ) (5 علامات)

$س^4 + 2س ص^3 = 9$

باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى س ينتج أن:

$4س^3 + 4س ص^2 + 3س^2 ص^2 \frac{ص}{س} = صفر$ ٣

وبتعويض قيمة كل من س، ص في هذه العلاقة ينتج أن:

$4(1)^3 + 4(1)(2)^2 + 3(1)^2(2)^2 \frac{ص}{س} = صفر$ ١

$\frac{ص}{س} = -\frac{20}{8}$ ١

إذاً $\frac{ص}{س} = -\frac{5}{2}$ ١

ب) (5 علامات)

عندما يصل الجسم إلى سطح الأرض تكون ف(ن) = 55

أي أن: $60ن - 5ن^2 = 55$ ١

$ن^2 - 12ن + 11 = صفر$ ١

$(ن - 11)(ن - 1) = صفر$

إذاً $ن = 1$ ، $ن = 11$ ٢

السرعة $ع(ن) = ف'(ن) = 60 - 10ن$ ١

عندما $ن = 1$ تكون السرعة $= 60 - 10 = 50$ م/ث ١

وعندما $ن = 11$ فإن السرعة $= 60 - 110 = -50$ م/ث ١

السرعة الأولى يصلها الجسم وهو صاعد والسرعة الثانية وهو نازل

ج) (7 علامات)

افرض أن نقطة التماس $(س_1، ص_1)$

ميل المماس $= و'(س_1) = 3س_1^2 - 2$ ١

ميل العمودي $= \frac{ص_1 - 0}{س_1 - 0} = \frac{ص_1}{س_1}$ ١

إذاً $3س_1^2 - 2 = -\frac{س_1}{ص_1}$ أو $3س_1^2 - 2 = -\frac{س_1}{س_1^3 - 2س_1}$ ١

$3س_1^4 - 2س_1^2 = -1$ ١

وعندها $3س_1^4 - 2س_1^2 + 1 = صفر$

$(3س_1^2 + 1)(س_1^2 - 1) = 0$ ⟸ $س_1 = \pm 1$ ١

هناك 3 مماسات

الأول عند (0، 2) ومعادلته $ص - 2 = 0$ ١

الثاني عند (-1، 4) ومعادلته $ص - 4 = -2(س + 1)$ ١

الثالث عند (1، 4) ومعادلته $ص - 4 = 2(س - 1)$ ١

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

العلامة	
	السؤال الخامس (١٢ علامة)
	(أ) (٧ علامات) $ق(س) = -س^3 - ٣س^2 + ٣٦س + ١٠$ وهو متصل على ح ، وقابل للاشتقاق على ح
	$ق'(س) = -٣س^2 - ٦س + ٣٦$
	عند القيم القصوى تكون $ق'(س) =$ صفر
	أي أن $-٣س^2 - ٦س + ٣٦ = ٠$
	$س^2 + س - ٦ =$ صفر
	$(س+٣)(س-٢) =$ صفر
٢	وصفرها $س = -٣$ ، $س = ٢$
١	إشارة $ق'(س)$: $- - - - \; ٠ \; + + + + + + + \; ٠ \; - - - -$ عند -٣ و ٢، $س \to \pm\infty$

نلاحظ من دراسة إشارة $ق'(س)$ حول قيم $س$ الحرجة أن

لهذا الاقتران قيمة صغرى محلية عندما $س = -٣$ ،

وهي $ق(-٣) = -٧١$

وله قيمة عظمى محلية عند $س = ٢$ ،

وهي $ق(٢) = ٥٤$

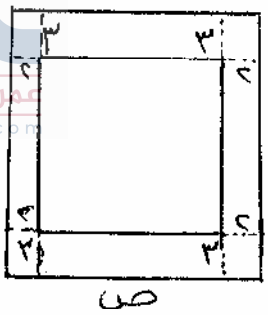
	(ب) (٥ علامات) $هـ(س) = ٤ - س + جتا س$ ، $س \in [-\pi ، \pi]$
١	$هـ'(س) = -١ + جتا س$ ، $س \in (-\pi ، \pi)$
١	نضع $هـ'(س) = ٠$
١	وصفرها $جتا س = ١$
١	إذاً $س =$ صفر
١	إشارة $هـ'(س)$: $- - - - - \; ٠ \; - - - - -$ عند صفر، $س \to -\pi$ و π
١	وبما أن $هـ$ متصل على $[-\pi ، \pi]$ وقابل للاشتقاق على $(-\pi ، \pi)$
١	وإشارة $هـ'$ سالبة لكل $س \in (-\pi ، ٠) \cup (٠ ، \pi)$
	إذاً $هـ$ متناقص على $[-\pi ، \pi]$.

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

العلامة

السؤال الرابع (١٥ علامة)

(٧ علامات)



افرض أن طول الورقة س وعرضها ص

فيكون عرض المنطقة المطبوعة = ص − ٤

وطولها = س − ٦

مساحة المنطقة المطبوعة = ١٥٠ سم²

$(ص - ٤)(س - ٦) = ١٥٠$

ومنها $ص = \frac{١٥٠}{س - ٦} + ٤$

المقدار المراد إيجاد قيمة قصوى له هو مساحة الورقة = س × ص

أي $م(س) = س\left(\frac{١٥٠}{س - ٦} + ٤\right)$

$م(س) = \frac{١٥٠س}{س - ٦} + ٤س$

$م'(س) = \frac{١٥٠(س - ٦) - ١٥٠س}{(س - ٦)^٢} + ٤$

$= \frac{-٩٠٠}{(س - ٦)^٢} + ٤$

عند القيم القصوى $م'(س) = صفر$

ومنها $٤ = \frac{٩٠٠}{(س - ٦)^٢}$

أي أن $(س - ٦)^٢ = ٢٢٥$

$س - ٦ = \pm ١٥$

إذاً $س = ٢١$ أو $س = -٩$

ولأن س عدد موجب (لأطوال لا تكون سالبة)

فإنه هناك قيمة حرجة واحدة لهذا المقدار هي س = ٢١

$م''(س) = \frac{١٨٠٠}{(س - ٦)^٣}$

$م''(٢١) = \frac{١٨٠٠}{(١٥)^٢} > ٠$

إذاً تكون مساحة الورقة أصغر ما يمكن عندما

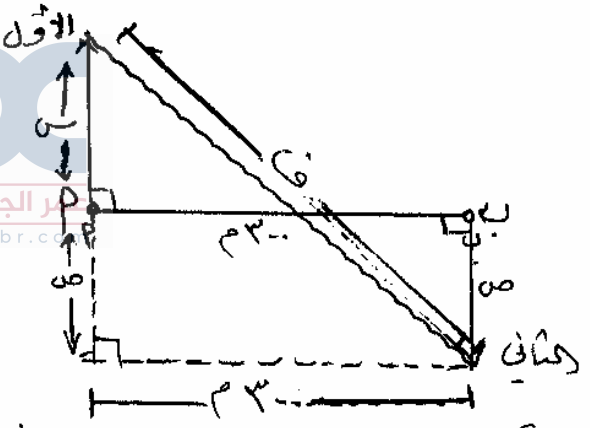
تكون طولها س = ٢١ سم

وعرضها $ص = \frac{١٥٠}{١٥} + ٤ = ١٤$ سم

العلامة

تابع السؤال السادس

(ب) (٨ علامات)



افرض أنه بعد ن ثانية من انطلاق الدراجة الثانية كانت

المسافة التي قطعها الشخص الأول = س متراً
وأن المسافة التي قطعها الثاني = ص متراً
وأن المسافة بينهما = ف متراً

١

٢ فإن $ف^2 = (٣٠٠)^2 + (س + ص)^2$

ويمكن التعبير عن س، ص بدلالة ن كما يأتي:

$ص = ٥ \times ن$ (المسافة = السرعة × الزمن)

$س = ٦ \times (٣٠ + ن)$

إذاً $ف^2 = (١٨٠ + ٦ن + ٥ن)^2 + ٩٠٠٠$

$ف^2 = (١٨٠ + ١١ن)^2 + ٩٠٠٠$

١

وباشتقاق الطرفين بالنسبة إلى الزمن (ن) ينتج أن:

٢ $٢ف \times \frac{ك ف}{ك ن} = ٢(١٨٠ + ١١ن) \times ١١$

وعندما ن = ٢٠ ثانية تكون ف = $\sqrt{١٦٠٠٠٠ + ٩٠٠٠}$

١ ف = ٥٠٠ م

١ $\left.\frac{ك ف}{ك ن}\right|_{ن=٢٠} = \frac{١١ \times (١٨٠ + ٢٠ \times ١١)٢}{٥٠٠ \times ٢} = \frac{٤٤}{٥}$

أي أن المسافة بين الدراجتين تزداد بمعدل $\frac{٤٤}{٥}$ م/ث في تلك اللحظة

ملحوظة: يمكن اشتقاق العلاقة التي تربط ف مع س، ص مباشرة كما يلي:

$٢ف \frac{ك ف}{ك ن} = ٢(س + ص)(\frac{ك س}{ك ن} + \frac{ك ص}{ك ن})$ ← (علامة ١)

وعندئذ تكون $س = ٦ \times ٥٠ = ٣٠٠$ م
$ص = ٥ \times ٢٠ = ١٠٠$ م } (علامة لإيجاد س، ص)

$ف^2 = (٣٠٠)^2 + (١٠٠)^2 \Leftarrow ف = ٥٠٠$ (علامة لحساب ف)

إذاً $\left.\frac{ك ف}{ك ن}\right|_{ف=٥٠٠} = \frac{٢(٣٠٠ + ١٠٠) \times (٥ + ٦)}{٢(٥٠٠)} = \frac{٤٤}{٥}$ (علامة للتعويض لحساب ف)

انتهت الإجابات

بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

ER3

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ / الدورة الصيفية

وثيقة محمية
[محدود]

عمر الجبر Omar Jabr
www.omarjabr.com

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢)

مدة الامتحان : ٥٠ د : ٢ س
اليوم والتاريخ : السبت ٢٠٠٨/٦/٢٨

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٧) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) إذا كان ق (س) = $\frac{\sqrt{س - ٥} + ٣}{س^٢ + ٢}$ فجد نهـا ق (س)
$س \leftarrow ٥$

أ) $\frac{٣}{٢٧}$ ب) صفر ج) غير موجودة د) $\frac{١}{٤}$

٢) نهـا $\frac{١ - جتا ٢س}{٦ س^٢}$ =
$س \leftarrow ٠$

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) صفر ج) ١ د) $\frac{١}{٩}$

٣) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} [س] + ب ، & ١ \geq س < ٢ \\ \frac{١٠}{س} ، & ٢ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

فجد قيمة الثابت ب التي تجعل ق متصلاً عند س = ٢

أ) -١ ب) -٤ ج) ٣ د) ٤

٤) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢ ، ١) ، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عند هذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن نهـا $\frac{ق (س) - ١}{٤ - ٢ س}$ =
$س \leftarrow ٢$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $-\frac{١}{٢}$ ج) ١ د) -١

٥) إذا كان $\frac{ل (س)}{س^٢ + ١}$ = ق (س) ، وكان ق (٢) = -١ ، قَ (٢) = ٣ ، فإن لَ (٢) =

أ) ١٢ ب) ١١ ج) ٤ د) -٥

يتبع الصفحة الثانية ...

٦) إذا كان ق (س) = جـا٢س فإن قً(س) + ٦ ق (س) =

أ) – ١٠ جـا٢س ب) ١٠ جـا٢س ج) ٤ جـا٢س د) ٢ جـا٢س

٧) إذا كان قً (س) = ظـا س – ٢ س – ١ حيث س ∈ (٠ ، $\frac{\pi}{٢}$) فإن ظل زاوية الانعطاف لمنحنى ق يساوي :

أ) $\frac{\pi}{٢}$ ب) $-\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٤}$ د) $-\frac{\pi}{٤}$

السـؤال الثاني : (١٧ علامة)

أ) جـد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to -\infty}$ ($\frac{س^{٤}}{٣ - س^{٢}}$ – $\frac{٢ س^{٥}}{١ - ٢س^{٣}}$) (٥ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{١ - جتا ٨ س - ٢ جا^{٢} س}{١٠ س^{٢}}$ (٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} [س] + س & ، \ -١ \leq س < ٠ \\ \sqrt{س} + \frac{٣}{٥} س^{٢} & ، \ ٠ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال ق على [-١ ، ٢] (٧ علامات)

السـؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\frac{س^{٢} - ٣ س - ٥}{س^{٢} - ٢ س + ٢ أ}$ متصلاً على ح ، فجـد مجموعة قيم الثابت أ (٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = ١ + $\sqrt{٣ - ٢ س}$ ، فجـد قً(س) باستخدام تعريف المشتقة. (٨ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = أ جـا س حيث أ ثابت ، أ ≠ ٠ ، هـ (س) = $\frac{٣ س}{س^{٢} + ١}$ ،

وكان (هـ ٥ ق)ً ($\frac{\pi}{٦}$) = صفر ، فجـد مجموعة قيم أ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ل (س) = $\sqrt[٤]{(س^{٢} - س + ١)^{٣}}$ ، وكان ق (١) = -٤ ، ق$'$ (١) = ٢ ،

فجـد $(\frac{ق}{ل})'$ (١) (٦ علامات)

ب) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، -٢) ، (٢ ، ٦) يمس منحنى الاقتران

ق (س) = ب س^{٢} + ٢ س - ١ ، فجـد قيمة الثابت ب (٧ علامات)

ج) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن بعده عن نقطة الأصل بالأمتار بعد ن ثانية من بدء حركته يعطى وفقاً للاقتران ف (ن) = ٢ ن^{٣} - ٣ ن^{٢} + ١٢ (٧ علامات)

١) احسب تسارع الجسيم عندما تنعدم سرعته.

٢) جـد الفترة الزمنية التي تكون فيها سرعة الجسيم سالبة.

السـؤال الخامس : (١٥ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = ٤ س - $\frac{١}{٣}$ س^{٣} ، س ∈ [-٣ ، ٣] فجـد كلاً مما يأتي : (٨ علامات)

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايداً.

٢) القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيّن نوعها.

٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق مقعراً للأسفل.

ب) إذا كان س + ص = جـا ص ، فأثبت أن : (٧ علامات)

(صَ)^{٢} = صً (ظتـا ص - قتـا ص)

السـؤال السادس : (١٥ علامة)

أ) أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ١٠ سم ، مُـد الضلع جـ د على اسـتقامته إلى و ثم وصل ب و فقطع الضلع أ د في هـ ، فإذا كان أ هـ = س سم ، د و = ص سم، فجد قيمتي س ، ص اللتين تجعلان مجموع مساحتي المثلثين د هـ و ، أ هـ ب أصغر ما يمكن. (٨ علامات)

ب) أسطوانة دائرية قائمة مصنوعة من المعدن ارتفاعها يساوي $\frac{٧}{٦}$ طول قطر قاعدتها دائماً.
فإذا كان ارتفاعها يزداد بمعدل ٠,٠١ سم/ث ، فجـد معدل التغير في حجم هذه الأسطوانة عندما يكون طول نصف قطر قاعدتها ٦ سم. (٧ علامات)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ (الدورة الصيفية) .

صفحة رقم (١)

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

د س

المبحث : الرياضيات / ٣٣
الفرع : العلمي + المعلوماتية / مسار ٢

مدة الامتحان : ٣
التاريخ : ٢٠٠٨/٦/٢٨

Omar Nijabr عمر النجبر
www.nijabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

الإجابة النموذجية :

إجابة السؤال الأول : (٧ علامات)

رقم الفقرة	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح
رمز الإجابة الصحيحة فقط	ج	أ	د	ب	ب	ب	ب	ب

لكل إجابة صحيحة علامتان

إجابة السؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ) (٥ علامات)

$$\text{نها}_{س \to ٥} \left(\frac{ع(س-٢)}{س^٢-٣س-١٠} - \frac{ع(س-١)}{س^٢-٢س-٣} \right)$$

$$= \text{نها}_{س \to ٥} \frac{ع(س-١)(س-٣) - ع(س-٢)(س-٥)}{(س-٢)(س-١)(س-٣)}$$ ١+١

$$= \text{نها}_{س \to ٥} \frac{ع(س^٢-٤س+٣) - ع(س^٢-٧س+١٠)}{(س-٢)(س-١)(س-٣)}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٥} \frac{٣ع}{(س-٢)(س-١)(س-٣)}$$ ١+١+١

$$= \frac{٣ع}{٤ \times ٣ \times ٢} = \frac{ع}{٨}$$

ب) (٥ علامات)

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}٨س}{١٠س^٢} = \text{نها}_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}^٢٤س}{١٠س^٢(١ + \text{جتا}٤س)}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}^٢٤س}{١٠س^٢(١ + \text{جتا}٤س)}$$ ١

$$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}٤س}{٥س} \times \frac{\text{جا}٤س}{٢س} \times \frac{١}{١ + \text{جتا}٤س}$$ ١+١+١

$$= \frac{١}{٥} \times ٢ \times ٢ = \frac{٤}{٥}$$

ج) (٥ علامات)

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}(٣س) - \text{جا}٣س}{س^٣} = \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}٣س \text{جتا}٣س - \text{جا}٣س}{س^٣}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}٣س(\text{جتا}٣س - ١)}{س^٣}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}٣س}{س} \times \frac{\text{جتا}٣س - ١}{س^٢}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}٣س}{س} \times \frac{-٢\text{جا}^٢\frac{٣}{٢}س}{س^٢}$$

$$= ٣ \times -\frac{٢}{٤} \times ٢ = -٣$$

ب) (٧ علامات)

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} س^٢ + ٢س + ١ & ، -١ \le س < ٠ \\ \frac{١}{٥}س^٢ + ٢س & ، ٠ \le س \le ٢ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{ق}(س) = \begin{cases} ٢س + ٢ & ، -١ < س < ٠ \\ \frac{٢}{٥}س + ٢ & ، ٠ < س < ٢ \end{cases}$$

$$\text{ق}(٠^+) = ٢ \quad ، \quad \text{ق}(٠^-) = ٢$$

$$\text{ق}(٠) = ٢$$

$$\text{نها}_{س \to ٠} \text{ق}(س) = ٢$$

$$\therefore \text{نها}_{س \to ٠} \text{ق}(س) = \text{ق}(٠)$$

$$\therefore \text{ق} \text{ متصلة عند } س = ٠$$

ج) لما أن $\text{ق}(-١) = ٠$ ، $\text{ق}(٠) = ٢$ وبما أن ق متصلة

رقم الصفحة في الكتاب

صورة كثير حدود في هذه الفترة ∴ هـ متصل على $[-1, 1]$

(ج) طرف الطاقة : حيث $\frac{3}{5}$ ع ∴ هـ(١) = ١ + $\frac{3}{5}$ ع ∴ هـ(١) = ١

أحد الأمرين متصل على $(0, 3]$ لأنه مجموع أحد الأمرين متصل على هذه الفترة .

(٣) نبحث اتصال هـ عند س = ٠

نهـا هـ(س) = نهـا $(7 - س + \frac{3}{5} س^2)$ = ٧

نهـا هـ(س) = نهـا $(-س + 1)$ = ١

وبما أن نهـا هـ(س) ≠ نهـا هـ(س) ∴ نهـا هـ(س) غير موجود

∴ هـ غير متصل عند س = ٠

هـ متصل ① ② ③ نستنتج أن هـ غير متصل على $[-1, 3]$ ولكنه متصل على $[-1, 2] - \{0\}$

اجابة السؤال الثالث : (١٩ علامة)

$$هـ(س) = \frac{س^3 - 3س - 5}{س^2 + 2س - 3}$$

(٥ علامات)

بما أن هـ متصل على ح ∴ هـ معرف عند كل س ∈ ح ، نهـا هـ(س) = هـ(١)

∴ المقام لا يمكن أن يساوي صفراً

∴ المميز = $ب^2 - 4أ ج$ = $4 - 4 \times 2 \times 1$ = $4 - 8$ = -4 < ٠

$\Leftarrow 4 > 8ك \Leftarrow 4 - 8ك < 0 \Leftarrow ك < \frac{1}{2}$

∴ مجموعة قيم ك = $(-\infty, \frac{1}{2})$

(٨ علامات)

$$و(س) = نهـا_{د \to 0} \frac{هـ(س + د) - هـ(س)}{د}$$

$$= نهـا_{د \to 0} \frac{(س + د)^2 - 3(س + د) + 1 - (س^2 - 3س + 1)}{د}$$

$$= نهـا_{د \to 0} \frac{س^2 + 2سد + د^2 - 3س - 3د + 1 - س^2 + 3س - 1}{د}$$

$$= نهـا_{د \to 0} \frac{2سد + د^2 - 3د}{د}$$

$$= نهـا_{د \to 0} \frac{د(2س + د - 3)}{د}$$

$$= نهـا_{د \to 0} (2س + د - 3)$$

$$= 2س - 3$$

متبوع ←

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Al-Adel Mahmoud
www.omaralmath.com

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٤ + ٣س} - ٢}{س^٢ + ٣س} = \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٤ + ٣س} - ٢}{س^٢ + ٣س} \times \frac{\sqrt{٤ + ٣س} + ٢}{\sqrt{٤ + ٣س} + ٢}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٤ + ٣س - ٤}{(س^٢ + ٣س)(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)} = \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٣س}{س(س + ٣)(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٣}{(س + ٣)(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)} = \frac{٣}{٣ \times ٤} = \frac{١}{٤}$$

(٨ علامات)

$$\text{ق}'(س) = \text{ك}'(\text{ع}(س)) \times \text{ع}'(س)$$

$$\text{ك}(س) = \frac{س - ١}{س + ١} \quad \text{ع}(س) = س^٢$$

$$\text{ك}'(س) = \frac{(س + ١) - (س - ١)}{(س + ١)^٢} = \frac{٢}{(س + ١)^٢}$$

$$\text{ع}'(س) = ٢س$$

$$\text{ق}'(س) = \frac{٢}{(س^٢ + ١)^٢} \times ٢س = \frac{٤س}{(س^٢ + ١)^٢}$$

$$\text{ق}'(١) = \frac{٤}{(١ + ١)^٢} = \frac{٤}{٤} = ١$$

$$\text{ق}(١) = \frac{١ - ١}{١ + ١} = ٠$$

معادلة المستقيم المار بالنقطة $(١، ٠)$ وميله ١ هي $ص - ٠ = ١(س - ١)$

$$ص = س - ١$$

(٧ علامات)

إجابة السؤال الرابع:

$$\text{ق}(١) = \text{ل}(١) \times \text{ع}(١) \quad \text{ق}'(١) = \text{ل}(١) \times \text{ع}'(١) + \text{ع}(١) \times \text{ل}'(١)$$

$$\text{ل}(١) = ١ \times ٢ = ٢$$

$$\text{ل}'(س) = \frac{٣}{٤}(س^٤ - س + ١)^{-\frac{١}{٤}}(٤س^٣ - ١)$$

$$\text{ل}'(١) = \frac{٣}{٤} \times ٢ \times ١ = \frac{٣}{٢}$$

$$\text{ع}(١) = ٢ \times ١ + ٤ = ٦$$

$$\text{ع}'(١) = ٢ + ٤ \times ٤ = ١٨$$

$$\text{ق}'(١) = ٢ \times \frac{٣}{٢} + ٦ \times ١٨ = ١١٣$$

(٦ علامات)

إجابة السؤال الخامس:

$$\text{ق}(س) = \frac{\text{ل}(س)}{\text{ع}(س)} \quad \text{ق}'(١) = \frac{\text{ع}(١) \times \text{ل}'(١) - \text{ل}(١) \times \text{ع}'(١)}{(\text{ع}(١))^٢}$$

$$\text{ل}(١) = ٢ \quad \text{ع}(١) = ٣$$

$$\text{ل}'(س) = \frac{٣}{٤}(س^٤ - س + ١)^{-\frac{١}{٤}}(٤س^٣ - ١)$$

$$\text{ل}'(١) = \frac{٣}{٤} \times ٢ \times ١ = \frac{٣}{٢}$$

$$\text{ع}'(س) = ٢س + ٤$$

$$\text{ع}'(١) = ٢ + ٤ = ٦$$

$$\text{ق}'(١) = \frac{٣ \times \frac{٣}{٢} - ٢ \times ٦}{٣^٢} = -\frac{٥}{٢}$$

(٧ علامات)

يتبع الورقة ٤

رقم الصفحة في الكتاب

$\Leftarrow ص = ٤س - ٢$

∴ ميل المستقيم المماس للمنحنى $= ٤$ وكذلك ميل المماس $= ق'(س) = ٣س^{٢} + ٢س$ | ١+١

نفرض أن نقطة التماس هي $(س_١ ، ص_١)$

$\Leftarrow$ ميل المماس $= ٣س_١^{٢} + ٢س_١ = ٤ \Leftarrow س_١ = ١$ ، -١ (مرفوض) | ١

$(س_١ ، ص_١)$

∴ $ق(س_١) = ص_١ = ١ + ٢ - ١ = ٢$ | ١

$س_١ = ١$ ، $ص_١ = ٢$

وكذلك $س_١ = -١$ ، $ص_١ = -٢$ حيث أن نقطة التماس تحقق معادلة كل من المماس والمنحنى

∴ $٤س_١ - ٢ = ٣س_١^{٢} - ١ \Leftarrow س_١ = ١$ المعادلة السينية | ١

لنقطة التماس نكمل $ص_١ = ١$

∴ $ن \times ١ = ١ \Leftarrow ن = ١$ | ١

هـ - $ف(ن) = ٢ن^{٣} - ٣ن^{٢} + ١٢$ (٧ علامات)

أ) $ع = ف'(ن) = ٦ن^{٢} - ٦ن = ٦ن(ن-١)$ | ١

$ت = ع'(ن) = ١٢ن - ٦$ | ١

عندما تنعدم السرعة $ع = ٠ \Leftarrow ن =$ صفر أو ١ | ١

$ت|_{ن=٠} = -٦ < ٠$ ∴ | ١

$ت|_{ن=١} = ١٢ - ٦ = ٦ > ٠$ ∴ | ١

ب) $ع = ٦ن(ن-١)$

عند اشارة ع | ١

من الخط المجاور نجد أن ع سالبة عندما $ن \in (٠ ، ١)$ | ١

إجابة السؤال الخامس: (٥ علامات)

أ- $ق(س) = ٤س - \frac{١}{٣}س^{٣}$ ، $س \in [-٣ ، ٣]$ (٨ علامات)

أ) $ق$ متصل على $[-٣ ، ٣]$ لأنه له صورة كثير حدود | ١

$ق$ قابل للاشتقاق على $(-٣ ، ٣)$ حيث $ق'(س) = ٤ - س^{٢}$ | ١

يتبع ←

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

ع = ش = ٠ ⇐ (ع − س)(ع + س) = ٠

⇐ س = ± ع

س	−∞		−ع		ع		∞+
ق′(س)		−	٠	+	٠	−	
ق(س)		↓	قيمة صغرى	↑	قيمة عظمى	↓	

١

من الجدول نلاحظ أن ق(س) ≥ ٠ ∀ س ∈ (−ع ، ع)

∴ ق متزايدة في [−٢ ، ٢] ١

ب) بما أن ق متصل في [−٣ ، ٣] ∴ يأخذ ق قيمتها العظمى المطلقة وأصغرى المطلقة عند نقاط في [−٣ ، ٣]

نجد النقاط الحرجة لـ ق وهي عند س = −٣ ، −٢ ، ٢ ، ٣ ١

ق(−٣) = −١٢ + ٩ = −٣ ، ق(٣) = ١٢ − ٩ = ٣

ق(−٢) = −٨ + ٨ = ٠ ، ق(٢) = ٨ − ٨ = ٠

ق(−ع) = −٨ + ٨/٣ = −١٦/٣ ، ق(ع) = ٨ − ٨/٣ = ١٦/٣

ومقارنة هذه القيم نستنتج أن ق(−ع) = −١٦/٣ هي القيمة الصغرى المطلقة لـ ق ١

، ق(ع) = ١٦/٣ هي القيمة العظمى المطلقة لـ ق

ج) ق(س) = س − س حيث س ∈ (−٣ ، ٣)

ق′(س) = ١ − ١ = ٠ ⇐ س = ٠

س	−٣		٠		٣
ق′(س)		−	٠	+	
ق(س)	٣	↓	صغرى	↑	٣

١

من الجدول نلاحظ أن ق(س) ≥ ق(٠) ∀ س ∈ (−٣ ، ٣)

∴ ق مقعر لأسفل في [−٣ ، ٣] ✗ ١

ب) ن = س + ص = هـ ا ص نضع الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

(٧ علامات)

∴ ١ + صَ = (جتا ص) × صَ ، ومنها صَ = ١ / (١ − جتا ص) ١ + ١

∴ صَّ = (جتا ص) × صَّ + صَ × (−جا ص) × صَ ١ + ١ + ١

= صَّ جتا ص − (صَ)٢ جا ص

∴ (صَ)٢ جا ص = صَّ جتا ص − صَّ = صَّ (جتا ص − ١) ١

∴ (صَ)٢ = صَّ (جتا ص − ١) / جا ص = صَّ (طتا ص − قتا ص) ١ ✗

إجابة السؤال السادس: (٥ علامات)

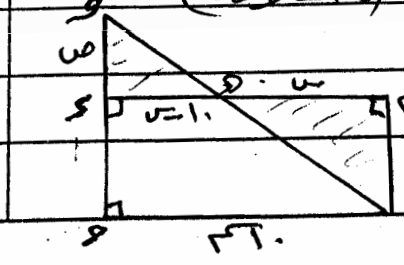
أ) مجموع مساحتي المثلثين دهو ، ب هـ ص

م = ١/٢ × (١٠ − س) × ص + ١/٢ × س × ع

∴ م = ١/٢ (١٠ − س) ص + ١/٢ س ع

الرسم ١

١



يتبع ⇐

رقم الصفحة في الكتاب: أ

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

$\because \Delta PAB \sim \Delta QOB$ و $\frac{س}{١٠-س} = \frac{ع}{ص}$

$\Leftarrow ص = \frac{ع(١٠-س)}{س}$

$\therefore م = \frac{(١٠-س)ع \times (١٠-س)}{س^{٢}} + ٢س = \frac{ع(١٠-س)^{٢}}{س} + ٢س$

$= \frac{ع س^{٢} - ٢٠ع س + ٢ع س^{٢} + ٢س^{٣} - ع س^{٢} + ٢٠ع س}{س}$

$\frac{د م}{د س} = \frac{س(٢ع - ٤س + ٦س^{٢}) - (ع س^{٢} - ٢٠ع س + ٢س^{٣})}{س^{٢}} = \frac{ع س^{٢} - ٢س^{٣}}{س^{٢}}$

لنجد $\frac{د م}{د س} = ٠$

$\Leftarrow ع - ٢س = ٠ \Leftarrow س = ٠$ ، $\Leftarrow س = ٢ع$

$\frac{د^{٢} م}{د س^{٢}} = \frac{س^{٢}(ع - ٤س) - (ع س^{٢} - ٢س^{٣}) \times ٢س}{س^{٤}} = \frac{-٣ع س^{٢}}{س^{٤}}$

$\frac{د^{٢} م}{د س^{٢}}|_{س = ٢ع} = \frac{-٣ع}{(٢ع)^{٣}} < ٠$ ∴ م عظمى حيث تحدث عندما $س = ٢ع$

$\therefore ص = \frac{ع(١٠-٢ع)}{٢ع}$ سم ✻

(الاعلامات) نفرض أ ب ارتفاع الاسطوانة = ع

وطول نصف قطر قاعدتها = نق ، وحجمها = ح

$ح = \frac{١}{٣} \pi (نق)^{٢} ع = \frac{١}{٣} \pi نق^{٢} ع$

$\frac{د ع}{د ن} = ٠.١ سم/ث$ ، $\frac{د ح}{د ن}|_{نق = ٦سم} = ؟$

$ح = \pi نق^{٢} ع = \pi نق^{٢} \times \frac{١}{٣} نق$

$= \frac{١}{٣} \pi نق^{٣}$

$\frac{د ح}{د ن} = \frac{١}{٣} \pi \times ٣ نق^{٢} \times \frac{د نق}{د ن} = \pi نق^{٢} \frac{د نق}{د ن}$

لكن $\frac{د ع}{د ن} = \frac{١}{٣} \frac{د نق}{د ن} \Leftarrow ٠.١ = \frac{١}{٣} \frac{د نق}{د ن} \Leftarrow \frac{د نق}{د ن} = ٠.٣$ سم/ث (ثابت)

$\therefore \frac{د ح}{د ن}|_{نق = ٦سم} = \pi \times ٣٦ \times ٠.٣ = ٣٦ \pi \times \frac{٣}{١٠}$

$= ١٠٨ \pi$ سم^{٣}/ث ✻

انتهت الاجابات

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

حلول أخرى

الفرع العلمي
م ٣

السؤال الثاني

فرع ٤

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - \text{حتا}^{8} س - 2\,\text{حا}^{2} س}{10\, س^{2}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - \text{حتا}^{8} س}{10\, س^{2}} - \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{2\,\text{حا}^{2} س}{10\, س^{2}} \quad \text{①}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - (\text{حتا}^{4} س - \text{حا}^{4} س)}{10\, س^{2}} - \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{2\,\text{حا}^{2} س}{10\, س^{2}} \quad \text{①}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{(1 - \text{حتا}^{4} س - \text{حا}^{4} س)}{10\, س^{2}} - \frac{1}{5} \quad \text{①}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{حا}^{4} س + \text{حا}^{2} س}{10\, س^{2}} - \frac{1}{8} \quad \text{①}$$

$$= 2\,\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{حا}^{2} س}{4\, س^{2}} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5} \times 16 - \frac{1}{5} \quad \text{①} = \frac{15}{5} = 3$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني

فرع م 3

$$\text{نهـ}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س}{س^{10}}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س}{س^{10}} \overset{①}{=} \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س}{س^{10}} = \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س}{س^{10}} \overset{①}{=} \frac{1}{5}$$

الضرب بالمرافق /

$$\text{نهـ}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س}{س^{10}} = \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س}{س^{10}} \times \frac{1 + \text{جتا}^2 س}{1 + \text{جتا}^2 س}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^4 س}{س^{10} (1 + \text{جتا}^2 س)} \overset{①}{=} \frac{\text{جا}^4 س}{2 س^{10}}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{1}{2} \left(\frac{\text{جا}^4 س}{س^4} \times \frac{1}{س^6} \right) \overset{①}{=} \frac{1}{2} \times 1^4 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

$$\Leftarrow \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س \text{جتا}^2 س}{س^{10}} = \frac{1}{5} - \frac{1}{12} = \frac{7}{60}$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني

فرع أ

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^{8} س - \text{جا}^{2} س}{س^{10}} = \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - (1 - \text{جا}^{2} 4س) - \text{جا}^{2} س}{س^{10}}$$ ①

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^{2} 4س - \text{جا}^{2} س}{س^{10}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^{2} 4س}{س^{10}} - \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^{2} س}{س^{10}}$$ ①

$$= \frac{1}{5} \left(\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا} 4س}{س^{2}} \right)^{2} - \frac{1}{5} \left(\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا} س}{س^{2}} \right)^{2}$$ ①

$$= \frac{1}{5} \times 16 - 1 \times \frac{1}{5} = \frac{16}{5} - \frac{1}{5} = \frac{15}{5} = 3$$ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني

فرع 3

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س}{س^{10}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س}{س^{10}} - \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س}{س^{10}} \quad (1)$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س - \text{جا}^2 س}{س^{10}} \quad (1) \frac{1}{5}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{-\text{جا}^2 ٤س - \text{جا}^2 س}{س^{10}} \quad (1) - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5} \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا} ٤س}{س} \times \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا} ٤س}{س} \quad (1) - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5} \times ٤ \times ٤ - \frac{1}{5} = \frac{١٦}{5} - \frac{1}{5} = \frac{١٥}{5} = ١$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني

فرع 2

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س - \text{جتا}^2 ص}{س^2 + ص^2}$$

التعويض بدل إلى لـ
جا²س + جتا²س

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س - \text{جتا}^2 س - \text{جتا}^2 ص}{س^2 + ص^2} \quad (1)$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 ص}{س^2 + ص^2}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س - \text{جا}^2 س}{س^2 + ص^2} = \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 ص - \text{جتا}^2 ص}{س^2 + ص^2} \quad (1)$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{-\text{جتا}^2 ص \text{ جا}^2 س}{س^2 + ص^2} \quad (1)$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{ص^2}{س^2 + ص^2} \times \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س}{س^2} \quad (1)$$

$$= \frac{ص^2}{ص^2} \times 1 \times 3 = 3$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الرابع

فرع ب

ميل المستقيم = ٤

معادلة المستقيم $ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - (-٢) = ٤(س - ٠)$

$ص + ٢ = ٤س \leftarrow ص = ٤س - ٢$

عند نقطة التماس $س \Leftarrow هـ(س) = ص$

$\leftarrow$

$أ س^2 + ج = ٤ \leftarrow س = \frac{١}{أ}$

$\Leftarrow$ نقطة التماس $(\frac{١}{أ}، \frac{٤}{أ} - ٢)$ لذلك تحقق معادلة المستقيم

وهي تحقق $هـ(س)$

$\Leftarrow هـ(س) = ب س^3 + ج س - ١$

$\frac{٤}{أ} - ٢ = ب \times \frac{١}{أ^3} + ج \times \frac{١}{أ} - ١$

$\frac{٤}{أ} - ٢ = \frac{ب}{أ^3} + \frac{ج}{أ} - ١ \Leftarrow \frac{١}{أ} + ج = ١ \Leftarrow ب = ١$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الرابع

الفرع ب

$$\text{ق}(س) = ج + س د + س^2 هـ$$

$$\text{ق}(1) = 3 \Leftarrow ج + د + هـ = 3$$

$$\text{ق}(2) = 4$$

$$د + 4هـ = 4$$

$$د = \frac{1}{2}$$

لا يجاد نقطة أخرى س

$$هـ س^2 + 2س - 1 = 4س - ج$$

$$هـ س^2 - 2س + 1 - ج = 0$$

$$هـ س^2 - 4س + 3 = 0$$

$$هـ س^2 - 3س - س + 1 = صفر$$

$$(هـ س - 1)(س - 1) = صفر$$

$$س = 1 \text{ ، } هـ س = 1 \text{ وحيث } هـ \neq 1 \Leftarrow هـ = 1$$

س ٥) $س + ص = حا ص$ اثبت ان $(ص')^2 = ص''(ضتا ص - متا ص)$

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

① ①

$1 + ص' = ص' \, تا ص$

$ص' \, تا ص - ص' = 1$

$ص'(تا ص - 1) = 1 \Leftarrow ص' = \frac{1}{تا ص - 1}$ ①

$ص'' = \frac{-1 \times حا ص \times ص'}{(تا ص - 1)^2} = \frac{ص' \, حا ص}{(تا ص - 1)^2}$ ②

$= \frac{\frac{1}{تا ص - 1} \, حا ص}{(تا ص - 1)^2} = \frac{حا ص}{(تا ص - 1)^3}$

$(ص')^2 = \left(\frac{1}{تا ص - 1}\right)^2 = \frac{1}{(تا ص - 1)^2} \times \frac{حا ص(-1 + تا ص)}{حا ص(-1 + تا ص)}$ ①

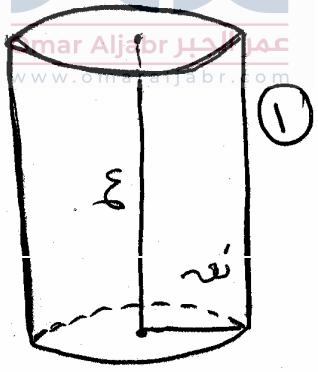
$= \frac{حا ص}{(تا ص - 1)^2} \times \frac{-1 + تا ص}{حا ص}$

$= ص''(ضتا ص - متا ص)$ ①

حلول اخرى — الفرع العلمي

السؤال السادس

فرع "ب"



$ع = \frac{٧}{٦} \times ٢ \times نق$

$ع = \frac{٧}{٣} نق$ ① $\Leftarrow$ $نق = ع \frac{٣}{٧}$

$ع = ٢ \pi نق^{٢} ع$

$= \pi \frac{٩}{٤٩} ع^{٢}$ ①

$\frac{د ح}{د ن} = \frac{٧^{٢}}{٤٩} \pi ٤ ٢^{ج} \times \frac{د ع}{د ن}$ ①

عندما $نق = ٦ \Leftarrow ع = \frac{٧}{٣} \times ٦ = ١٤$ سم ①

$\frac{د ح}{د ن} = \frac{٧^{٢}}{٤٩} \pi \times ١٤ \times ٢^{ج} \times ٠.١$ ①

بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٣٠٠

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٩ / الدورة الشتوية

وثيقة محمية
[محدود]

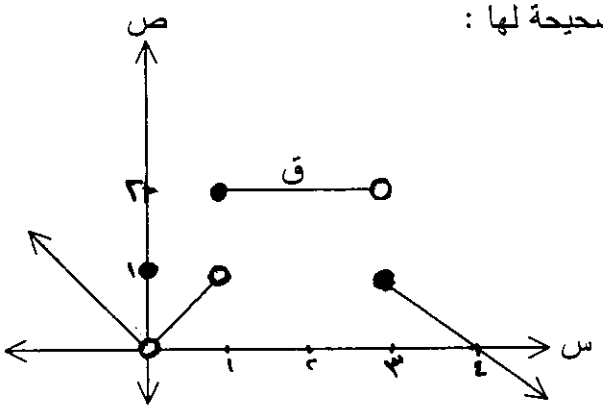
المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني)

اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠٠٩/١/١١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٢ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٦) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :



(١) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح فإن مجموعة قيم أ حيث نهـا ق (س) غير موجودة هي : $\lim_{س \to أ}$

أ) {١ ، ٣، ٠} ب) {١ ، ٣ ، ٤}
ج) {١ ، ٣ ، ٤ ، ٠} د) {١ ، ٣}

(٢) إذا كان ق اقتراناً متصلاً عند س = ٣ ، وكان ٢ق(٣) = −١ فإن نهـا ق (س) = $\lim_{س \to -٣}$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) −١ ج) $-\frac{١}{٢}$ د) ١

(٣) نهـا $\frac{س + جا ٢س}{٣س}$ = $\lim_{س \to ٠}$

أ) صفر ب) ١ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

(٤) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٣س^{٢} + ٢ ، & س < ١ \\ ٥ ، & س = ١ \\ ٦س + ١ ، & س > ١ \end{cases}$ فجد قَ (١)

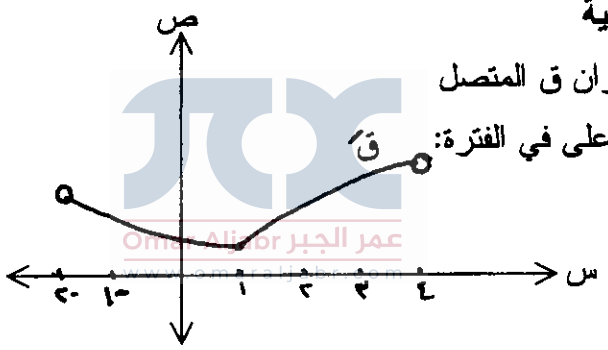
أ) ٦ ب) ٥ ج) غير موجودة د) صفر

(٥) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{جا س}$ فإن قَ(س) =

أ) − ظتاس قتاس ب) قتاس ظتاس ج) − ظتاس د) جاس جتاس

يتبع الصفحة الثانية ...

(٦) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المتصل على [-٢ ، ٤] فإن منحنى الاقتران ق يكون مقعراً للأعلى في الفترة:



أ) [-٢ ، ١]　　ب) [١ ، ٤]

ج) [٠ ، ٤]　　د) [-٢ ، ٤]

السـؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ) جـد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{س^{٣}}{٢ - س^{٢}} + \frac{١ - س^{٤}}{٢ - س^{٣}} \right)$　(٥ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢ س (س + جا ٨ س - جا ٤ س)}{س^{٢} \text{ جتا } س}$　(٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} س^{٢} + \sqrt{-س} \ ، \ -١ \leq س < ٠ \\ [س] + ٥ س - ٢ \ ، \ ٠ \leq س \leq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [-١ ، ١]　(٨ علامات)

السـؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق (س) - ٦}{س - ١} = ٨$ ، وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} + ٢ س - ٣}{ق (س) - ٦} + ب = \frac{٣}{٢}$

فجـد قيمة الثابت ب .　(٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{\sqrt{س}} + ٢$ ، فجـد قَ (١) باستخدام تعريف المشتقة.　(٧ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = ٢ ظـا س ، هـ (س) = $\frac{أ}{٢ س + ١}$ ، وكان (هـ ٥ ق)َ $(\frac{\pi}{٤}) = \frac{٨}{٢٥}$

فجـد قيمة الثابت أ .　(٧ علامات)

يتبع للصفحة الثالثة ...

السـؤال الرابع : (١٩ علامة)

أ) إذا كان هـ (س) = $\sqrt[٥]{س^{٣} - ٤ س + ١}$ ، ق (٢) = ٣ ، ق َ(٢) = -١ ، وكان

ل (س) = هـ (س) × ق (س) فجـد لَ (٢) (٦ علامات)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) أسقط جسم من ارتفاع (٢٤٠) متراً عن سطح الأرض سقوطاً حراً بحيث أن المسافة التي يقطعها بالأمتار بعد ن ثانية هي ف١(ن) = ٥ ن^{٢} وفي الوقت نفسه قذف جسم من سطح الأرض رأسياً للأعلى بحيث أن المسافة التي يقطعها بالأمتار بعد ن ثانية هي ف٢ (ن) = ٦٠ ن – ٥ ن^{٢} . جـد سرعة كل من الجسمين عندما يكون لهما الارتفاع نفسه عن سطح الأرض. (٦ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = ٢س – جتا٤س حيث س ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$] فجـد جميع قيم س التي يكون عندها العمودي على المماس لمنحنى ق موازياً لمحور الصادات ثم جـد معادلة أحد هذه المماسات فقط.

(٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٤ علامة)

أ) إذا كان ص – س = جتـا ص فأثبت أن : (صَ)^{٢} = – صً (قـا ص + ظـا ص) (٦ علامات)

ب) تتحرك نقطة مادية ب على منحنى الاقتران ص = س^{٢} في الربع الأول بادئة من نقطة الأصل أ ، فإذا كـان الإحداثـي السـيني للنقطة ب يتزايد بمعدل ٢ وحدة/ث ، وكانـت جـ نقطة ثابتة إحداثياتها (٨ ، ٠) جـد معدل تغير مساحة المثلث أ ب جـ بعد ٢ ثانية من بدء حركة النقطة ب . (٨ علامات)

السـؤال السادس : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = س^{٣} – ٦ س^{٢} + ٩ س + ٢ حيث س ∈ [٠ ، ٤] فجـد كلاً مما يأتي :

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايداً.

٢) القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيّن نوعها.

٣) نقطة الانعطاف لمنحنى ق (إن وجدت). (١٠علامات)

ب) أسطوانة دائرية قائمة مجموع محيط قاعدتها وارتفاعها يساوي ٦٦ سم. احسب ارتفاع الأسطوانة الذي يجعل حجمها أكبر ما يمكن. (٨ علامات)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٩ (الدورة الشتوية) .

صفحة رقم (١)

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات ٣٣
الفرع : العلمي + الادارة المعلوماتية / المسار الثاني

مدة الامتحان : ٣ س
التاريخ : ١١ / ١ / ٢٠٠٩

عمر الجبر Omar Aljabr omaraljabr.com

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

إجابة السؤال الأول : (٢٤ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	لكل فقرة
رمز الإجابة	ج	هـ	ب	د	م	ن	علامتان

إجابة السؤال الثاني : (٨ علامات)

أ) $\text{نها}_{س \to ٥} \left(\frac{س^٣}{س^٢ - ٢س} + \frac{١ - س^٤}{٢ - س^٣} \right)$ عدد مبهم

$= \text{نها}_{س \to ٥} \frac{س^٣(٢ - س^٣) + (١ - س^٤)(٢ - س^٢)}{(٢ - س^٢)(٢ - س^٣)}$ ١

$= \text{نها}_{س \to ٥} \frac{٢س^٣ - س^٦ + ٢ - س^٢ - ٢س^٤ + س^٦}{٤ - ٢س^٣ - ٢س^٢ + س^٥}$ ١+١

$= \text{نها}_{س \to ٥} \frac{-٢س^٤ - س^٢ + ٢}{س^٥ - ٢س^٣ - ٢س^٢ + ٤}$ ١

$= \frac{-١٠٠ - ٥ + ٢}{٣٢ - ٦٤ - ٨ + ٤} = \frac{-١٠٣}{-٣٦}$ ١+١

ب) $\text{نها}_{س \to ٠} \frac{٢س(س + \text{حا}٢س - \text{حا}٤س)}{س \text{ جتا}س}$ صورة $\times$ مقام

$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{٢(س + \text{حا}٢س - \text{حا}٤س)}{\text{جتا}س}$ ١

$= \frac{٢(٠ + ٠ - ٠)}{١} = ٠$ ١

ج) $ن = ٢$ ، $د(س) = \begin{cases} ٥س - ٢ & ، ٠ \le س < ١ \\ ٤ & ، س = ١ \\ ٤ - س^٢ & ، ١ < س \le ٢ \end{cases}$ عدد مبهم

(أ) عندما $-١ \le س < ٠$ فإن $د(س) = ٤ - س^٢$ $\therefore$ د متصل لأنه مجموع اقترانين كل منهما متصل على $[-١ ، ٠)$ ١

(ب) عندما $٠ < س < ١$ فإن $د(س) = ٥س - ٢$ د متصل على $(٠ ، ١)$ لأنه على صورة كثير حدود ١

(ج) $\text{نها}_{س \to ١^-} د(س) = \text{نها}_{س \to ١^-} (٥س - ٢) = ٣$

$\text{نها}_{س \to ١^+} د(س) = \text{نها}_{س \to ١^+} (٤ - س^٢) = ٣$

$د(١) = ٤$

$\because \text{نها}_{س \to ١^-} د(س) = \text{نها}_{س \to ١^+} د(س) \neq د(١)$

$\therefore$ د غير متصل عند $س = ١$ وحيث $١ \in (٠ ، ٢)$ فإن د غير متصل على $(٠ ، ٢)$ ١

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr Academy
www.omaraljabr.com

١ $\lim_{س \to ٠^-} ق(س) = \lim_{س \to ٠^-} (س^٢ + ٧س - ٣) = -٣$

١ $\lim_{س \to ٠^+} ق(س) = \lim_{س \to ٠^+} (٥س - ٣) = -٣$

١ $\because \lim_{س \to ٠^-} ق(س) = \lim_{س \to ٠^+} ق(س)$ ، $\lim_{س \to ٠} ق(س)$ موجود ، $\therefore$ ق غير متصل عند س = ٠

١ $\lim_{س \to ١^+} ق(س) = \lim_{س \to ١^+} (٥س - ٣) = ٢ \neq ق(١) = ٤$

١ $\therefore$ ق غير متصل عند س = ١ (نظير)

١ من (أ) ، (ب) ، (ج) نستنتج أن ق غير متصل على $[-١ ، ١]$

ولكنه متصل على الفترة $[-١ ، ٠) \cup (٠ ، ١]$

أو ق متصل على $[-١ ، ٠) / \{٠\}$ ✗

إجابة السؤال الثالث: (٩ علامة)

١ أ- $\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٢س^٢ - ٣}{ق(س) - ٦} = \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س + ٣)}{ق(س) - ٦}$ (نهـ)

١ $= \lim_{س \to ١} \frac{(س + ٣)}{\frac{ق(س) - ٦}{س - ١}} \times (س - ١)$ = نهـ

١ $= \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

١+١ $\therefore \lim_{س \to ١} \left(\frac{س^٣ + ٢س^٢ - ٣}{ق(س) - ٦} + ب \right) = \lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٢س^٢ - ٣}{ق(س) - ٦} + \lim_{س \to ١} ب$

$= \frac{١}{٢} + ب = \frac{٣}{٢} \Leftarrow ب = ١$ ✗

ب- علامة

٢+١ $ق'(١) = \lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١} = \lim_{س \to ١} \frac{\frac{١}{\sqrt{س}} - ١}{س - ١}$

١ $= \lim_{س \to ١} \frac{١ - \sqrt{س}}{\sqrt{س}(س - ١)} = \lim_{س \to ١} \frac{١ - س}{\sqrt{س}(١ + \sqrt{س})(س - ١)}$

٢+١ $= \lim_{س \to ١} \frac{-(س - ١)}{\sqrt{س}(١ + \sqrt{س})(س - ١)} = \frac{-١}{٢}$ ✗

١ جـ- $(هـ \circ ق)'(س) = هـ'(ق(س)) \times ق'(س)$

رقم الصفحة في الكتاب

$\therefore (هـ \circ و)'(\frac{\pi}{4}) = هـ'(و(\frac{\pi}{4})) \times و'(\frac{\pi}{4}) = هـ'(2) \times و'(\frac{\pi}{4})$

لكن $هـ'(س) = \frac{-4}{(2س+1)^2} \Leftarrow هـ'(2) = \frac{-4}{25}$

، $و(س) = 2ظا س \Leftarrow و'(\frac{\pi}{4}) = 2ق^2(\frac{\pi}{4}) = 2 \times (\sqrt{2})^2 = 4$

$\therefore (هـ \circ و)'(\frac{\pi}{4}) = -\frac{4}{25} \times 4 = -\frac{16}{25} = \frac{8}{25}$

$\Leftarrow ب = 1$ ✗

إجابة السؤال الرابع : (علامة)

$ك(س) = هـ(س) \times و(س)$

$ك'(س) = هـ(س) \times و'(س) + و(س) \times هـ'(س)$

$ك'(2) = هـ(2) \times و'(2) + و(2) \times هـ'(2)$

$هـ(س) = \frac{1}{5}(س^2 - 3س + 1)^{\frac{5}{3}} \times (3س - 3)$

$\therefore هـ'(2) = \frac{1}{5} \times 8 \times 1 = \frac{8}{5}$

$\therefore ك'(2) = 1 \times 1 + 3 \times \frac{8}{5} = \frac{19}{5}$ ✗

ب ـ

نفرض أن الجسمين يكونان على بعد أقل ارتفاع بعد ثانية من انطلاقهما وعندها تكون $ف_1(ن) = 5ن^2$ ،

$ف_2(ن) = 60ن - 5ن^2$

$ف_1(ن) + ف_2(ن) = 40$

$\therefore 5ن^2 + 60ن - 5ن^2 = 40 \Leftarrow ن = 4$ ثانية

سرعة الجسم الأول $ع_1 = ف_1'(ن) = 10ن \Leftarrow ع_1 = 40$ م/ث

سرعة الجسم الثاني $ع_2 = ف_2'(ن) = 60 - 10ن \Leftarrow ع_2 = 20$ م/ث

ـ ـ $هـ(س) = س - جا س$ ، $س \in [0، \frac{\pi}{2}]$

بما أن المعدل في الماس عند النقاط المطلوبة يوازي محور الصادات ∴ الماس عندها يوازي محور السينات ،

أي أن الماس عند هذه النقاط أفقي $\Leftarrow هـ'(س) = 0$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$\because$ $\frac{\pi}{12}$ ، $\frac{\pi}{3}$ $\in$ $]0, \frac{\pi}{2}[$ حيث θ ( ) $= 2 - 4$ جتا^2 س

نضع ع $=$ جتا س $\Leftarrow$ ع$^2 = \frac{1}{4}$

$\Leftarrow$ ع $= \frac{1}{2}$

$\Leftarrow$ س $= \frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$

$\Leftarrow$ س $= \frac{\pi}{12}$ ، $\frac{5\pi}{12}$

لكن معادلة المماس عند س $= \frac{\pi}{12}$

$\therefore$ ميل المماس الصادي طزم المنحنى $= \theta'\left(\frac{\pi}{12}\right) = -4 \times$ جا $\frac{\pi}{6} = -2$

$\therefore$ معادلة المماس ص $= -2$ س $+ \frac{\pi}{6}$

إجابة السؤال الخامس: (١٤ علامة)

أ- ص $=$ جتا س $\Rightarrow$ نأخذ الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

$\therefore$ ص$'$ $=$ ($-$ جا س) $\times$ ص$'$ $\Rightarrow$ ص$'$ $=$ $-$ ص جا س

$\therefore$ ص$''$ $=$ ($-$ جا س) $\times$ ص$'$ $+$ (ص$'$) ($-$ جتا س) $\times$ ص

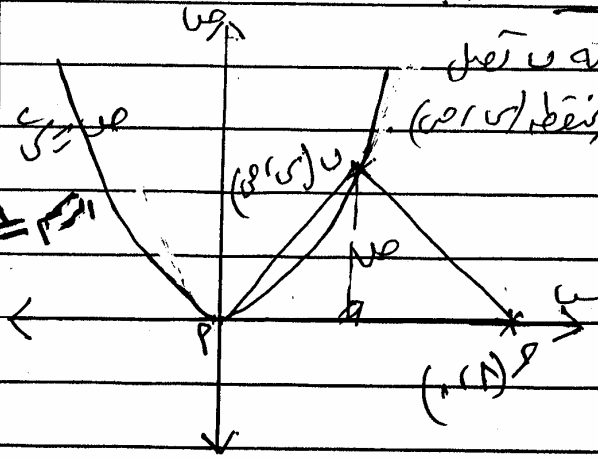
$\therefore$ ص$''$ $=$ $-$ ص جا^2 س $-$ (ص$'$)^2 جتا س بالتعويض عن ص$'$ عما يساويها نجد أن

$\therefore$ ص$''$ $+$ ص جا^2 س $=$ $-$ (ص$'$)^2 جتا س

$\therefore$ ص$''$ (١ $+$ جا^2 س) $=$ $-$ (ص$'$)^2 جتا س بالقسمة على (١ $+$ جا^2 س)

$\therefore$ (ص$'$)^2 $= \frac{-\text{ص}''(1 + \text{جا}^2 \text{س})}{\text{جتا س}}$

ب- نفرض أن النقطة المتحركة ب تصل بعد زمن قدره ٨ ثانية إلى النقطة (٤ ، ٨).



$\frac{\text{ع م}}{\text{ع ن}} = \frac{\text{ع ص}}{\text{ع س}}$ $\Rightarrow$ $\frac{\text{ع م}}{2} = \frac{8}{4}$

$\frac{\text{ع م}}{\text{ع ن}} = ?$ عندما ن $=$ ٨ ثانية

ع م $= \frac{8 \times \text{ع ص}}{4} = 2$ ع ص

لكن ص $=$ س^2

$\therefore$ م $= 4$ ع س $\Leftarrow$ $\frac{\text{ع م}}{\text{ع ن}} = 8 \times \frac{\text{ع س}}{\text{ع ن}}$

رقم الصفحة في الكتاب

عندما ن = ٤ ثانية فإن س = ٢ × ٤ = ٨ وحدات

ع = ٨ × ٤ × ٤ = ٦٤ وحدة مربعة / ث

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

إجابة السؤال السادس: (١٨ علامة)

أ - ق(س) = س³ - ٦س² + ٩س + ٢ ، س ∈ [٠ ، ٤]

١) ق متصل على [٠ ، ٤] لأنه كثير حدود

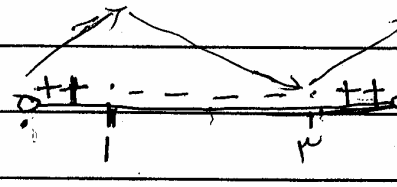
ق قابل للاشتقاق على (٠ ، ٤) حيث ق'(س) = ٣س² - ١٢س + ٩

نضع ق'(س) = ٠

⇐ ٣س² - ١٢س + ٩ = ٠ ⇐ س² - ٤س + ٣ = ٠

⇐ (س - ٣)(س - ١) = ٠

⇐ س = ٣ ، ١



من جدول إشارة ق'(س)

نجد أن ق'(س) < ٠ ∀ س ∈ (٠ ، ١) ∪ (٣ ، ٤)

∴ ق متزايد على [٠ ، ١] ، [٣ ، ٤]

ب) بما أن ق متصل على [٠ ، ٤] ∴ فإن ق تقبل القيم العظمى المطلقة والصغرى المطلقة عند نقاط في [٠ ، ٤] وتحدث عند نقاط حرجة.

ق(١) فنتج أنه يوجد للاقتران ق نقط حرجة عندما

س = ٠ ، ١ ، ٣ ، ٤

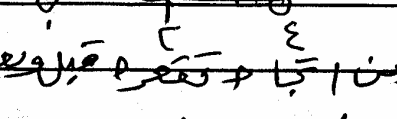
ق(٠) = ٤ ، ق(١) = ٦ ، ق(٣) = ٢ ، ق(٤) = ٦

من هذا نلاحظ أن للاقتران ق قيمة عظمى مطلقة هي ٦ وتحدث عندما س = ١ ، ٤

وقيمة صغرى مطلقة هي ٢ وتحدث عندما س = ٣

ج) ق(س) = ٦س - ١٢

نضع ق(س) = ٠ ⇐ س = ٢



نلاحظ أن ق متصل عند س = ٢ ويتغير من إشارة (-) قبل ٢ إلى (+) بعد ٢

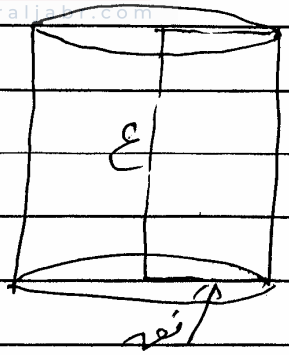
∴ يوجد للاقتران ق نقطة انعطاف عند س = ٢

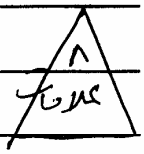
رقم الصفحة في الكتاب

∴ احداثيات نقطة الانطلاق $(ك، ٥، ٥) = (٤، ٥، ٥)$ ✗✗

ب- نفرض أن نصف قطر قاعدة المخروط = نق وارتفاعها = ع

ومجموع طوليهما = ٢٢ سم





$ع = ٢\pi$ نق ع

$ع + ٢\pi$ نق = ٢٢ ⟸ ع = ٢٢ − ٢π نق

$ح = \frac{١}{٣}\pi$ نق^٢ ع = $\frac{١}{٣}\pi$ نق^٢ (٢٢ − ٢π نق) = ٢٢π نق^٢ − ٢π نق^٣

$\frac{د ح}{د نق} = ٤٤\pi$ نق − ٦π نق^٢

نضع $\frac{د ح}{د نق} = ٠$

∴ ٤٤π نق − ٦π نق^٢ = ٠

∴ ٦π نق (٧ − π نق) = ٠

⟸ نق = ٠ أو $\frac{٧}{\pi}$

مرفوض

$\frac{د ح}{د نق} = ٤٤\pi$ نق − ٦π نق^٢

∴ $\frac{د ح}{د نق}$ | نق = $\frac{٧}{\pi}$ = ٤٤ × $\frac{٧}{\pi}$ − ٦ × $\frac{٤٩}{\pi^٢}$ × π

= ١٥٤ − $\frac{٢٩٤}{\pi}$

= ١٥٤ − ٩٣٫٦ = ٦٠٫٤ > ٠

∴ الحجم ح يحدث عندما نق = $\frac{٧}{\pi}$ سم وعندها

ع = ٢٢ − ٢ × $\frac{٧}{\pi}$ = $\frac{١٤}{\pi}$ سم

∴ الحجم يزداد طوالما ع = $\frac{١٤}{\pi}$ سم ✗✗

انتهت الاجابة

بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

١
1212-a
٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الدورة الصيفية لعام ٢٠٠٩

(وثيقة محمية)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

د س ٢

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ : ٢

الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني) — اليوم والتاريخ : السبت ٢٠٠٩/٦/٢٧

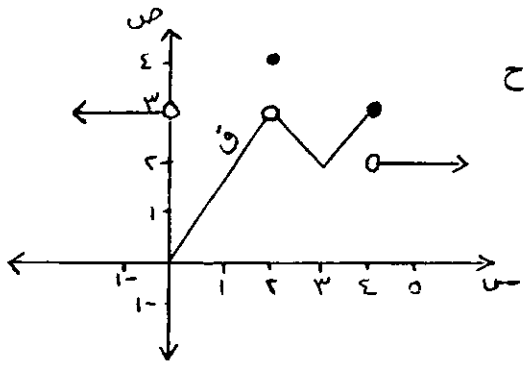
ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٢ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (٦) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.

انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

(١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح



فإن مجموعة قيم أ حيث نهـــا ق (س) = ٣ هي :
س ← أ

أ) $(-\infty ، ٠] \cup \{٢\}$ — ب) $(-\infty ، ٠) \cup \{٢\}$

ج) $(-\infty ، ٠) \cup \{٢ ، ٤\}$ — د) $(-\infty ، ٠] \cup \{٢ ، ٤\}$

(٢) إذا كان ق (س) = $\frac{\text{جتا} (\frac{\pi}{٢} - س)}{س}$ فجد نهـــا ق (س)
س ← ٠

أ) ١ — ب) -١ — ج) غير موجودة — د) صفر

(٣) إذا كان ق اقتراناً متصلاً عند س = ٤ ، وكان ٣ ق (٤) = ٦ ، وكانت نهـــا ق (س) = ٤ ب
س ← ٤+
فإن قيمة الثابت ب =

أ) $\frac{٣}{٢}$ — ب) ٢ — ج) $\frac{١}{٢}$ — د) -٢

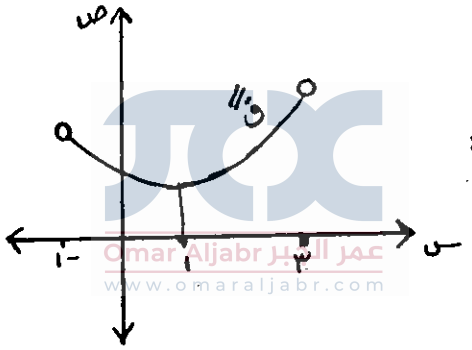
(٤) إذا كان ق (س) = $\frac{\pi}{\text{قا س}}$ فإن ق$'$ $(\frac{\pi}{٦})$ =

أ) $\frac{٣\sqrt{٣}\ \pi}{٢}$ — ب) $-\frac{٣\sqrt{٣}\ \pi}{٢}$ — ج) $\frac{\pi}{٢}$ — د) $-\frac{\pi}{٢}$

(٥) إذا كان ق (س) = [س] × |س| حيث س ∈ (-٣ ، -٢) فإن ق$'$ $(-\frac{٥}{٢})$ =

أ) ٣ — ب) -٣ — ج) صفر — د) -٢

يتبع الصفحة الثانية ...



(٦) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى المشتقة الثانية للاقتران ق المتصل على [-١ ، ٣] فإن الاقتران قَ يكون متزايداً في الفترة :

أ) [-١ ، ٣]　　ب) (-١ ، ٣)

ج) (١ ، ٣)　　د) [١ ، ٣]

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ) جـد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{س^{٣}}{(١ - س^{٢})^{٢}} - \frac{(١ + س^{٢})^{٢}}{٤ - س^{٣}} \right)$ (٥ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} (٧ س^{٣} \text{ ظتا}^{٢}(٢س) \text{ قتا}(٥س))$ (٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \sqrt[٣]{س} + |س| & ، -٢ \leq س < ٠ \\ \frac{٤}{س + ١} & ، ٠ \leq س < ٣ \\ ٦ & ، س = ٣ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على [-٢ ، ٣] (٨ علامات)

السـؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كان هـ اقتران كثير حدود، وكانت $\lim_{س \to ٠} \left(\frac{هـ(س) + ٥}{س} \right) = \frac{١}{٢}$ ، وكانت

$\lim_{س \to ٠} (هـ(س) - ٥ + ٣ ب) = ٢$ فجـد قيمة الثابت ب (٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = س - $\sqrt{س}$ فجـد قَ (٤) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = ٢ ظتا س ، هـ (س) = أ س (س^{٢} - ٣)^{٣} ، وكان (هـ ○ ق)$'$ $\left(\frac{\pi}{٤}\right)$ = -٥٠

فجـد قيمة الثابت أ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان هـ (س) = $\sqrt[3]{س^{٤} - ٨ س - ١}$ ، ق (-١) = ٣ ، ق$'$ (-١) = ٢

وكان د (س) = $\frac{هـ (س)}{ق (س)}$ فجـد د$'$ (-١) (٦ علامات)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) أسقط شخص جسماً من نقطة على سطح بناية سقوطاً حراً بحيث أن المسافة بالأقدام التي يقطعها بعد ن ثانية هي ف$_{١}$ (ن) = ١٦ ن^{٢} ، وفي اللحظة نفسها رمى شخص ثانٍ جسماً عمودياً إلى أسفل بحيث أن المسافة بالأقدام التي يقطعها بعد ن ثانية هي ف$_{٢}$ (ن) = ٤٠ ن + ١٦ ن^{٢} ، فإذا ارتطم الجسم الأول بالأرض بعد ثانية واحدة من ارتطام الجسم الثاني بالأرض فجد :

(١) سرعة الجسم الثاني لحظة ارتطامه بالأرض.

(٢) ارتفاع البناية. (٧ علامات)

ج) إذا كان ص - س ص = جا س فأثبت أن ص$''$ + ص = $\frac{٢ ص'}{١ - س}$ (٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٥ علامة)

أ) إذا كان منحنيا الاقترانين ق (س) = س^{٢} + أ س + ب ، هـ (س) = س^{٣} - س^{٢} - س + جـ متماسان عند النقطة (-١ ، ٠) فجـد :

(١) قيمة كل من الثوابت أ ، ب ، جـ

(٢) معادلة المماس المشترك لمنحنيي الاقترانين ق ، هـ عند النقطة (-١ ، ٠) (٨ علامات)

ب) في لحظة ما كان طولا ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية ١٢ سم ، ١٦ سم ، فإذا كان طول الضلع الأول يزداد بمعدل ٢ سم/ث وطول الضلع الثاني ينقص بمعدل ١ سم/ث بحيث أن المثلث يبقى محافظاً على شكله، فجد معدل التغير في مساحة المثلث بعد ٢ ثانية من تلك اللحظة. (٧ علامات)

السـؤال السادس : (١٦ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{٤}$ س^{٤} - ٢ س^{٢} + ٣ حيث س $\ni$ (-∞ ، ٢) ، فجد كلاً مما يأتي :

(١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متناقصاً.

(٢) القيم القصوى المطلقة للاقتران ق (إن وجدت) **وبيّن** نوعها.

(٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق مقعراً للأسفل. (٩ علامات)

ب) مستطيل مساحته ١٦ سم^{٢} ، جد بعديه عندما يكون طول قطره أصغر ما يمكن. (٧ علامات)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٩ (الدورة الصيفية).

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفـرع : العلمي + المعلوماتية / المسار الثاني

مدة الامتحان : د ٣ س
التاريـــخ : ٢٧/٦/٢٠٠٩

Omar Al-Jabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

الإجابة النموذجية :	رقم الصفحة في الكتاب

إجابة السؤال الأول : (١٢ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦
رمز الإجابة الصحيحة	ب	أ	د	ج	أ	ب

لكل فقرة علامتان

إجابة السؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ- ١) $\lim_{س \to ٥} \left(\frac{س^{٣}}{(س-٥)^{٢}(٤-س)} - \frac{(١+ع)^{٢}}{٤-س^{٢}} \right)$ — ٥ علامات

$= \lim_{س \to ٥} \frac{س^{٣}(٤-س) - (١+ع)^{٢}(١-ع)^{٢}}{(٥-س)^{٢}(٤-س^{٢})}$ — ٥ علامات

$= \lim_{س \to ٥} \frac{(٤س^{٢} - س^{٣}) - (١-ع^{٢})^{٢}}{(٤-س^{٢})(٥-س)^{٢}}$ — ١

$= \lim_{س \to ٥} \frac{-س^{٣}}{-٢س} = \lim_{س \to ٥} \frac{س^{٢}}{٢}$ — ١

$= \frac{٢٥}{٢}$ — ١

ب) $\lim_{س \to ٠} \left(\frac{٧ \text{ظا}^{٣}س \text{ظتا}^{٢}س}{\text{جتا}س} \times \frac{١}{\text{جا}س} \right) = \lim_{س \to ٠} \left(٧ \times \frac{س}{\text{جا}س} \times \frac{س}{\text{جا}س} \times \frac{س}{\text{جا}س} \times \text{جتا}س \right)$ — ٥ علامات

$= ٧ \times ١ \times ١ \times ١ \times ١ = ٧$ — ١+٢

جـ- ١) إذا كانت $ص = ٢س^{٢} + |س|$ فإن $\frac{ص}{س} = ٢س + |س|$

∴ $\frac{ص}{س}$ متصل على $\mathbb{ح}$ ، $\frac{ص}{س}$ هو مجموع اقترانين كل منهما متصل على $\mathbb{ح}$ — ١

يتبع

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

ج) $(٣٢,٠)$ ق مجموعة القيم $= -١ \notin (٣٢,٠)$.

٣) نبحث اتصال ق عند $س = ٠$

$\text{نها}_{س \to ٠^+} ق(س) = \text{نها}_{س \to ٠^+} ٤ = ٤$

$\text{نها}_{س \to ٠^-} ق(س) = \text{نها}_{س \to ٠^-} (٢س^٢ + ١س + ١) = ١$

$\therefore \text{نها}_{س \to ٠^+} ق(س) \neq \text{نها}_{س \to ٠^-} ق(س)$ ، نها ق(س) غير موجودة

وبالتالي ق غير متصل عند $س = ٠$

٤) نبحث اتصال ق عند $س = ٣$ ومنها

$\text{نها}_{س \to ٣^+} ق(س) = \text{نها}_{س \to ٣^+} ٤ = ١$ ، $ق(٣) = ٦$

$\therefore \text{نها}_{س \to ٣} ق(س) \neq ق(٣)$ ∴ ق غير متصل عند

$س = ٣$ ومنها .

٥) نستنتج أنه ق متصل على $[-٣, ٣] / \{٠\}$ أو

نقول بأنه ق غير متصل على $[-٣, ٣]$ ولكنه متصل على $[-٣, ٠)$ و $(٠, ٣]$ ※

إجابة السؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) بما أنه هـ كثير حدود ∴ نها هـ(س) موجود دائماً لكل عدد حقيقي

$\text{نها}_{س \to ٠} (هـ(س) - ٥ + ٣س) = \text{نها}_{س \to ٠} هـ(س) - \text{نها}_{س \to ٠} ٥ + \text{نها}_{س \to ٠} ٣س$

$= \text{نها}_{س \to ٠} \left(\frac{هـ(س) - ٥ + (س)هـ}{س} \times س \right) - ٥ + ٣ \times ٠$

$= \text{نها}_{س \to ٠} \left(\frac{هـ(س) - ٥ + ٥}{س} \times س \right) - ٥ + ٣ \times ٠$

$= ٠ \times ١ - ٥ + ٥ = ٣ \times ٠ = ٢$

$\Leftarrow ٣ب = ١٢ \Leftarrow ب = ٤$ ※

ب) $ق(٤) = \text{نها}_{س \to ٤} \frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤} = \text{نها}_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س - ٢} - ٢}{س - ٤}$

$= \text{نها}_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{(س - ٤)(\sqrt{س - ٢} + ٢)} = \text{نها}_{س \to ٤} \frac{(س - ٤)(س - ٤ + ٧س)}{(س - ٤)(س - ٤ + ٧س)}$

$= \text{نها}_{س \to ٤} \frac{س^٢ - ٤س + ٤ - س}{(س - ٤)(س - ٤ + ٧س)} = \text{نها}_{س \to ٤} \frac{(س - ٤)(س - ١)}{(س - ٤)(س - ٤ + ٧س)} =$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$\lim_{س \to 1} \frac{(س-1)}{س^{\frac{4}{3}} - 7س + 6} = \frac{3}{4}$ ✻

ملاحظة : تراعى الحلول الصحيحة الأخرى .

علامات ٧

د) $(ه \circ و)'(\frac{\pi}{4}) = ه'(و(\frac{\pi}{4})) \times و'(\frac{\pi}{4})$

$= ه'(2) \times و'(\frac{\pi}{4})$

$و'(س) = 2س \times 3(س^2 - 3)^2 \times 2س + (س^2 - 3)^3 \times 2$

$ه'(2) = 2 \times 12 \times 1 + 8 = 32$

$و(س) = -2 \cos س \Rightarrow و'(\frac{\pi}{4}) = -2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$

$\therefore (ه \circ و)'(\frac{\pi}{4}) = 32 \times -\sqrt{2} = -32\sqrt{2}$

$\Leftarrow أ = \frac{-32\sqrt{2}}{-16\sqrt{2}} = 2$ ✻

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

علامات ٦

أ) $د'(-1) = \frac{و(-1) \times ه'(-1) - ه(-1) \times و'(-1)}{(و(-1))^2} = \frac{3 ه(-1) - 2 ه(-1)}{9}$

$ه'(س) = \frac{1}{3}(س^4 - 8س - 1)^{-\frac{2}{3}}(4س^3 - 8)$

$\therefore ه'(-1) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times -12 = -1$

$\therefore د'(-1) = \frac{3 \times -1 - 2 \times 3}{9} = -\frac{9}{9}$ ✻

علامات ٧

ب) نفرض أن الزمن الذي استغرقه الجسم الثاني = ن ∴ الزمن الذي استغرقه الجسم الأول = ن + ١ ∴ ف(ن+١) = ١٦(ن+١)^٢ = ١٦ن^٢ + ٣٢ن + ١٦

ف(ن) = ٤ن^٢ + ١٦ن وبما أن المسافة المقطوعة في ن ثانية هي نفسها من الجسم الثاني

∴ ١٦ن^٢ + ٣٢ن + ١٦ = ٤٠ن + ١٦ن^٢

∴ ٨ن = ١٦ ⇐ ن = ٢ ثانية الزمن الذي استغرقه الجسم الثاني

ع = $\frac{ف_2 - ف_1}{ن_2 - ن_1}$ ⇐ ع = $\frac{٤٠ن + ١٦ن^2}{ن}$ = ٤٠ + ١٦ن = ٤٠ + ٣٢ = ٧٢ قدم/ث

سرعة الجسم الثاني لحظة ارتطامها بالأرض

ف = ١٦ × ٩ = ١٤٤ قدم .

أو ارتفاع البناء = $\frac{1}{2} \times 32 \times 3^2$ = ١٤٤ قدم ✻

يتبع ←

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr جبر عمر
www.omaraljabr.com

ح) $ص - س ص = هـ س$ نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة للمتغير س

$\therefore ص' - (س \times ص' + ص \times 1) = هـ س$ (٢ علامة)

$\therefore ص' - س ص' - ص = هـ س$ نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

$\therefore ص'' - (س \times ص'' + ص' \times 1) - ص' = -هـ س$

$\therefore ص'' - س ص'' - ٢ ص' = -هـ س$ لكن $هـ س = ص - س ص'$ ٢

$\therefore ص''(١ - س) - ٢ ص' = س ص - ص = ص(س - ١)$ ١

$\therefore ص''(١ - س) - ٢ ص' = -ص(١ - س)$ نقسم الطرفين على $(١ - س)$ ١

$\therefore ص'' - \frac{٢ ص'}{١ - س} = -ص$ وبإضافة $ص + \frac{٢ ص'}{١ - س}$ للطرفين

$\therefore ص'' + ص = \frac{٢ ص'}{١ - س}$ ١

إجابة السؤال الخامس: (٥ علامة)

أ) بما أنه منحنى الاقتران مماس لـ $ص$ عند $(-١، ٠)$

$\therefore هـ(-١) = ١ - ٢ + ب = ٠ \Leftarrow ب - ٢ = -١ \quad ---(١)$ ١ (١ علامة)

$هـ'(س) = ٣ س^٢ + ٢ س + ب \Leftarrow هـ'(-١) = ٣ - ٢ + ب = ٤$ ١

$هـ(-١) = -١ + ١ - ١ + د = ٠ \Leftarrow د = ١$ ١

كذلك ميل منحنى $هـ$ = ميل منحنى $هـ$ عند $(-١، ٠)$

$هـ'(س) = ٢ س + ٢ \Leftarrow هـ'(-١) = -٢ + ٢$ ١

$هـ'(س) = ٣ س^٢ + ٢ س + ب \Leftarrow هـ'(-١) = ٣ - ٢ + ب = ٤$ ١

لكن $هـ'(-١) = هـ'(-١)$ $\therefore -٢ + ٢ = ٤ \Leftarrow ٢ = ٦$ ١

وبالتعويض في (١) ينتج $ب - ٦ = -١ \Leftarrow ب = ٥$ ١

ميل المماس $= هـ'(-١) = هـ'(-١) = ٤$ ١

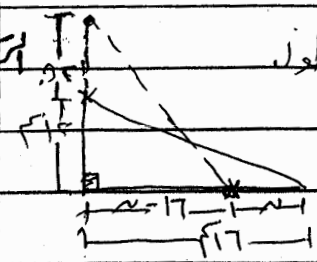
معادلة المماس هي $ص - ٠ = ٤(س + ١)$ عند $(-١، ٠)$ عند $س = -١$ ١

$\therefore ص = ٤(س + ١)$ ١

ب) بعد زمن قدره $ن$ من تلك اللحظة يصبح طول الضلع الأول $= ١٢ + ٢ن$ كم ١

وطول الضلع الثاني $١٦ - ن$ ١

نفرض أن $م$ = المسافة بعد زمن قدره $ن$



رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

$\therefore ح = \frac{1}{2}(16-ن)(12+ن^2)$

$= (16-ن)(6+ن) = 96+10ن-ن^2$

$\frac{ح}{ن} = 10-2ن$

$\frac{ح}{ن}|_{ن=2}$ $= 10-2\times2 = 6$ م/ث ✳

إجابة السؤال السادس: (16 علامة)

أ) $ق$ متصل على $(-\infty، 2)$ لأنه على صورة كثير حدود

$ق$ قابل للاشتقاق على $(-\infty، 2)$ حيث $ق(س) = س^3 - 3س^2$

نضع $ق(س) = 0$ $\therefore س(س-3) = 0$

$\Leftarrow س(س-3)(س+2) = 0$ $\Leftarrow س = 0، 3، -2$

ولكن $3 \notin (-\infty، 2)$ $\therefore س = 0، -2$ فقط

نلاحظ أن $ق'(س) < 0$ على $(-\infty، -2)$ و $(0، 2)$

$ق'(س)$: $-$ عند -2، $+$ عند 0، $-$ عند 2

$\therefore ق$ متناقص في الفترتين $[-\infty، -2]$ و $[0، 2]$

ب- نلاحظ أنه لا يوجد نقطة حرجة عندما $س = -2$

$س = 0$

$ق(0) = 3$ وهي قيمة عظمى محلية

$ق(-2) = -1$ وهي قيمة صغرى محلية

من الخط المرسوم نلاحظ أنه لا توجد قيمة عظمى مطلقة للاقتران

ولكن توجد للاقتران قيمة صغرى مطلقة هي $ق(-2) = -1$

ج- $ق(س) = 3س^2 - ع$

نضع $ق'(س) = 0$ $\Leftarrow 3س^2 - ع = 0$ $\Leftarrow س = \pm\sqrt{\frac{ع}{3}}$

$ق'(س)$: $+$ عند $-\sqrt{\frac{ع}{3}}$، $-$ عند $\sqrt{\frac{ع}{3}}$

من الخط نلاحظ أن $ق$ تزايدية على $(-\infty، -\sqrt{\frac{ع}{3}})$ و $(\sqrt{\frac{ع}{3}}، \infty)$

$\therefore$ يوجد $ق$ مقعر لأسفل على $[-\sqrt{\frac{ع}{3}}، \sqrt{\frac{ع}{3}}]$ ✳

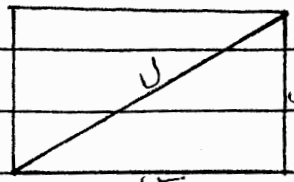
يتبع ←

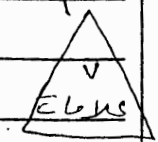
رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) نفرض أن طول المستطيل = س سم

وعرضه = ص سم وطول قطره = ل سم





$س ص = ١٦ \Leftarrow ص = \frac{١٦}{س}$

$ل^{٢} = س^{٢} + ص^{٢}$

$\Leftarrow ل = \sqrt{س^{٢} + \frac{٢٥٦}{س^{٢}}} = (س^{٢} + \frac{٢٥٦}{س^{٢}})^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{د ل}{د س} = \frac{١}{٢}(س^{٢} + \frac{٢٥٦}{س^{٢}})^{-\frac{١}{٢}} \times (٢س - \frac{٥١٢}{س^{٣}}) = \frac{(س - \frac{٢٥٦}{س^{٣}})}{\sqrt{س^{٢} + \frac{٢٥٦}{س^{٢}}}}$

نضع $\frac{د ل}{د س} = ٠$

$\Leftarrow س - \frac{٢٥٦}{س^{٣}} = صفر \Leftarrow س^{٤} - ٢٥٦ = ٠$

$\Leftarrow س = ٤$ سم

$\frac{د^{٢} ل}{د س^{٢}} = (س^{٢} + \frac{٢٥٦}{س^{٢}})^{-\frac{١}{٢}}(١ + \frac{٧٦٨}{س^{٤}}) - (س - \frac{٢٥٦}{س^{٣}}) \times$ مشتقة المقام

$\frac{د^{٢} ل}{د س^{٢}}|_{س=٤} = \frac{\sqrt{٣٢} \times (٤) - (٤ - ٤) \times$ مشتقة المقام$}{٣٢} = \frac{\sqrt{٣٢}}{٤} > ٠$

∴ أصغر قيمة لطول القطر تحدث عندما س = ٤ سم

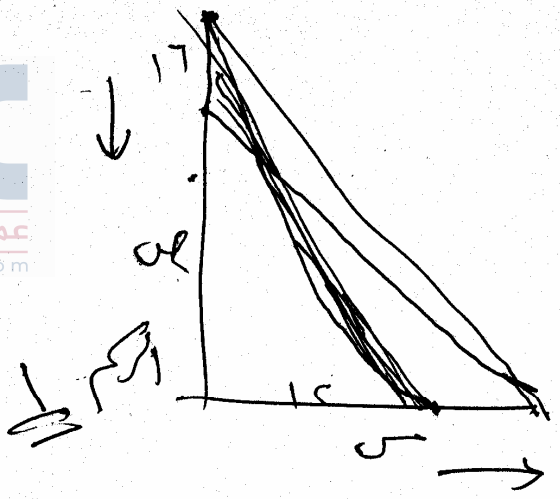
$\Leftarrow ص = \frac{١٦}{٤} = ٤$ سم .

∴ بعدي المستطيل عندما يكون طول قطره أصغر ما يمكن هو

الطول = ٤ سم ، العرض = ٤ سم

انتهت الاجابات

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com



$$\begin{cases} \hat{ن}/\text{ك}_{\text{ط}} = \frac{\text{ك}_{\text{س}}}{\text{ك}_{\text{ن}}} \\ \hat{ن}/\text{ك}_{\text{ل}} = -\frac{\text{ك}_{\text{ص}}}{\text{ك}_{\text{ن}}} \end{cases}$$

$$\text{م} = (\text{ص} \times \text{ن})^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{\text{ك}_{\text{ل}}}{\text{ك}_{\text{ن}}} \text{ص} + \frac{\text{ك}_{\text{م}}}{\text{ك}_{\text{ن}}} \times \text{ن}\right) \frac{1}{2} = \frac{\text{ك}_{\text{م}}}{\text{ك}_{\text{ن}}}$$

بس $\hat{ن}$ ج = ١

$$\begin{cases} \text{س} = 16 \\ \text{ص} = 14 \end{cases}$$

$$\left(2 \times 14 + 1 - \times 16\right) \frac{1}{2} = \left| \frac{\text{ك}_{\text{م}}}{\text{ك}_{\text{ن}}} \right|_{\hat{ن}\text{ج}=1}$$

$$\hat{ن}/\text{ك}_{\text{م}} = (16)^{\frac{1}{2}} =$$

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

عمر الجبر Omar Al-Jabr
www.omaraljabr.com

١
١

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٠ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ : ٢

الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢) — اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٠/١/١٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٨ علامة)

أ) جد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to -\infty} \left(\left(\frac{١ - س}{١ + س^{٢}} \right)^{-١} - \left(\frac{٥ + س^{٤}}{س^{٢} - س^{٣}} \right) \right)$ (٤ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا س - جا س}{س^{٣}}$ (٦ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{أ}{س} + س^{٢} & ، \ ٠ < س \leq ٢ \\ [س] + ٣ & ، \ ٢ < س < ٣ \\ ٧ & ، \ س = ٣ \end{cases}$ وكان ق متصلاً عند س = ٢

فأجب عما يأتي :

١) جد قيمة الثابت أ

٢) ابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة (٠ ، ٣] (٨ علامات)

السؤال الثاني : (١٧ علامة)

أ) إذا كان ق اقتران كثير حدود ، وكانت $\lim_{س \to ٣} \frac{ق (س) + ٥}{س - ٣} = ٤$ ،

وكانت $\lim_{س \to ٣} (ق (س) - ٢ س + ٣ ب) = ٧$ ، فجد قيمة الثابت ب (٥ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

ب) إذا كان ق (س) = $\frac{1}{3}$ س^{3} − س^{2} + ٢ حيث س ∈ [−٢ ، ٣] فجد كلاً مما يأتي :

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق متزايداً.

٢) القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيّن نوعها.

٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعراً للأعلى.

٤) زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وجدت). (١٢ علامة)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = ٣√س + $\frac{1}{س}$ فجد قَ(١) باستخدام تعريف المشتقة. (٦ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = ٣ ظا٢س ، هـ (س) = $\frac{٢ س}{س^{2} + ١}$ ، فجد (هـ ○ ق)َ ($\frac{\pi}{٨}$) (٧ علامات)

ج) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران هـ (س) = س^{2} − ٤ س + ٣ بحيث يكون المماس عند نقطة التماس عمودياً على المستقيم ٦ ص − ٣ س − ٥ = ٠ (٧ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، فإذا كانت المسافة بالأقدام التي يقطعها الجسم بعد ن ثانية من بدء حركته تعطى بالاقتران ف (ن) = ٦٤ ن − ١٦ ن^{2} أثبت أن الجسم يفقد نصف سرعته الابتدائية على ارتفاع (٤٨) قدم . (٧ علامات)

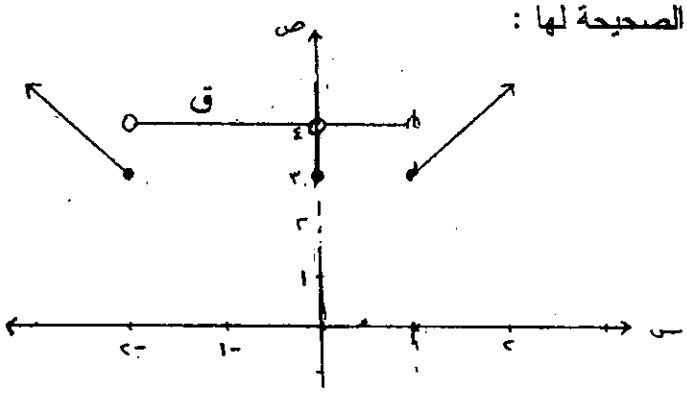
ب) إذا كان ق (س) = √(٣ + جا س + جتا س) ، هَ (٠) = −١ ، هـ (٠) = ٢

وكان د (س) = هـ (س) × ق (س) فجد دَ (٠) (٦ علامات)

ج) يُضخ غاز داخل بالون كروي بمعدل (١٢٥) سم^{3} / ث . جد معدل الزيادة في مساحة سطح البالون عندما يكون طول قطر البالون (١٠) سم . (٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٢ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٦) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :



) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح ، فإن مجموعة قيم أ بحيث تكون نهـــا ق (س) = ٣ هي :
س ← أ+

آ) { ١ } ب) {١ ، −٢}

{٠ ، ١} د) {١ ، ٠ ، −٢}

يتبع الصفحة الثالثة ...

٢) إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند س = ٢ ، وكان ٣ ق (٢) = ٩ ، وكانت نهـــــا ل ق (س) = ٤
س ← ٢
فإن قيمة الثابت ل تساوي :

أ) ١ ب) $\frac{٤}{٣}$ ج) $\frac{٤}{٩}$ د) $\frac{٢}{٣}$

إذا كان ق (س) = $\frac{\text{جا}(\pi٢ - ٢\text{ س})}{-٥\text{ س}}$ فجـد نهـــــا ق (س) :
س ← ٠

أ) $-\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{٢}{٥}$ ج) صفر د) غير موجودة

٤) إذا كان ق (س) = [س + ٧] – [س] + | ٢ س | حيث س ∋ (-٥ ، -١) فجـد قَ (-٣) :

أ) ٢ ب) غير موجودة ج) ١٣ د) -٢

٥) إذا كانت ص = $\frac{٢ - \text{جتا}\frac{\pi}{٢}}{\text{جتا س}}$ فإن $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ =

أ) صفر ب) قـاس ظـاس ج) ٢ قـاس ظـاس د) -٢ قـاس ظـاس

٦) إذا كان ق معرفاً على [١ ، ٥] وكان قَ (س) = ٢ س – ١ حيث س ∋ (١ ، ٥) ، فإن مجموعة قيم س التي يكون للاقتران ق عند كل منها نقطة حرجة هي :

أ) { $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٥} ب) {١ ، ٥} ج) { ١ } د) { $\frac{١}{٢}$ ، ١}

السـؤال السادس : (١٣ علامة)

أ) إذا كان الإنتاج اليومي لمصنع حديد ص طناً من نوع الحديد الجيد ، س طناً من نوع الحديد الأقل جودة ، فإذا كانت ص = $\frac{٤٠ - ٥\text{ س}}{١٠ - \text{س}}$ ، س ≠ ١٠ ، وكان سعر الطن من الحديد الجيد يساوي مثلي سعر الطن من الحديد الأقل جودة. فجـد الكمية التي ينتجها المصنع يومياً من كل نوع حتى يحقق أكبر إيراد.
(٧ علامات)

ب) إذا كان جتـا ص ـ س ص = ٢ س ، فأثبت أن :
صَ (س + جـا ص) + صَ (٢ + صَ جتـا ص) = صفر (٦ علامات)

(انتهت الأسئلة)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٠ (الدورة الشتوية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفـرع : العلمي + الادارة المعلوماتية / المسار

مدة الامتحان : س ٢ — د

التاريـــخ : ١ / ١ / ٢٠١٠

Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

الإجابة النموذجية : (١)	رقم الصفحة في الكتاب
اجابة السؤال الأول : (١٨ علامة)	
أ- (١) $\text{نها}_{س \to \infty} \left(\frac{1-س}{1+س}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{٥+س^٤}{س^٣-س^٢}\right)$	
$= \text{نها}_{س \to \infty} \left(\frac{1+س}{1-س}\right) \left(\frac{٥+س^٤}{س^٢(1-س)}\right)$ (١٠ علامات)	١
$= \text{نها}_{س \to \infty} \frac{س^٢(1+س)-٥-س^٤}{س^٢(1-س)} = \text{نها}_{س \to \infty} \frac{-٥}{س^٣-س^٢}$	١
$= \text{نها}_{س \to \infty} \frac{س}{س^٣-س^٢} = \text{نها}_{س \to \infty} \frac{1}{س} = \frac{1}{\infty} =$ صفر ✻✻	١+١
(٢) $\text{نها}_{س \to ٠} \frac{ظا س - جا س}{س^٣} = \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\frac{جا س}{جتا س} - جا س}{س^٣}$	١
$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{جا س - جا س جتا س}{س^٣ جتا س} = \text{نها}_{س \to ٠} \frac{جا س(1-جتا س)}{س^٣ جتا س}$	١
$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{جا س(1-جتا س)(1+جتا س)}{س^٣ جتا س(1+جتا س)} = \text{نها}_{س \to ٠} \frac{جا س \times (1-جتا^٢ س)}{س^٣ جتا س(1+جتا س)}$	١
$= \text{نها}_{س \to ٠} \left(\frac{جا س}{س} \times \frac{جا س}{س} \times \frac{جا س}{س} \times \frac{1}{جتا س(1+جتا س)}\right)$	١
$= 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ✻✻	١+١
ب - (١) بما أن $هـ$ متصل عند $س = ٢$ ∴ $\text{نها}_{س \to ٢} هـ(س) = هـ(٢)$	١
$\text{نها}_{س \to ٢^+} هـ(س) = \text{نها}_{س \to ٢^+} [س] + ٣ = ٥$ (٨ علامات)	١
$\text{نها}_{س \to ٢^-} هـ(س) = \text{نها}_{س \to ٢^-} (أ س^٢ + ب س) = ٤أ + ٢ب$	١
ولكن $\text{نها}_{س \to ٢^-} هـ(س) = \text{نها}_{س \to ٢^+} هـ(س)$	
∴ $٤أ + ٢ب = ٥ \Leftarrow$ ✻✻	١

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

تابع اجابة السؤال الأول / فرع ب

ج) $هـ(س) = \begin{cases} \frac{س^2}{5} + ب س & ، س \leq 2 \\ 5 & ، 2 < س < 3 \\ 7 & ، س = 3 \end{cases}$

(أ) إذا كانت $س < 2$ فإن $هـ(س) = \frac{س^2}{5} + ب س$

$\therefore$ هـ متصل على $]-\infty, 2[$ لأنه مجموع اقترانين كل منهما متصل على $]-\infty, 2[$ ١

وكذلك هـ متصل عند $س = 2$ (معطى السؤال)

(ب) إذا كانت $2 < س < 3$ فإن $هـ(س) = 5$ وهذا أبسط اقتران

$\therefore$ هـ متصل على $]2, 3[$ لأنه على صورة كثير حدود ١

(ج) نبحث اتصال الاقتران هـ عند $س = 3$ من اليسار

$نهـا_{س \to 3^-} هـ(س) = نهـا_{س \to 3^-} 5 = 5$ ولكن $هـ(3) = 7$

$\therefore نهـا_{س \to 3^-} هـ(س) \neq هـ(3)$ $\therefore$ هـ غير متصل عند $س = 3$ من اليسار ١

$\therefore$ هـ غير متصل على $]2, 3]$ ولكنه متصل على $]2, 3[$ ✗ ١

إجابة السؤال الثاني: (٧ علامات)

أ) $\because نهـا_{س \to 3} \frac{هـ(س) + 5}{س - 3}$ موجودة كعدد حقيقي

$\therefore (س - 3)$ عامل من عوامل $ل(س) = هـ(س) + 5$ ١

$\therefore ل(3) = 0 \Leftarrow هـ(3) + 5 = 0$ ١

$\therefore هـ(3) = -5$

وبما أنه هـ اقتران كثير حدود $\therefore$ هـ متصل عند $س = 3$

$\therefore نهـا_{س \to 3} هـ(س) = هـ(3) = -5$ ١

ولكن $نهـا_{س \to 3} (هـ(س) - ح س^2 + ب س^3) = 7$

$\therefore نهـا_{س \to 3} هـ(س) - نهـا_{س \to 3} ح س^2 + نهـا_{س \to 3} ب س^3 = 7$

$\therefore -5 - 6 ح + 3 ب = 7 \Leftarrow 3 ب - 6 ح = 12$ ١

$\Leftarrow ب = ح + 4$ ✗ ١

ب) $هـ(س) = \frac{1}{3} س^3 - ح س^2 + س$ ، $س \in [-2, 3]$

هـ متصل على $[-2, 3]$ لأنه على صورة كثير حدود ١

هـ قابل للاشتقاق على $]-2, 3[$ حيث $هـ(س) = س^2 - 2ح س + 1$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

تابع اجابة السؤال الثاني / فرع ب .

نضع $ق'(س) = ٠ \Leftarrow س(س-٢) = ٠ \Leftarrow س^٢ - ٢س = ٠$

$\Leftarrow س = ٠ ، ٢$

من جدول اشارة $ق'(س)$ نجد أن

$ق(س) > ٠ \quad \forall س \in (-\infty ، ٠) \cup (٢ ، ٣)$

$\therefore$ ق متزايدة على $[-\infty ، ٠]$ و $[٢ ، ٣)$ ✗

(ج) نجد النقاط الحرجة للاقتران ق وهو لوقوع القيم القصوى عند نقاط حرجة . من جدول اشارة $ق'(س)$ نجد أن النقاط الحرجة للاقتران ق هو عند $س = -٢ ، ٠ ، ٢$

$ق(-٢) = -\frac{٨}{٣} - ٤ + ٢ = -\frac{٤}{٣}$

$ق(٠) = ٢$

$ق(٢) = -\frac{٨}{٣} + ٤ + ٢ = \frac{١٤}{٣}$

ونلاحظ أن قيم ق تقترب من $-\infty$ عندما $س \to -٣$ ولذلك فإن $س = -٣$

$\therefore$ القيمة العظمى المطلقة للاقتران ق هي ٢ وتحدث عندما $س = ٠$

والقيمة الصغرى المطلقة للاقتران ق هي $-\frac{٤}{٣}$ وتحدث عندما $س = ٢$ ✗

(د) $ق(س) = ٢س - ٢$ حيث $س \in (-٣ ، ٣)$

نضع $ق'(س) = ٠ \Leftarrow ٢س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ١$

من جدول اشارة $ق'(س)$ نجد

أن $ق(س) > ٠ \quad \forall س \in (١ ، ٣)$

$\therefore$ ق متزايدة على $[١ ، ٣)$ ✗

(هـ) نلاحظ أن ق متصل عند $س = ١$ ، ويتغير اتجاه تقعر ق قبل وبعد $س = ١$

$\therefore$ توجد لنحنى ق نقطة انعطاف عند $س = ١$

لنفرض أن زاوية الانعطاف $= هـ \Leftarrow ظا هـ = ق'(١) = -١$

$\Leftarrow هـ = ١٣٥^\circ$ ✗

إجابة السؤال الثالث : (١٠ علامات)

أ- $ق'(١) = \lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١} =$ ١ علامات

يتبع ص ٤

رقم الصفحة في الكتاب

JOC عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

تابع اجابة السؤال الثالث/فرع ٩

$\lim_{س \to 1} \frac{ا س + \frac{1}{س} - ٢}{س - 1} = \lim_{س \to 1} \frac{س ا س + ١ - ٢ س}{س (س - 1)}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{(١ - ٢ س + س ا س)(١ - ٢ س - س ا س)}{س (س - 1)(١ - ٢ س - س ا س)}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{(١ - ٢ س)^٢ - س^٢ ا^{س}}{س (س - 1)(١ - ٢ س - س ا س)} = \lim_{س \to 1} \frac{١ - ٤ س + ٤ س^٢ - س^٢ ا^{س}}{س (س - 1)(١ - ٢ س - س ا س)}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{٤ س (س - 1) + (١ - س)(١ + س + س^٢)}{س (س - 1)(١ - ٢ س - س ا س)}$

$= \frac{٤ - ٣}{١ \times (١ - ٢ - ١)} = \frac{١}{٣} -$ ※

ب) $(هـ \circ و)'(س) = هـ'(و(س)) \times و'(س)$

علاقة ٧

$\Leftarrow (هـ \circ و)'(\frac{\pi}{٨}) = هـ'(و(\frac{\pi}{٨})) \times و'(\frac{\pi}{٨}) = هـ'(٣) \times و'(\frac{\pi}{٨})$

$\because هـ'(س) = \frac{٣ \times (٤ + س^٢) - ٢ س \times ٣ س}{(٤ + س^٢)^٢} \Leftarrow هـ'(٣) = \frac{٣٦ - ٢٠}{١٠٠} = \frac{١٦}{١٠٠}$

$\because و'(س) = ٣ \times ٢^{٣ س} \ln ٢ \Leftarrow و'(\frac{\pi}{٨}) = ٦ \times ٢ = ١٢$

$\therefore (هـ \circ و)'(\frac{\pi}{٨}) = \frac{١٦}{١٠٠} \times ١٢ = \frac{٤٨}{٢٥}$ ※

جـ) علاقة ٧

ميل المستقيم $= \frac{د ص}{د س}$ ، باشتقاق معادلة المستقيم ينتج أنه

$\frac{د ص}{د س} - ٣ = ٠ \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ٣ \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{١}{ج}$

وبما أنه المماس عمودي على المستقيم $\therefore$ ميل المماس للمنحنى $= -ج$

كذلك ميل المماس عند أي نقطة ع المنحنى $= هـ'(س) = ٢ س - ٤$

$\therefore ٢ س - ٤ = -ج \Leftarrow ٢ س = ٢ \Leftarrow س = ١$ الاحداثي السيني لنقطة التماس

$\therefore$ الاحداثي الصادي لنقطة التماس $= هـ(١) = ٤ - ٤ = ٠$

$\therefore$ احداثيا نقطة التماس $(١ ، ٠)$

$\therefore$ معادلة المماس هي $ص - ٠ = -ج (س - ١)$

$\Leftarrow ص = -ج س + ج \Leftarrow ص = -ج س + ٢$ معادلة المماس المطلوبة ※

يتبع ص ٥

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com

إجابة السؤال الرابع: (تابع)

أ- $ف(ن) = ٤ن^٣ - ١٦ن^٢ \Leftarrow ع = ف'(ن) = ١٢ن^٢ - ٣٢ن$ ١

السرعة الابتدائية للجسم $= |ع|_{ن=٠} = ٠ - ٠ = ٠$ قدم/ث ١

عندما ف $= ٤٨$ قدم فإن $٤٨ = ٤ن^٣ - ١٦ن^٢$ ١

$\Leftarrow ن^٣ - ٤ن^٢ + ١٢ن - ٣٦ = ٠ \Leftarrow (ن-٣)(ن^٢ - ن + ١٢) = ٠$ ١+١

$\Leftarrow ن = ٣$ ث، أو $ن^٢ - ن + ١٢ = ٠$ (لا يوجد حل)

$|ع|_{ن=١} = ٣ن^٢ - ٣٢ن = ٣ - ٣٢ = -٢٩$ قدم/ث $\Rightarrow$ سرعة الجسم الابتدائية $= \frac{١}{٢}$ سرعة الجسم الابتدائية ١

أي أنه الجسم فقد $\frac{١}{٢}$ سرعته الابتدائية عندما كان على ارتفاع ٤٨ قدم

$|ع|_{ن=٣} = ٣ن^٢ - ٣٢ن = ٢٧ - ٩٦ = -٦٩$ قدم/ث $\Rightarrow$ أي أنه سرعة الجسم $= \frac{١}{٢}$ سرعة الجسم الابتدائية ١

أي أنه فقد $\frac{١}{٢}$ سرعته الابتدائية عندما كان على ارتفاع ٤٨ قدم وهو أول مرة

ب- $د'(٠) = هـ(٠) \times و'(٠) + و(٠) \times هـ'(٠)$ ١

$= ج \times و'(٠) - و(٠)$

$و'(س) = \frac{١}{ج}(٣ + ٠ + ٣)^{-\frac{١}{ج}}(جـ - ٠)$ ١+١

$و'(٠) = \frac{١}{ج}(٣ + ٠ + ٠)^{-\frac{١}{ج}}(١ - ٠)$

$= \frac{١}{ج} \times \frac{١}{\sqrt[ج]{٣^ج}} = \frac{١}{٤}$ ١

$و(٠) = \sqrt[ج]{٣ + ٠ + ٣} = ج$ ١

$\therefore د'(٠) = ج \times \frac{١}{٤} - ج = -\frac{١}{٢}ج$ ١

جـ- نفرض أنه بعد ٤ ثانية من فتح الغاز داخل البالونة $= ٥$ سم

، وحدة سطح $= ٥$ سم^٢، وطول نصف قطره $=$ نق سم ١

$\frac{دح}{دن} = ٥ سم^٢/ث$ ، $\frac{دص}{دن} = ؟$ عندما نق $= ٥$ سم

$ح = ٤\pi نق^٢ \Leftarrow \frac{دح}{دن} = ٤\pi \times ٢ نق \times \frac{دنق}{دن}$ ١+١

عندما نق $= ٥$ سم $\Leftarrow ٥ = ٤\pi \times ٥ \times \frac{دنق}{دن} \Leftarrow \frac{دنق}{دن} = \frac{١}{٤\pi}$ سم/ث ١

$ص = ٤\pi نق^٢$ ١

$\therefore \frac{دص}{دن} = ٨\pi نق \times \frac{دنق}{دن} \Leftarrow \frac{دص}{دن} = ٨\pi \times ٥ \times \frac{١}{٤\pi} = ١٠$ سم^٢/ث ١+١

يتبع

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Al-Jabr
www.omaraljabr.com

اجابة السؤال الخامس: (١٢ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	(لكل فقرة علامتان)
رمز الاجابة الصحيحة	أ	ب	ب	د	د	أ	

اجابة السؤال السادس (١٣ علامة)

أ- نفرض أنه سعر طن الحديد الأقل جودة = ل دينار

$\left.\begin{array}{l}\text{سعر طن الحديد الجيد} = 2\text{ل دينار}\\ \therefore \text{إيراد المصنع} = \text{و}(س) = 2\text{ل}س + \text{ل}س \text{ دينار}\end{array}\right\}$ ١

علامات ٧

$\therefore \text{و}(س) = 2\text{ل} \times \frac{-٤٠س + ٨٠\text{ل}}{-١٠} + \text{ل}س = \frac{-٨٠\text{ل} + ٢٠\text{ل}س + \text{ل}س - \text{ل}س}{-١٠}$ ١

$= \frac{-٨٠\text{ل} - \text{ل}س}{-١٠}$ ١

$\Leftarrow \text{و}'(س) = \frac{(-١٠)(-\text{ل}) - (-\text{ل}س - ٨٠\text{ل})(-١)}{(-١٠)^2}$

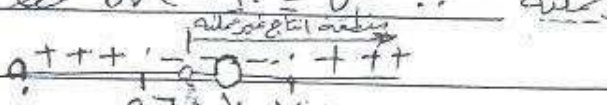
$= \frac{١٠\text{ل} - \text{ل}س - ٨٠\text{ل}}{١٠٠} = \frac{-٧٠\text{ل} - \text{ل}س}{١٠٠}$ ١

نضع $\text{و}'(س) = ٠ \Leftarrow -٧٠\text{ل} - \text{ل}س = ٠$ ،

$\Leftarrow س = -٧٠$ ، $\sqrt{٥٧٤} + ١٠ = س$

ولكن س لا يمكن أن تأخذ القيمة $١٠ + \sqrt{٥٧٤}$ أو أي قيمة أكبر منها أو تساويها

لأن عملية الانتاج غير ممكنة $\therefore س = ١٠ - \sqrt{٥٧٤}$ وهذا يساوي تقريباً $-١٤٫٤$ طن ١



نقاط اشارة $\text{و}'(س)$

من الخطوط نلاحظ أنه أكبر قيمة لـ و عندما س تساوي تقريباً $-١٤٫٤$ طن

$\text{ص} = -٤٠ - ٥ \times (-١٤٫٤) = ١٢ \approx ٧٫٢$ طن ١

ب- $\text{جتا}\theta = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$ ، نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

علامات ٦

$\therefore (-\text{ع}\,\text{جا}\theta)\,\theta' = \frac{(\text{ع})(\text{ص}') - (\text{ص})(\text{ع}')}{\text{ع}^2}$ ①

$\therefore -\text{ع}\,\text{جا}\theta\,\theta' = \text{ص}' - \text{ص}\,\text{جتا}\theta$ ①

$\text{ص}' = -\text{ع}\,\text{جا}\theta\,\theta' + \text{ص}\,\text{جتا}\theta$ ①

نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س $\therefore (-\text{ص}\,\text{جا}\theta)\,\theta' + (\text{جتا}\theta)\,\text{ص}' = -\text{ع}'$

$\Leftarrow -\text{ص}\,\text{جا}\theta\,\theta' + \text{جتا}\theta\,\text{ص}' = -\text{ع}'$

$\Leftarrow -\text{ص}\,\text{جا}\theta\,\theta' + \text{جتا}\theta(-\text{ع}\,\text{جا}\theta\,\theta' + \text{ص}\,\text{جتا}\theta) = -\text{ع}'$

$\Leftarrow -\text{ص}\,\text{جا}\theta\,\theta' - \text{ع}\,\text{جا}\theta\,\text{جتا}\theta\,\theta' + \text{ص}\,\text{جتا}^2\theta = -\text{ع}'$

$\Leftarrow \text{ص}\,\text{جا}\theta\,\theta' + \text{ع}\,\text{جا}\theta\,\text{جتا}\theta\,\theta' = \text{ص}\,\text{جتا}^2\theta + \text{ع}'$

$\Leftarrow \theta'(\text{ص}\,\text{جا}\theta + \text{ع}\,\text{جا}\theta\,\text{جتا}\theta) = \text{ص}\,\text{جتا}^2\theta + \text{ع}'$

$\Leftarrow \theta' = \frac{\text{ص}\,\text{جتا}^2\theta + \text{ع}'}{\text{ص}\,\text{جا}\theta + \text{ع}\,\text{جا}\theta\,\text{جتا}\theta}$ ١

$\Leftarrow \theta' = \frac{\text{ص}\,\text{جتا}^2\theta + \text{ع}'}{\text{جا}\theta(\text{ص} + \text{ع}\,\text{جتا}\theta)}$ ١

$\Leftarrow \theta' = \text{صفر}$ ١

المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

١
٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٠ / الدورة الصيفية
(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ : ٢

الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني) — اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٠/٦/٢٦

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السـؤال الأول : (٢١ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\frac{ب\ س}{أ + |س|}$ ، وكانت $\lim_{س \to -١}$ ق (س) = ١ ، $\lim_{س \to \infty}$ ق (س) = ٣ ،

جـد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (٦ علامات)

ب) جـد $\lim_{س \to ٠} \frac{قا (٢س) - ١}{س^{٢}}$ (٦ علامات)

ج) ابحث في اتصال الاقتران ق (س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - ١}{س + ١} & ، -٢ \leq س < -١ \\ س [س] + ١ & ، -١ \leq س < ١ \end{cases}$ على الفترة [−٢ ، ١)

(٩ علامات)

السـؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\frac{٣}{س} + ١$ ، فجـد قَ ($\frac{١}{٢}$) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = (س − ٥)^{٢} ، هـ (س) = $\sqrt{س}$ ، فجـد (هـ ٥ ق)َ (٣) (٥ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\frac{س + قا\ س}{جا\ س}$ ، فجـد قَ ($\frac{\pi}{٤}$) (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (١٣ علامة)

أ) إذا كانت س ص – ٣ ص = ٧ س + ١٥ فأثبت أن

(س – ٣) صً + ٢ صَ = صفر (٦ علامات)

ب) قذف جسم من سطح بناية رأسياً إلى أعلى بحيث أن ارتفاعه عنها بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالاقتران ف (ن) = ٣٠ن – ٥ ن^{٢} ، إذا كانت سرعته لحظة وصوله الأرض تساوي –٦٠ م/ث ، جـد ارتفاع البناية. (٧ علامات)

السـؤال الرابع : (١٤ علامة)

أ) جـد معادلة المماس ومعادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = س^{٢} + | س – ٤| عندما س = ٣ (٧ علامات)

ب) قاربان ﻫ ، ب المسافة الأفقية بينهما ٨٠ م ، بدأ القارب (ﻫ) بالحركة بسرعة ٢٠ م/ث وبعد ثانيتين بدأ القارب (ب) بالحركة في خط مواز للقارب (ﻫ) وبنفس الاتجاه بسرعة ١٠ م/ث .

جد معدل التغير في المسافة بين القاربين بعد ٤ ثواني من انطلاق القارب (ﻫ) (٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (٧) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.

انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها:

(١) إذا كان ق (س) كثير حدود من الدرجة الرابعة، فإن أكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتران ق (س) على الفترة [ﻫ ، ب] هو:

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٦ د) ٥

(٢) إذا كان ق (س) كثير حدود من الدرجة ن ، وكان متوسط التغير للاقتران ق (س) دائماً ٣ ، فإن قيمة ن تساوي:

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

(٣) أي من الاقترانات الآتية يعتبر مثالاً لاقتران متصل وغير قابل للاشتقاق عند س = صفر ؟

أ) [س] ب) |س| ج) س |س| د) $\frac{\text{س}}{٢}$

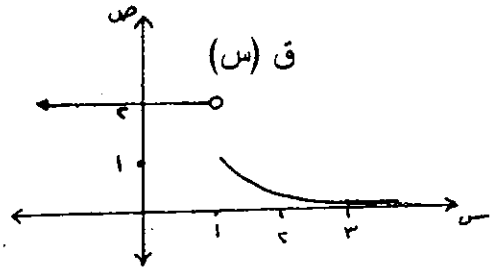
يتبع الصفحة الثالثة ...

(٤) إذا كان ق (س) كثير حدود، وكانت $\lim_{س \to ٠}$ (ق (س) – ٥) = ٣ فإن $\lim_{س \to ٠}$ $\sqrt{٢ ق (س)}$ =

أ) ١٦ ب) –٤ ج) ٤ د) غير موجودة

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

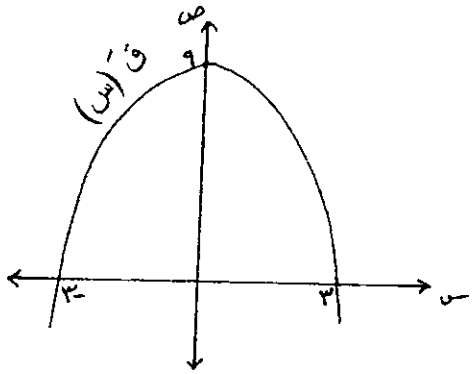
(٥) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يُمثِّل منحنى الاقتران ق (س) ، فإن $\lim_{س \to ∞}$ ق (س) =



أ) صفر ب) ١

ج) ٢ د) ∞

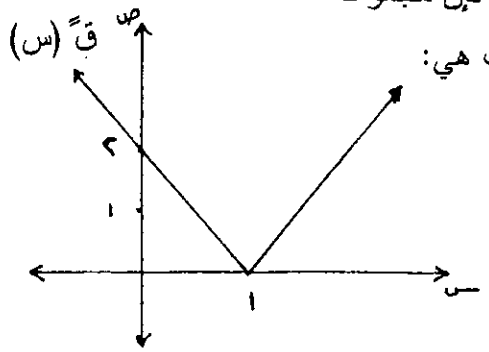
(٦) إذا كان الشكل المجاور يُمثِّل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق (س) ، فإن مجال التزايد للاقتران ق (س) هو:



أ) [٠ ، ∞) ب) (–∞ ، ٠]

ج) [–٣ ، ٣] د) [٠ ، ٩]

(٧) إذا كان الشكل المجاور يُمثِّل منحنى قً (س) ، فإن مجموعة قيم س التي يكون للاقتران عندها نقطة انعطاف هي:



أ) {٠ ، ١} ب) { ١ }

ج) { ٠ } د) ϕ

السـؤال السادس : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = س (٤ – س)^{٣} ، س ∈ [–١ ، ٥] ، فجـد كلاً مما يأتي : (١١ علامة)

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق متناقصاً.

٢) القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيِّن نوعها.

٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعراً للأعلى.

٤) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وجدت).

ب) جـد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٣ ، ٥) ويقطع من الربع الأول في المستوى الديكارتي مثلثاً مساحته أقل ما يمكن. (٩ علامات)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٠ (الدورة الصيفية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفـرع : العلمي والادارة المعلوماتية (المسار الثاني)

مدة الامتحان : د س / ٢
التاريـــخ : ٢٦ / ٦ / ٢٠١٠

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

الإجابة النموذجية :

اجابة السؤال الأول: (٢٠ علامة)

(١) ٦ أ) $\lim_{س \to 1^-} ق(س) = \lim_{س \to 1^-} \frac{ب س - ب}{|س-1| + أ} = \lim_{س \to 1^-} \frac{ب س - ب}{-س + 1 + أ} = \lim_{س \to 1^-} \frac{ب}{-1 + أ} = -1$ (١)

$\Leftarrow -ب = 1 + أ \Leftarrow ب = -1 - أ$ (١)

$\Leftarrow أ = -1 - ب$ (١) ... (١)

$\lim_{س \to 3^+} ق(س) = \lim_{س \to 3^+} \frac{ب س}{|س-3| + أ} = \lim_{س \to 3^+} \frac{ب س}{س - 3 + أ} = ب = 3$ (١)

بالتعويض في (١) $\Rightarrow أ = -ب - 1 = -3 - 1 = -4$ (١)

$أ = -4$ ، $ب = 3$

ب) $\lim_{س \to 0} \frac{ق(س) - 1}{س^2} = \lim_{س \to 0} \frac{\frac{1}{جتا 2س} - 1}{س^2}$ (١)

$= \lim_{س \to 0} \frac{1 - جتا 2س}{س^2 جتا 2س}$ (١) / لكن $جتا 2س = جتا^2 س - جا^2 س$

$= \lim_{س \to 0} \frac{1 - (جتا^2 س - جا^2 س)}{س^2 جتا 2س}$ (١)

$= \lim_{س \to 0} \frac{1 - جتا^2 س + جا^2 س}{س^2 جتا 2س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{2 جا^2 س}{س^2} \times \lim_{س \to 0} \frac{1}{جتا 2س}$ (١)

$= 1 \times 2 (1)^2 \times 2$ (١)

$= 4$

الصورة كاملة أو ظاهر فيها الصواب

رقم الصفحة في الكتاب

تابع اجابة السؤال الأول / فرع ⑤

⑨ ⑤ ابحث في اتصال الاقتران $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{1+x} & , -2 \le x < -1 \\ 1+[x] & , -1 \le x < 1 \end{cases}$ على الفترة $[-2, 1)$

نعيد تعريف الاقتران $f(x)$ دون استعمال رمز أكبر عدد صحيح منحل على

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{1+x} & , -2 \le x < -1 \\ -x+1 & , -1 \le x < 0 \\ 1 & , 0 \le x < 1 \end{cases}$$ ①

١) اذا كانت $-2 \le x < -1$ ، فإن $f(x) = \frac{x^2-1}{1+x}$ ①

$\therefore f(x)$ متصل على $[-2, -1)$ لأنه قاعدته على صورة اقتران نسبي مقامه $\neq$ صفر

٢) اذا كانت $-1 \le x < 0$ فإن $f(x) = -x+1$ ①

$\therefore f(x)$ متصل على $(-1, 0)$ لأنه على صورة كثير حدود. ①

٣) اذا كانت $0 \le x < 1$ فإن $f(x) = 1$ ①

$\therefore f(x)$ متصل على $(0, 1)$ لأنه على صورة كثير حدود

٤) نبحث في اتصال الاقتران $f(x)$ عندما $x = -1$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} \frac{x^2-1}{1+x} = \lim_{x \to -1^-} \frac{(x+1)(x-1)}{(1+x)} = \boxed{-2}$$ ①

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} -x+1 = \boxed{2}$$

$\therefore \lim_{x \to -1^+} f(x) \neq \lim_{x \to -1^-} f(x) \Rightarrow \lim_{x \to -1} f(x)$ غير موجودة.

$\therefore \lim_{x \to -1} f(x)$ غير موجودة $\Rightarrow f(x)$ غير متصل عند $x = -1$ ①

⑤ نبحث في اتصال الاقتران $f(x)$ عندما $x = 0$.

$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} -x+1 = \boxed{1}$ ، $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} 1 = \boxed{1}$ ، $f(0) = \boxed{1}$ ①

$\therefore \lim_{x \to 0} f(x) = f(0) = 1 \Rightarrow f(x)$ متصل عندما $x = 0$ ①

$f(x)$ غير متصل على الفترة $[-2, 1)$ ولكنه متصل على الفترة $[-2, 1) - \{-1\}$ ①

[أو أي فترة جزئية]

رقم الصفحة في الكتاب

إجابة السؤال الثاني (١٨ علامة)

٧) ق) $ق'(\frac{1}{2}) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(\frac{1}{2}+هـ) - ق(\frac{1}{2})}{هـ}$ ① التعويض بالقانون

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(1+\frac{3}{\frac{1}{2}+هـ}) - (1+\frac{3}{\frac{1}{2}})}{هـ}$ ① ①

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{6 - \frac{3}{\frac{1}{2}+هـ}}{هـ}$ ①

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{6(\frac{1}{2}+هـ) - 3}{هـ(\frac{1}{2}+هـ)}$ ①

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{6هـ}{هـ(\frac{1}{2}+هـ)}$ ① $= \lim_{هـ \to 0} \frac{6}{\frac{1}{2}+هـ} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$ ①

٥) ب) $(ك \circ ق)'(3) = ك'(ق(3)) \times ق'(3)$ ①

$ق(3) = (3-5)^2 = 4$ ①

$ك'(س) = \frac{1}{2\sqrt{س-1}} \Rightarrow ك'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4-1}} = \frac{1}{4}$ ①

$ق'(س) = 2(س-5) \times 1 \Rightarrow ق'(3) = -4$ ①

$\therefore (ك \circ ق)'(3) = \frac{1}{4} \times -4 = -1$ ① ①

٦) هـ) $ق'(س) = \frac{جا س(1+قا س ظا س) - (س+قا س) \times جتا س}{جا^2 س}$ ① ①

$ق'(\frac{\pi}{4}) = \frac{جا\frac{\pi}{4}(1+قا\frac{\pi}{4} ظا\frac{\pi}{4}) - (\frac{\pi}{4}+قا\frac{\pi}{4}) \times جتا\frac{\pi}{4}}{جا^2\frac{\pi}{4}}$ ①

$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2} \times 1) - (\frac{\pi}{4}+\sqrt{2})\frac{1}{\sqrt{2}}}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2}$ ① 1+1

$= \frac{(1+\frac{1}{\sqrt{2}}) - (\frac{\pi}{4\sqrt{2}}+1)}{\frac{1}{2}}$

$= 2(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{4\sqrt{2}})$

$= \frac{4-\pi}{2\sqrt{2}}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

إجابة السؤال الثالث (١٣ علامة)

٦) أ) $س ص'' - ٣ ص' = ٧ س + ١٥$ / نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

$س ص''' + ص'' \times ١ - ٣ ص'' = ٧$ (١) (١)

$(س - ٣) ص'' + ص' = ٧$ / نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

$(س - ٣) ص''' + ص'' \times ١ + ص'' = صفر$ (١) (١)

$(س - ٣) ص''' + ٢ ص'' = صفر$ (١)

٧) ب) أفرض أن ارتفاع البناية $ف$

$\therefore ل(ن) = ف(ن) + ف$ (١)

$ل(ن) = ٣٠ ن - ٥ ن^{٢} + ف$

$ع(ن) = ل'(ن) = ٣٠ - ١٠ ن$ (١)

لكن $ع(ن) = -٦٠ م/ث$

$\therefore ٣٠ - ١٠ ن = -٦٠$ (١) $\Leftarrow ن = ٩$ ثانية (١)

$\therefore$ يصل الجسم سطح الأرض بعد ٩ ثواني

$ل(٩) = صفر$ (١)

$٣٠ (٩) - ٥ (٩)^{٢} + ف = ٠$ (١)

$٢٧٠ - ٤٠٥ + ف = صفر$

$ف = ١٣٥ \Leftarrow$

$\therefore$ ارتفاع البناية $١٣٥ م$ (١)

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

إجابة السؤال الرابع (١٤ علامة)

٧ أ) $ق(س) = س^٣ + ٢س - ١٤$ ①

عندما $س = ٣$ ، $ق(س) = س^٣ + ٢س - ١٤$ ، $ق(٣) = ١٠$ ①

ميل المماس $= ق(س) = ٣س^٢ + ٢ = ٣(٣)^٢ + ٢ = ٢٩$ ①

من معادلة المماس $ص - ١٠ = ٥(س - ٣)$ ①

$ص = ٥س - ٥$

ميل العمودي $= \frac{-١}{\text{ميل المماس}} = \frac{-١}{٥}$ ①

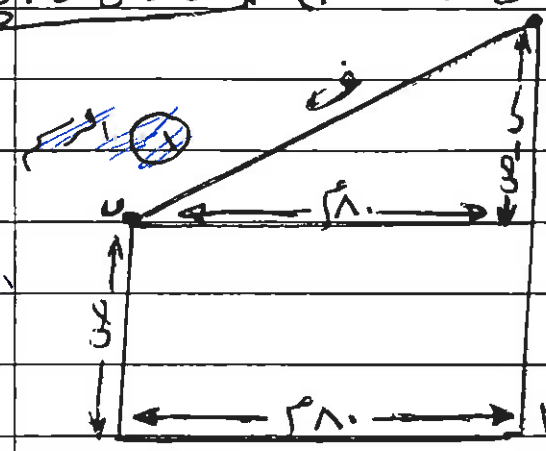
معادلة العمودي $ص - ١٠ = \frac{-١}{٥}(س - ٣)$ ①

$ص = \frac{-١}{٥}س + ١٠,٦$

٧ ب) $جا ٣٠° = \frac{ك س}{ك ن}$

$جتا ٣٠° = \frac{ك ص}{ك ن}$

المطلوب: $\frac{ك ف}{ك ن}$



$م(\angle ن) = ٤٥°$ ، $م(\angle ل) = ٣٠°$

الحل: حسب نظرية فيثاغورس

$ف = \sqrt{(س - ص)^٢ + (٨٠)^٢}$ ①

$\frac{ك ف}{ك ن} = \frac{٢(س - ص)(\frac{ك س}{ك ن} - \frac{ك ص}{ك ن})}{٢\sqrt{(س - ص)^٢ + ٦٤٠٠}}$ ②

لكن $س$ = السرعة × الزمن $= ٢٠ \times ٤ = ٨٠$ م ①

$ص = ١٠ \times ٢ = ٢٠$ م ①

$\therefore \frac{ك ف}{ك ن} = \frac{(٨٠ - ٢٠)(٢٠ - ١٠)}{\sqrt{(٨٠ - ٢٠)^٢ + ٦٤٠٠}}$ ①

$= \frac{٦٠ \times ١٠}{\sqrt{٣٦٠٠ + ٦٤٠٠}}$ ①

$= \frac{٦٠٠}{\sqrt{١٠٠٠٠}} = ٦ = ٦ث/م$

إجابة السؤال الخامس (١٤ علامة) لكل فقرة علامتان

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
رمز الإجابة	د	ب	ب	ج	ج	ب	د

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

إجابة السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) $ق(س) = س(٤-س)^3$ ، $س \in [-١، ٥]$

ق متصل على الفترة $[-١، ٥]$ لأنه على صورة كثير حدود

ق قابل للاشتقاق على $(-١، ٥)$ حيث $ق'(س) = -٣س(٤-س)^2 + (٤-س)^3$ ①

نضع $ق'(س) = ٠ \Leftarrow -٣س(٤-س)^2 + (٤-س)^3 = $ صفر

$\Leftarrow (٤-س)^2[-٣س + (٤-س)] = $ صفر ①

$\Leftarrow (٤-س)^2(-٤س + ٤) = $ صفر $\Leftarrow$ $س = ١$ ، $س = ٤$ ①

من ملاحظة مخطط إشارة $ق'(س)$ نجد أن إشارة $ق(س)$

$ق(س) < ٠$ لكل $س \in (١، ٤)$ ، $(٤، ٥)$ وعليه يكون $ق(س)$ متناقص

على $[١، ٤]$ ، $[٤، ٥]$ ① ومتناقص على $[١، ٥]$

ب) نجد القاطع الحرجة للاقتران $ق(س)$ لوقوع القيم القصوى عند نقاط حرجة ①

$ق(س) = $ صفر $\Leftarrow$ $س = ١$ ، $س = ٤$ ، $ق(س)$ غير موجودة عند $س = ٥$ ①

∴ نقاط الحرجة $(-١، ١٢٥)$ ، $(١، ٢٧)$ ، $(٤، ٠)$ ، $(٥، ٥)$

من مخطط إشارة $ق'(س)$ نجد أن للاقتران قيمة عظمى

مطلقة عندما $س = ١$ وهي ٢٧ ① ، وأن للاقتران

قيمة صغرى مطلقة عندما $س = -١$ وهي ١٢٥ ①

ج) $ق'(س) = ٦س(٤-س)^2 + ٣(٤-س)^2$ ①

$= ٦(٤-س)[س + (٤-س)] = ٦(٤-س)(٢س-٤)$ ①

نضع $ق'(س) = $ صفر $\Leftarrow ٦(٤-س)(٢س-٤) = $ صفر $\Leftarrow$ $س = ٤$ ، $س = ٢$ ①

من ملاحظة مخطط إشارة $ق'$ نجد

$ق(س) \geq ٠$ لكل $س \in (٢، ٤)$

∴ مدى $ق(س)$ مقصور للأعلى على $[٢، ٤]$ ①

د) نلاحظ أن $ق$ تشتمل عند $س = ٢$ ، ٤ ولغير

هذا إتجاه تقعر مختلفا وبعدها ⇐ توجد للاقتران نقاط انعطاف

هي $(٤، ٠)$ ، $(٥، ١٦)$ ① ①

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

تابع إجابة السؤال السادس / فرع ب

٩) ب) مساحة المثلث = ½ القاعدة × الارتفاع ①

م = ½ س × ص

ظا هـ = ص / س = ٥ / (س − ٣)

ص = ٥س / (س − ٣) ①

∴ م = ½ س × ٥س / (س − ٣) ①

م = ٥س² / ٢(س − ٣)

م′ = [٢(س − ٣) × ١٠س − ٥س² × ٢] / [٢(س − ٣)]² = صفر ①

١٠س² − ٦٠س − ١٠س² = صفر

١٠س² − ٦٠س = ٠ ⇐ ١٠س (س − ٦) = ٠ ∴

س = ٠ أو س = ٦ ①

س		٠		٦	
م′	+	٠	−	٠	+
م	↗		↘		↗

∴ ملاحظة من الجدول أن م تأخذ أقل قيمة

صغرى مطلقة عندما س = ٦ ① (مساحة المثلث أقل ما يمكن عندما س = ٦)

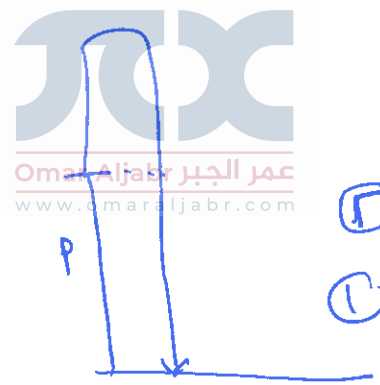
⇐ المقطع السيني للمستقيم (٦، ٠) ⇐ ميل المستقيم = ٠ − ٥ / ٦ − ٣ = −٥/٣ ①

⇐ معادلة المستقيم ص − ٠ = −٥/٣ (س − ٦)

ص = −٥/٣ س + ١٠ ①

عمر الجبر
Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الثالث



(أ) ف(ز) = −P

(ب) ع = ٢٠ − ١٠ ز = −٦٠ م/ث

(ج) ز = ٩ ث

(٧) معادلة

ف(٩) = ٤٠٥ − ٢٧٠ = ١٢٥

ز = −١٢٥

−P = ١٢٥ ⟵ P = ١٢٥ نيوتن

حل آخر: أقصى ارتفاع عندما ع(ز) = ٠

٢٠ − ١٠ز = ٠

ز = ٢ ث

زمن التحليق = ٢ × ٣ = ٦ ث

ز = ٩ ث ⟵ ع = ٢٠ − ١٠ × ٦ = −٤٠ م/ث

ف(٦) = ١٨٠ − ١٨٠ = ٠

ف(٩) = ٤٠٥ − ٢٧٠ = ١٢٥

ارتفاع البناية: −(−١٢٥)

= ١٢٥ م

عمر العجبر
www.omarajjabr.com

٣	١	١	ع

١
١

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — **مدة الامتحان** : ٠٠ د : ٢ س

الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢) — **اليوم والتاريخ** : الأحد ٢٠١١/١/٢٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٥ علامة)

أ) جد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{\sqrt{س + ١}} - ١ \right)$ (٥ علامات)

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جتاس} - \text{جاس}}{س - \frac{\pi}{٤}}$ (٥ علامات)

ب) إذا كانت $\lim_{س \to -\infty} \frac{(٣ - ٢ س)^{٣} - س^{٢}}{(١ - س)^{ن}} = ٨$ ، جد قيمة كل من الثابتين ن ، ٢ .
(٥ علامات)

السؤال الثاني : (١٤ علامة)

أ) ابحث في اتصال الاقتران ق (س) = $\sqrt{[س] + س}$ على الفترة [١ ، ٢] (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = س | س − ٣ | ، فابحث في قابلية اشتقاق الاقتران ق (س)

عندما س = ٣ باستعمال تعريف المشتقة. (٧ علامات)

السؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كان قَ (س) = $\frac{١}{١ + س^{٢}}$ ، هـ (س) = ظاس . أثبت أن (ق ٥ هـ)َ (س) = ١
(٤ علامات)

ب) إذا كان $ص^{٢} + س = ٣ س ص$ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما ص = ١ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

ج) جـد نقطة تعامد منحنى الاقترانين ق (س) = $\sqrt{٢ - س}$ ، هـ (س) = $س^{٢}$ ، ثم جـد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند تلك النقطة. (٩ علامات)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الرابع : (١٥ علامة)

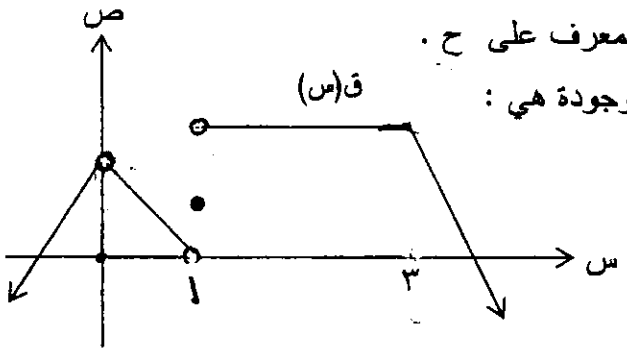
أ) إذا كانت ف = $\frac{١}{٣}$ $ن^{٣}$ – ٣ $ن^{٢}$ + ٥ ن هي المعادلة الزمنية لحركة جسيم على خط مستقيم حيث ن الزمن بالثواني، ف المسافة بالأمتار، فاحسب تسارع الجسيم في اللحظة التي تنعدم فيها السرعة. (٧ علامات)

ب) سلّم طوله ٥ م يرتكز بطرفه العلوي على حائط عمودي، وبطرفه السفلي على أرض أفقية، إذا انزلق الطرف السفلي للسلّم مبتعداً عن الحائط بمعدل ٢ م/د ، فجـد سـرعة تغير الزاوية بين السلّم والأرض عندما يكون طرفه السفلي على بُعد ٣ م عن الحائط. (٨ علامات)

السـؤال الخامس : (١٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٧) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على ح .
فإن مجموعة قيم ل حيث نهـا ق (س) غير موجودة هي :
$س \leftarrow ل$



أ) {٠ ، ١ ، ٣}
ب) {٠ ، ١}
ج) {٣}
د) {١}

٢) إذا كان ق (س) اقتران كثير حدود وكانت نهـا $\frac{ق (س)}{س}$ = ٣
$س \leftarrow ٢$

فـإن نهـا $\frac{ق^{٢} (س)}{س}$ =
$س \leftarrow ٢$

أ) ٩
ب) ١٨
ج) ٦
د) ٣٦

٣) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - ١}{س - ١} & ، س \neq ١ \\ ٣ & ، س = ١ \end{cases}$ ، فـإن قَ (١) هي :

أ) صفر
ب) ١
ج) ٣
د) غير موجودة

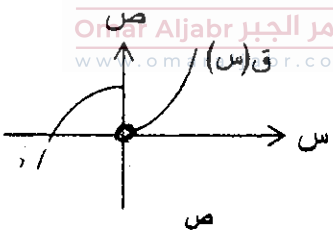
يتبع الصفحة الثالثة ...

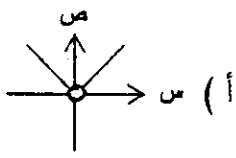
٤) إذا تحرك جسيم في المستوى البياني على منحنى الاقتران ق (س) من النقطة ل (٢ ، -٣) إلى النقطة م (٠ ، ق (٠)) ، وكانت سرعته المتوسطة بين النقطتين ل ، م هي ٥ سم/د ، فإن ق (٠) =

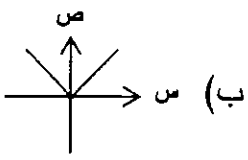
أ) ٧ ب) -٧ ج) -١٣ د) ١٣

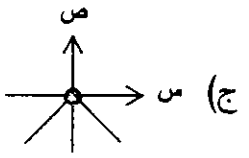
عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

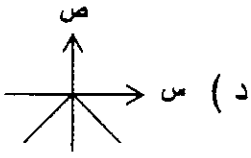
٥) إذا مثّل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق (س) فإن الشكل التقريبي لمنحنى ق َ (س) هو :



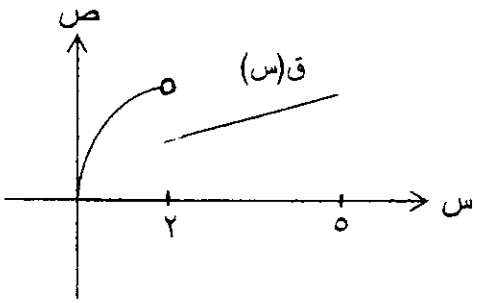
أ)


ب)


ج)


د)


٦) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق (س) المعرف على [٠ ، ٥]



فإن النقطة (٢ ، ق (٢)) هي نقطة :

أ) انعطاف ب) قيمة عظمى محلية

ج) قيمة صغرى محلية د) قيمة صغرى مطلقة

٧) إذا كان الاقتران ق (س) متصلاً على الفترة [أ ، ب]، وقابلاً للاشتقاق على الفترة (أ ، ب)، وكانت جميع المماسات المرسومة لمنحنى ق في الفترة (أ ، ب) تصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. فأي العبارات الآتية صحيحة بالنسبة للاقتران ق ؟

أ) ق (س) متزايد على الفترة [أ ، ب] ب) ق (س) متناقص على الفترة [أ ، ب]

ج) ق (س) مقعر للأسفل على الفترة [أ ، ب] د) ق (س) مقعر للأعلى على الفترة [أ ، ب]

السـؤال السادس : (٢٣ علامة)

أ) جـد بعدي أكبر مستطيل من حيث المساحة يمكن رسمه فوق محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق (س) = ٣٦ – س^{٢} (٩ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = ٦ س^{٢} – ٢ س^{٣} ، س ∈ (٠ ، ٤] فجـد كل مما يأتي :

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق متناقصاً.

٢) القيم القصوى للاقتران ق وبيّن نوعها.

٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعراً للأسفل.

٤) نقط الانعطاف لمنحنى ق (إن وجدت). (١٤ علامة)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ (الدورة الشتوية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفـرع : العلمي والادارة المعلوماتية (المسار)

مدة الامتحان : ٣ س
التاريـــخ : ٣٢م / ١ / ٢٠١١

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
	السؤال الاول : (٥١ علامة)
٣١	١٠ (أ) $\lim_{س \to 0} \frac{1}{س}\left(\frac{1}{\sqrt{1+س}+1} - 1\right) = \lim_{س \to 0} \frac{1}{س}\left(\frac{1-\sqrt{1+س}}{1+\sqrt{1+س}}\right)$ ①
	$= \lim_{س \to 0} \frac{1}{س} \times \frac{1-\sqrt{1+س}}{1+\sqrt{1+س}} \times \frac{1+\sqrt{1+س}+1}{1+\sqrt{1+س}+1}$ ①
	$= \lim_{س \to 0} \frac{1}{س} \times \frac{1-(1+س)}{1+\sqrt{1+س}+1+س+1}$ ①
	$= \lim_{س \to 0} \frac{1}{س} \times \frac{-س}{\sqrt{1+س}+1+س+1} = -\frac{1}{4}$ ②
٤٤	(ب) $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{\text{جتاس} - \text{جا س}}{س - \frac{\pi}{4}} = \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{\text{جتاس} - \text{جا}(س - \frac{\pi}{4})}{س - \frac{\pi}{4}}$ ①
	$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{-2\,\text{جا}(س - \frac{\pi}{4})\,\text{جا}\frac{\pi}{4}}{س - \frac{\pi}{4}}$ ②
	$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} -2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\text{جا}(س - \frac{\pi}{4})}{س - \frac{\pi}{4}} = -\sqrt{2} \times 1 = -\sqrt{2}$ ① ①
٥٤	٥ (ب) بما ان النهاية موجودة فالبسط يقسم المقام تماما درجة البسط = درجة المقام $٣ = ن$ ①
	$\lim_{س \to -\infty} \frac{(٣-P)س^٣ - ٤}{(س-١)^٣}$ ①
	$\lim_{س \to -\infty} \frac{-٣P س^٣}{٣س^٣} = P$ ①
	$٨ = P^٣$ ①
	$٢ = P$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني: (١٤ علامة)

٧٥، ٧١ (٧) أ) $هـ(س) = \begin{cases} \sqrt{س+١} & ، ١ < س < ٢ \\ \sqrt{س+٢} & ، س = ٢ \end{cases}$ ①

$\lim_{س \to ٢^-} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^-} \sqrt{س+١} = \sqrt{٢+١} = \sqrt{٣}$ ①

$\lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^+} \sqrt{س+٢} = \sqrt{٢+٢} = ٢$ ①

$\lim_{س \to ٢^-} هـ(س) \neq \lim_{س \to ٢^+} هـ(س)$ غير متصل عند $س = ٢$ لأنه ①

∴ الاقتران متصل على الفترة $(١، ٢]$ وغير متصل على الفترة $[١، ٢]$ ①

٩٧، ٩٢ (٧) ب) $هـ(س) = \begin{cases} س^٢ - ٣س & ، س \leq ٣ \\ ٣س - س^٢ & ، س > ٣ \end{cases}$ ①

الاقتران هـ متصل عند $س = ٣$ لأنه $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = هـ(٣) = صفر$

$هـ'(٣) = \lim_{س \to ٣^+} \frac{هـ(س) - هـ(٣)}{س - ٣}$ ①

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{س^٢ - ٣س}{س - ٣} = \lim_{س \to ٣^+} \frac{س(س-٣)}{(س-٣)} = ٣$ ① ①

$هـ'(٣) = \lim_{س \to ٣^-} \frac{هـ(س) - هـ(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{٣س - س^٢}{س - ٣}$ ①

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{س(٣-س)}{(س-٣)} = -٣$ ①

$هـ(س)$ غير قابل للاشتقاق عند $س = ٣$ ①

لأن $هـ'(٣) \neq هـ'(٣)$

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (١٩ علامة)

١٣٧ ١٣٣ (٤) م) $(هـ \circ هـ)'(س) = هـ'(هـ(س)) \times هـ'(س)$ ①

$= هـ'(ظا س) \times قا^2 س$ ①

$= \frac{1}{1+ظا^2 س} \times قا^2 س$ ①

$= \frac{1}{قا^2 س} \times قا^2 س = 1$ ①

١٤٦ (٦) ب) $2ص \frac{دص}{دس} + 1 = 3س^2 \cdot 3 + 3ص^2 \frac{دص}{دس}$ ① ①

$2ص \frac{دص}{دس} - 3ص^2 \frac{دص}{دس} = 3ص - 1$ ①

$\frac{دص}{دس} = \frac{3ص - 1}{2ص - 3ص^2}$ ①

نجد س عندما ص = ١

$1 + س = 3س \Leftarrow س = \frac{1}{2}$ ①

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{ص=1} = \frac{3 \times 1 - 1}{2 \times 1 - 3 \times \frac{1}{2}} = 4$ ①

١٥٥ (٩) ص) $هـ(س) = \frac{-1}{\sqrt{2س - س^2}}$ ① ، $هـ(س) = 2س$

$هـ(س) \times هـ'(ص) = -1$ ①

$\frac{-1}{\sqrt{2س - س^2}} \times 2س = -1 \Leftarrow س = \sqrt{2س - س^2}$ ①

$س^2 = 2س - س^2$ (بتربيع الطرفين) ①

$2س^2 - 2س = 0$

$(2س)(س - 1) = 0$

$س = 0 \quad ، \quad 2$ ①

نرفض $س = 0$ لأنها ليست نقطة تقاطع للمنحنيين ①

$هـ(1) = \sqrt{2 - 1} = 1$ ، $هـ(1) = 1$ ، النقطة تقع على المنحنيين

نقطة تعامد المنحنيين (١،١) ①

ميل المماس للمنحنى هـ $= هـ'(1) = \frac{-1}{\sqrt{2 - 1}} = -\frac{1}{2}$ ①

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 1 = -\frac{1}{2}(س - 1)$ ①

$ص = -\frac{1}{2}س + \frac{3}{2}$.

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع: (١٥ علامة)

١٦٣ (أ) $ع = ف' = ن^٢ - ٦ن + ٥$ ①

$ن^٢ - ٦ن + ٥ = ٠$ ①

$(ن - ١)(ن - ٥) = ٠$ ①

$ن = ١ ، ٥$ ①

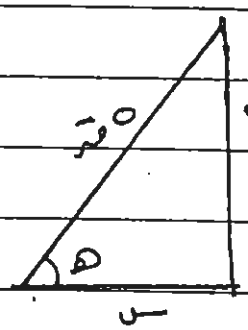
$ت = ع' = ٢ن - ٦$ ①

$ت|_{ن=١} = ٢ \times ١ - ٦ = -٤ م/ث^٢$ ①

$ت|_{ن=٥} = ٢ \times ٥ - ٦ = ٤ م/ث^٢$ ①

١٦٩ + ١٧٤ (ب) نفرض أنه بعد لحظة $ن$ الثانية كان السلم على وشك الانزلاق

الحائط $س$ ، $هـ$ قياس الزاوية بين السلم والأرض



$\frac{دس}{دن} = ٢,٤ م/ث$ ①

$جتا هـ = \frac{١}{٥} س$ ①

$-جا هـ . \frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٥} . \frac{دس}{دن}$ ②

١ $\frac{دهـ}{دن} = \frac{-١}{٥ جا هـ} . \frac{دس}{دن}$ ①

عندما $س = ٣$ يكون $جتا هـ = \frac{٣}{٥}$

نجد $جا هـ \Leftarrow جا^٢ هـ + جتا^٢ هـ = ١$

$جا^٢ هـ = \frac{١٦}{٢٥} \Leftarrow جا هـ = \frac{٤}{٥}$ ① ، $\frac{-٤}{٥}$ مرفوضة لأن الزاوية $هـ$ حادة

$\frac{دهـ}{دن}|_{س=٣} = \frac{-١}{\frac{٤}{٥} \times ٥} \times ٢ = -\frac{١}{٢}$ راديان/ث ①

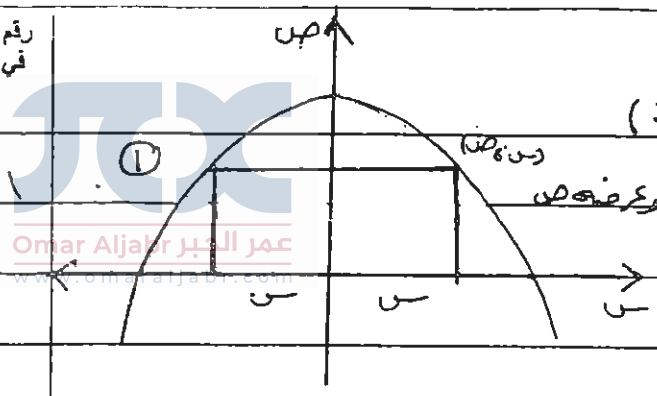
السؤال الخامس: (١٤ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
رمز الإجابة الصحيحة	د	ب	ج	ج	أ	ج	أ

٢٧٦٢٠ ٨٧٦١٠٣ ١٨٩٦١٩٦ ١٧٧

لكل فقرة علامتان

رقم الصفحة في الكتاب



عمر الجبر Omar Aljaber www.omaraljaber.com

السؤال السادس : (٢٣ علامة)

(٩) أ) من الرسم نلاحظ ان طول المستطيل = س وعرضه = ص

م = ٢ س × ص ①

= ٢ س (٣٦ − س٢)

م = ٧٢ س − ٢ س٣ ①

م′ = ٧٢ − ٦ س٢ ⇐ ٧٢ − ٦ س٢ = ٠ ①

٦ (١٢ − س٢) = ٠ ⇐ س = ± √١٢ = ± √٣٧٢ ①

نرفض الجذر السالب لان الطول لا يكون سالباً

م″ = − ١٢ س ①

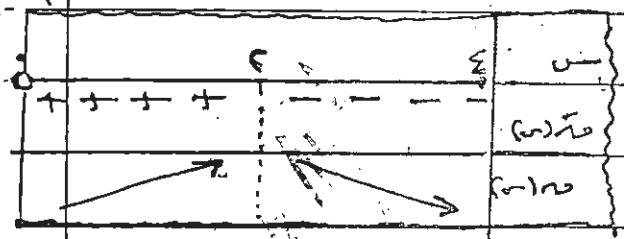
م″ | = − ١٢ × √٣٧٢ = − ٤ √٣٧٢ < ٠ ①

عند س = √٣٧٢ ⇐ م (√٣٧٢) = ٣٦ − ١٢ = ٢٤ تكون مساحة ①

المستطيل أكبر ما يمكن عندما يكون أحد بعديه ٤ √٣٧٢ والبعد الآخر ٢٤ وحدة ①

(١٤) ب) حـ′ (س) = ١٢ س − ٦ س٢ ⇐ ١٢ س − ٦ س٢ = ٠ ① ①

٦ س (٢ − س) = ٠ ⇐ س = ٠ ، ٢ ①



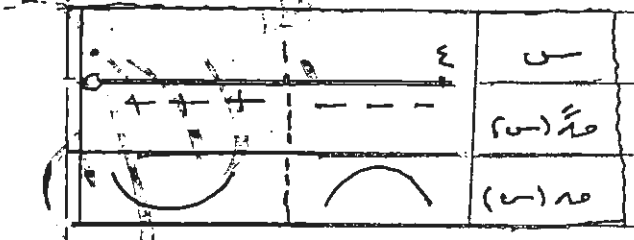
١) حـ (س) < ٠ في الفترة (٢ ، ٤) وعليه يكون ①

حـ (س) متناقصاً في الفترة [٢ ، ٤] ①

٢) بموجب اختبار المشتقة الأولى للقيم القصوى

نجد ان للاقتران حـ قيمة عظمى محلية وحيدة

عند س = ٢ وهي حـ (٢) = ٨ ①



وقيمة صغرى مطلقة عند س = ٤ وهي ①

حـ (٤) = − ٣٢

٣) حـ″ (س) = ١٢ − ١٢ س ①

١٢ − ١٢ س = ٠ ①

س = ١ ①

بما أن حـ″ (س) < ٠ في الفترة (١ ، ٤) فإن الاقتران حـ يكون مقعراً للأسفل في ①

الفترة [١ ، ٤]

٤) يوجد للاقتران نقطة انعطاف عند س = ١ لأن الاقتران متصل ①

عند س = ١ ويغير من اتجاه تقعره حول هذه النقطة .

نقطة الانعطاف هي (١ ، ٤) ①

ملحق (١)

السؤال الأول :

أ) نفرض ص = $\sqrt{س}$ + ١ ⇐ ص = س + ١ ، عندما س ← ٠ ، ص ← ١

$$= \lim_{ص \to 1} \frac{1}{ص^2 - 1} \left(\frac{1}{ص} - 1 \right) \quad ①$$

$$= \lim_{ص \to 1} \frac{1 - ص}{ص (ص^2 - 1)} \quad ①$$

$$= \lim_{ص \to 1} \frac{1 - ص}{ص (ص - 1)(ص + 1)} \quad ① \quad = -\frac{1}{2} \quad ①$$

ب) (١) $$\lim_{س \to \pi} \frac{جتا س - جا س}{س - \pi}$$

نفرض ص = س − $\frac{\pi}{4}$ ، عندما س ← $\frac{\pi}{4}$ ، ص ← ٠ . ١/

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} (\text{المقدار}) = \lim_{ص \to 0} \frac{جتا(ص + \frac{\pi}{4}) - جا(ص + \frac{\pi}{4})}{ص} \quad ١/$$

$$= \lim_{ص \to 0} \frac{(جتا ص جتا \frac{\pi}{4} - جا ص جا \frac{\pi}{4}) - (جا ص جتا \frac{\pi}{4} + جتا ص جا \frac{\pi}{4})}{ص} \quad ١/$$

$$= \lim_{ص \to 0} \frac{-\frac{1}{\sqrt{2}} جا ص - \frac{1}{\sqrt{2}} جا ص}{ص} \quad ١/$$

$$= -\sqrt{2} \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص}{ص}$$

$$= -\sqrt{2} \times ١ = -\sqrt{2} \quad ١/$$

السؤال الأول

٢) (أ) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جتا}س - \text{جا}س}{\frac{\pi}{٤} - س} \times \frac{\text{جتا}س + \text{جا}س}{\text{جتا}س + \text{جا}س}$ ١

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جتا}^٢ س}{(\frac{\pi}{٤} - س)(\text{جتا}س + \text{جا}س)}$ ١

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - ٢س)}{\frac{\pi}{٤} - س} \times \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{١}{\text{جتا}س + \text{جا}س}$ ١

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - ٢س)}{٢(\frac{\pi}{٤} - س)} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ١

$= ١ \times \frac{١}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$ ١

السؤال الثاني :

ب) $ق(١) = |س - ١| - ٣$

$ق(س) = \begin{cases} ٣ - س & ، س < ٣ \\ س - ٣ & ، س \geq ٣ \end{cases}$ ١

$ق'(٣) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٣ + هـ) - ق(٣)}{هـ}$ ١

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{|٣ + هـ - ١| - ٢ - (٣ - ٣)}{هـ}$ ١

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{|٢ + هـ| - ٢}{هـ}$ ١

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-(٢ + هـ) - ٢}{هـ} = \frac{-٤}{٠^+} = -\infty$ ١

السؤال الثالث :

ع

ق (س) = ق (س)

$\sqrt{\quad}$ ـ ـ ـ = س

ع + ـ = ٠

ـ = ١ حل للمعادلة

(١، ١) نقطة تقاطع المنحنيين

ق (س) = $\frac{-١}{\sqrt{\quad}}$

ميل المماس عند (١) = ق (١) = ـ

ق (س) = ـ

ميل المماس عند = ـ × ١ = ـ

ميل المقص

ق × ميل المقص = $\frac{١}{٢}$ × ١ = ـ

∴ ق ، ق متعامدتان عند (١، ١)

ص ـ ص$_{١}$ = م (س ـ س$_{١}$)

ص ـ ١ = $\frac{١}{٢}$ (س ـ ١)

٢٢٨١
عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

١
١
٣٠

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ : ٢ د س
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢) — اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠١١/٦/٣٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السـؤال الأول : (١٦ علامة)

أ) جـد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to 0}$ ٣ س (ظتا ٢س + قتا ٣س) (٤ علامات)

٢) $\lim_{س \to -\infty}$ $\left(\frac{س^{٢}}{١ - س} + \frac{١ + س^{٢}}{١ + س} \right)$ (٥ علامات)

ب) إذا كانت $\lim_{س \to -١}$ $\frac{أ س^{٢} - ب س - ٥}{س + ١} = -٧$ ، فجـد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (٧ علامات)

السـؤال الثاني : (١٦ علامة)

أ) إذا كان ل (س) = $\frac{س^{٢} - ١}{س + ٢}$ ، هـ (س) = [س] ، فابحـث في اتصـال

الاقتران ق (س) = ل (س) × هـ (س) على الفترة [٠ ، ٢] . (١٠علامات)

ب) إذا كان ق (س) = ١ + $\frac{٢}{س - ٣}$ ، فجـد قَ (١) باسـتخدام تعريـف المشـتقة. (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\sqrt{٢(١ - س)}$ ، هـ (س) = ظا $\frac{س}{٢}$ ، فجد (ق ○ هـ)$'$ ($\frac{\pi}{٣}$) (٦ علامات)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) برهن صحة النظرية :

إذا كان ص = $س^{\frac{م}{ن}}$ حيث $\frac{م}{ن}$ عدد نسبي فإن $\frac{دص}{دس}$ = $\frac{م}{ن}$ $س^{\frac{م}{ن} - ١}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان س = ظتا ٢ص ، فأثبت أن صً = - ص^{٢} جا ٤ص (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (١٨ علامة)

أ) إذا كان المستقيم س + ٦ ص + ٩ = صفر يمس منحنى الاقتران

ق (س) = $\frac{٣ س}{س - ٢}$ ، س ≠ ٢ ، فجد قيمة (قيم) الثابت ٩ (٧ علامات)

ب) قُذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها ع ، فإذا كان بُعْده بالأمتار عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة يعطى بالاقتران ف (ن) = ع ن - ٥ ن^{٢} ، إذا علمت أن أقصى ارتفاع وصل إليه الجسم (٤٥) متر، فجد قيمة السرعة الابتدائية ع (٥ علامات)

ج) تتمدد دائرة بحيث يزداد طول قطرها بمعدل (٦) سم/د ، رُسم مربع داخل الدائرة وأخذ يتمدد معها بحيث تبقى رؤوسه ملامسة لها. جد معدل تغير مساحة المنطقة المحصورة بين المربع والدائرة عندما يكون طول قطر الدائرة (١٠) سم. (٦ علامات)

السـؤال الخامس : (١٢ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $س^{٤}$ - ٤ $س^{٣}$ ، س ∈ [-١ ، ٤] فجد القيم القصوى للاقتران ق (س) وبيّن نوعها. (٥ علامات)

ب) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته (٦) سم وارتفاعه (٨) سم، يُراد قطع مستطيل منه بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث ويقع كل من الرأسين الآخرين على ساقي المثلث، جد بعدي المستطيل لتكون مساحته أكبر ما يمكن. (٧ علامات)

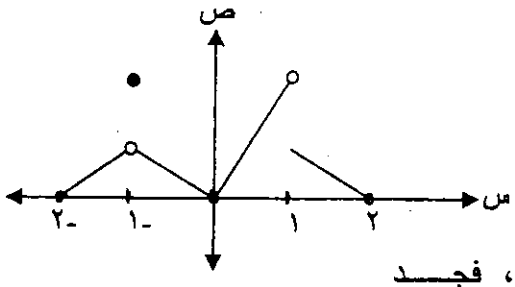
يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال السادس : (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

عمر الجبر Omar Aljabr

(١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على [-٢ ، ٢] فإن مجموعة جميع قيم أ حيث نهـا ق (س) = صفر هي :



أ) {-٢ ، ٠} ب) {٠ ، ٢}

ج) {-٢ ، ٠ ، ٢} د.) {٠}

(٢) إذا كان ق اقتراناً متصلاً عند س = ١ وكان ق (١) = ٤ ، فجد

$$\text{نهـا}_{س \to 1^+} \left(\frac{|س - 1|}{س - 1} + \sqrt{ق(س)} \right)$$

أ) ٣ ب) ١ ج) ٥ د) غير موجودة

(٣) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق على الفترة [٣ ، ٧] يساوي (٨) فإن متوسط تغيّر الاقتران هـ حيث هـ (س) = ١ + $\frac{١}{٢}$ ق (س) على الفترة نفسها يساوي :

أ) ٥ ب) ٣,٥ ج) ٨ د) ٤

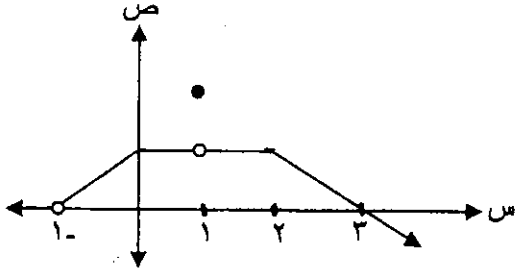
(٤) إذا كان ق$'$(-٢) = ٣ ، فجد $\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ق(٢ هـ - ٢) - ق(-٢)}{٣ هـ}$

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) - $\frac{٢}{٣}$ ج) ٢ د) -٢

(٥) إذا كان ق (س) = س^{ن} ، ن عدد صحيح موجب، وكان ق$^{(٣)}$ (س) = أ س ، فجد قيمة الثابت أ

أ) ٤ ب) ١٢ ج) ٢٤ د) ١

(٦) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على (-١ ، ∞) فإن مجموعة جميع القيم في مجال ق والتي تكون عندها ق$'$(س) غير موجودة لأن المشتقة من اليمين لا تساوي المشتقة من اليسار هي :



أ) {-١} ب) {٠}

ج) {-١ ، ١} د) {٠، ٢}

(٧) إذا كان ق (س) اقتران كثير حدود ، ق$'$(١) = صفر ، ق$''$ (١) × ق$''$ (٢) > ٠ ، ق$''$ (٢) < ٠ ، فإن النقطة (١ ، ق (١)) هي نقطة :

أ) قيمة عظمى مطلقة ب) قيمة عظمى محلية

ج) قيمة صغرى محلية د) قيمة صغرى مطلقة

يتبع الصفحة الرابعة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(٨) إذا كان الاقتران ق مُعرّفاً على الفترة [أ ، ب] وكان قَ (س١) – قَ (س٢) < ٠ ، س١ < س٢

لجميع قيم س١ ، س٢ ∈ (أ ، ب) فأيّ العبارات الآتية صحيحة :

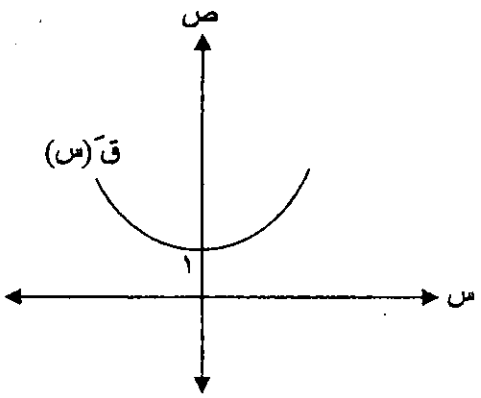
أ) ق (س) متزايداً في الفترة [أ ، ب]

ب) ق (س) متناقصاً في الفترة [أ ، ب]

ج) منحنى ق (س) مقعراً للأعلى في الفترة [أ، ب]

د) منحنى ق (س) مقعراً للأسفل في الفترة [أ ، ب]

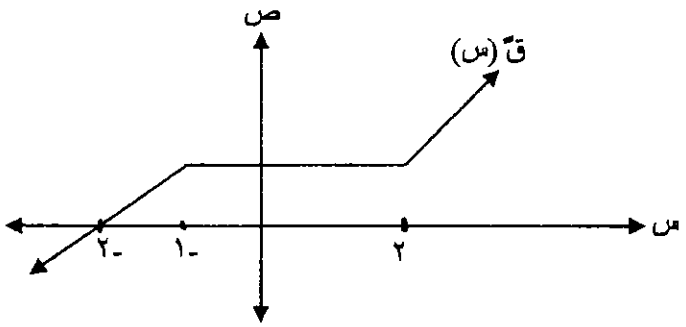
(٩) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى المشـــتقة الأولى للاقتران ق (س) فإن فترة التزايد للاقتران ق (س) هي :



أ) [٠ ، ∞)　　ب) (–∞ ، ٠]

ج) [١ ، ∞)　　د) ح

(١٠) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى المشتقة الثانية للاقتران ق (س) المعرف على ح ، فإن مجموعة جميع قيم س التي يكون عندها للاقتران ق نقطة انعطاف هي :



أ) {–٢}　　ب) {–١ ، ٢}

ج) {٢}　　د) {–٢ ، –١ ، ٢}

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ (الدورة الصيفية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفـرع : العلمي والادارة المعلوماتية (المسار ٢)

مدة الامتحان : ٣ س
التاريـــخ : ٢٠١١/٦/٣٠

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :
	السؤال الأول : (١٦ علامة)
	٩) أ) (٤) (P) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا٣س(ظا٢س + قتا٣س)}{س}$
	$= \lim_{س \to 0} \frac{(٣س ظا٢س + ٣س قتا٣س)}{س}$
	$= \lim_{س \to 0} \frac{٣س}{س} \cdot \frac{ظا٢س}{٣س} + \lim_{س \to 0} \frac{٣س}{ظا٣س}$ $= ١ + ١$
	$= ١ + \frac{٣}{٢} = \frac{٥}{٢}$ $= \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}$
	٥) ٢) $\lim_{س \to -٥} \left(\frac{س^٢}{١ - س} + \frac{١ + س^٢}{١ + س} \right)$
	$= \lim_{س \to -٥} \frac{س^٢(١ + س) + (١ + س^٢)(١ - س)}{(١ - س)(١ + س)}$ $= \frac{١}{٢}$
	$= \lim_{س \to -٥} \frac{س^٢ + س^٣ + ١ - س + س^٢ - س^٣}{١ - س^٢}$ $= \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}$
	$= \lim_{س \to -٥} \frac{٢س^٢}{٢ - س^٢} = \frac{٢}{٢} = ١$ $= \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}$
	٧) ب) نفرض أن $هـ(س) = P س^٢ - ب س - ٥$
	بما ان النهاية موجودة فإنه س + ١ عامل من عوامل البسط . أي أن $هـ(-١) =$ صفر. $= \frac{١}{٢}$
	أيهما يقبل صحيح
	$هـ(-١) = P - ب + ٥ = ٠$ ومنه $ب = P - ٥$ $= \frac{١}{٢}$
	$\lim_{س \to -١} \frac{P س^٢ - ب س - ٥}{س + ١} = \lim_{س \to -١} \frac{P س^٢ - (P - ٥) س - ٥}{س + ١}$ $= \frac{١}{٢}$
	$= \lim_{س \to -١} \frac{(س + ١)(P س - ٥)}{س + ١}$ $= \frac{١}{٢}$
	$= \lim_{س \to -١} (P س - ٥) = -P - ٥$ $= \frac{١}{٢}$
	$-P - ٥ = -٧$ ومنه $P = ٢$ $= \frac{١}{٢}$
	$ب = P - ٥ = ٣$ $= \frac{١}{٢}$

رقم الصلحة في الكتاب

السؤال الثاني: (١٦ علامة)

١٠) أ) $ه(س) = \begin{cases} 0 & ، س \leq 0 \\ \frac{س^2 - 1}{س + 2} & ، 1 \geq س > 0 \\ \frac{أ(س^2 - 1)}{س + 2} & ، س = 2 \end{cases}$ ١

الاقتران $ه(س)$ متصل على الفترة $[0, 1]$ لأنه اقتران ثابت ١

الاقتران $ه(س)$ متصل على الفترة $(1, 2)$ لأنه على صورة اقتران نسبي ليس مقامه أصفار في هذه الفترة ١

نبحث اتصال الاقتران عند $س = 1$

$\lim_{س \to 1^+} ه(س) = \lim_{س \to 1^+} \frac{س^2 - 1}{س + 2} = 0$ ، $\lim_{س \to 1^-} ه(س) = 0$ ١

إذن $\lim_{س \to 1} ه(س) = 0$

$ه(1) = 0$ ، الاقتران متصل عند $س = 1$ لأنه $\lim_{س \to 1} ه(س) = ه(1)$ ١ + ١

نبحث بالاتصال عند $س = 2$ من اليسار

$\lim_{س \to 2^-} ه(س) = \lim_{س \to 2^-} \frac{س^2 - 1}{س + 2} = \frac{4 - 1}{2 + 2} = \frac{3}{4}$ ١

$ه(2) = \frac{أ(4 - 1)}{2 + 2} = \frac{3أ}{4}$ ١

$ه(س)$ غير متصل عند $س = 2$ من اليسار لأنه $\lim_{س \to 2^-} ه(س) \neq ه(2)$ ١

إذن الاقتران $ه(س)$ متصل على الفترة $[0, 2)$ ١

ب) $ه'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ه(س + هـ) - ه(س)}{هـ}$ أي الطريقتين يأخذ العلامة

$ه'(1) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ه(1 + هـ) - ه(1)}{هـ}$ ١

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{1 + هـ - 2}{هـ + 2} - 0}{هـ}$ ١ + ١

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{هـ - 2 + 2}{هـ - 2}}{هـ}$ ١

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ}{هـ(هـ - 2)}$ ١

$= -\frac{1}{2}$ ١

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الثالث : (١٨ علامة)

(٦ أ) $\text{مـ}(س) = \frac{-٢}{\sqrt{٢(١-س)}} = \frac{-١}{\sqrt{٢(١-س)}}$ ١

$\text{هـ}(س) = \frac{١}{٢}\text{قا}^{٢}\frac{س}{٢}$ ١

$(\text{مـ} \circ \text{هـ})'(س) = \text{مـ}'(\text{هـ}(س)) \cdot \text{هـ}'(س)$ ١

$(\text{مـ} \circ \text{هـ})'(\frac{\pi}{٣}) = \text{مـ}'(\text{ظا}\frac{\pi}{٦}) \times \frac{١}{٢}\text{قا}^{٢}\frac{\pi}{٦}$ ١

$= \text{مـ}'(\frac{١}{\sqrt{٣}}) \times \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣}$ ١

$= \frac{-١}{\sqrt{٢(\frac{١}{٣}-١)}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٣} \times \frac{٢}{٣} = \frac{-١}{\sqrt{\frac{-٢}{٣}}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٣} \times \frac{٢}{٣}$ ١ إيجاد مـ' ١

(٦ ب) $ص = س^{\frac{م}{ن}}$ ومنه $ص^{ن} = س^{م}$ ١

$ن ص^{ن-١} \cdot \frac{د ص}{د س} = م س^{م-١}$ ١

$\frac{د ص}{د س} = \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{ص^{ن-١}}$ ١

$= \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{(س^{\frac{م}{ن}})^{ن-١}}$ ١

$= \frac{م}{ن} \times س^{م-١-م+\frac{م}{ن}} = \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن}-١}$ ١

$= \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن}-١}$ ١

(٦ جـ) $س = ظا ٢ص$

$١ = -٢ \text{قا}^{٢} ٢ص \cdot صـ$ ١

$صـ = \frac{١}{-٢\text{قا}^{٢}٢ص}$ ١

$= -\frac{١}{٢}\text{ها}^{٢}٢ص = صـ$ ١

$-٢\text{ها}٢ص \text{ قا}٢ص صـ = صـ$ ١ + ١ تعميم وصار

$صـ = -صـ \text{ ظا}٢ص$ ١

السؤال الرابع : (١٨ علامة)

رقم الصفحة في الكتاب

(٧) أ) يمكن كتابة معادلة المستقيم بالصورة ص = $-\frac{1}{6}$(س + ٢)

ميل المستقيم = ص' = $-\frac{1}{6}$

ص'(س) = $\frac{(س-٢)(٣) - ٣س(١)}{(س-٢)^{٢}} = \frac{-٦}{(س-٢)^{٢}}$

نفرض أن نقطة التماس (س١ ، ص١) فيكون ص'(س١) = $-\frac{1}{6}$

$\frac{-٦}{(س_{١}-٢)^{٢}} = -\frac{1}{6}$ ومنه $(س_{١}-٢)^{٢} = ٣٦$

س١ - ٢ = ± ٦ ومنه س١ = ٨ ، -٤

نقطتي التماس : (٨ ، ٨/٥) ، (-٤ ، ٤/٥) = (-٤ ، ٢/٥)

(٨ ، ٨/٥) تحقق معادلة المستقيم $\frac{4}{5} = -\frac{1}{6}$(P + ٨) ومنه P = -٣٢

(-٤ ، ٢/٥) تحقق معادلة المستقيم $\frac{2}{5} = -\frac{1}{6}$(P - ٤) ومنه P = -٨

(٥) ب) يصل الجسم لأقصى ارتفاع عندما تكون سرعته صفر (ف'(ن) = صفر)

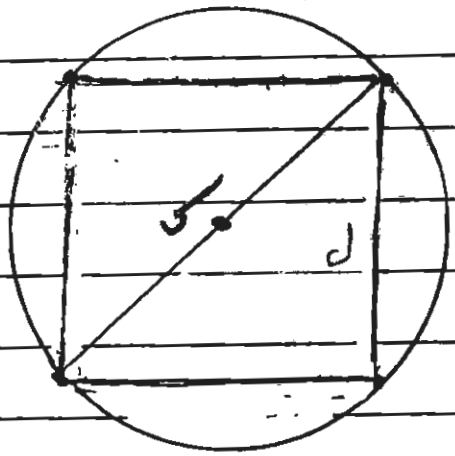
ف'(ن) = ع٠ - ١٠ن

ع٠ - ١٠ن = ٠ ومنه ن = $\frac{ع_{٠}}{١٠}$

ف $(\frac{ع_{٠}}{١٠})$ = ٤٥ ، ع٠ × $\frac{ع_{٠}}{١٠}$ - ٥$(\frac{ع_{٠}}{١٠})^{٢}$ = ٤٥

$\frac{ع_{٠}^{٢}}{١٠} - \frac{ع_{٠}^{٢}}{٢٠} = ٤٥$ ومنه ع٠ = ٣٠ م/ث العلاقة على الإجابة

(٦) د) نفرض أن طول قطر الدائرة = س سم



فإن طول ضلع المربع = ل سم

$س^{٢} = ٢ل^{٢}$ ومنه ل = $\frac{س}{\sqrt{٢}}$ ، ١٠ أهمل

الجذر السالب لأن الطول موجب

مساحة الدائرة = $\pi(\frac{س}{٢})^{٢} = \frac{1}{4}\pi س^{٢}$

مساحة المربع = $ل^{٢} = \frac{1}{2}س^{٢}$

المساحة المحصورة بين المربع والدائرة

$م = \frac{1}{4}\pi س^{٢} - \frac{1}{2}س^{٢} = \frac{(\pi-٢)}{4}س^{٢}$

$\frac{دم}{دس} = \frac{1}{2}(\pi-٢)س \cdot \frac{دس}{دن}$ ، $\frac{دس}{دن} = ٦$ ، س = ١٠

$\frac{دم}{دن} = \frac{1}{2}(\pi-٢) \times ١٠ \times ٦ = ٣٠(\pi-٢)$ سم^{٢}/د

س = ١٠

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال السادس (٢٠ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الاجابة	ب	م	ك	جـ	جـ	ك	ب	د	ك	م
الاجابة	$[٢٠,٥$	٣	٤	٢	٢٤	$[٢٠,٥$	غير قابل للاشتقاق	غير قابل للاشتقاق	ح	$]-\infty$ ، ٢[

السؤال الخامس : (١٢ علامة)

(م ٥) $هـ(س) = س^٤ - ٤س^٣$ ، $س \in [-١ ، ٤]$

$هـ'(س) = ٤س^٣ - ١٢س^٢$

$٤س^٣ - ١٢س^٢ = ٠$

$٤س^٢(س - ٣) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، ٣$ ١/٢

$هـ(س)$ غير موجودة عند أطراف المجال وهي $س = -١ ، س = ٤$ ١/٢

س	-١		٠		٣		٤
$هـ'(س)$		−		−		+	
$هـ(س)$		↘		↘		↗	

١/٢

∴ النقط الحرجة للاقتران :

$(-١ ، ٥)$ ، $(٠ ، ٠)$ ، $(٣ ، -٢٧)$ ، $(٤ ، ٠)$

من الجدول وبموجب اختبار المشتقة الأولى للقيم القصوى يوجد ١/٢

للاقتران قيمة صغرى محلية ومطلقة عند $س = ٣$

وهي $هـ(٣) = -٢٧$.

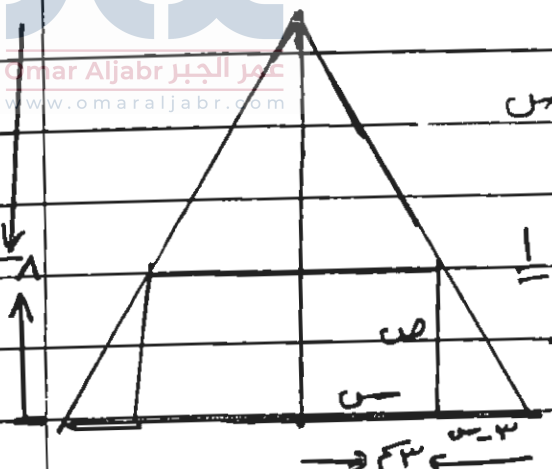
وللاقتران قيمة عظمى مطلقة عند $س = -١$ وهي ١/٢

$هـ(-١) = ٥$

رقم الصفحة في الكتاب

تابع

السؤال الخامس



عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

(٧) ب) نفرض أن طول ضلع المستطيل ٢س

وعرضه ص

مساحة المستطيل م = ٢س × ص ½

نجد أحد المتغيرين س، ص بدلالة المتغير الآخر

من تشابه المثلثات

$\frac{ص}{٨} = \frac{٣ - س}{٣}$ ومنها $ص = \frac{٨}{٣}(٣ - س)$ ½

$م = ٢س \times \frac{٨}{٣}(٣ - س) = \frac{١٦}{٣}(٣س - س^٢)$

$م' = \frac{١٦}{٣}(٣ - ٢س)$ ½

$م' = ٠ \Leftarrow \frac{١٦}{٣}(٣ - ٢س) = ٠ \Leftarrow س = \frac{٣}{٢}$ ½

$م'' = \frac{-٣٢}{٣}$ ½

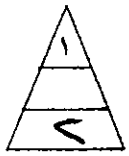
$م''|_{س = \frac{٣}{٢}} = \frac{-٣٢}{٣} < ٠$

إذن تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن عندما يكون ½

أحد بعديه ٢ × $\frac{٣}{٢}$ = ٣ سم

والبعد الآخر ص = $\frac{٨}{٣}(٣ - \frac{٣}{٢})$ = ٤ سم ½ للتعديل طفيف

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com



وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — **مدة الامتحان : ٠٠ د : ٢ س**

الفرع : العلمي — **اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٢/١/٧**

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول : (١٤ علامة)

أ) جد قيمة كل مما يأتي:

١) نهـا $\lim_{س \to 3} \frac{س^{٢} - ٣ س}{س - \sqrt{س + ١} - ١}$ (٦ علامات)

٢) نهـا $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جتا س}{\pi - ٢ س}$ (٤ علامات)

ب) إذا كانت نهـا $\lim_{س \to \infty} \frac{(٥ - ٢ س^{٣})^{٢}}{٩ س (٤ + س)^{ن}} = -١$ ، فجد قيمة كل من الثابتين ٩ ، ن . (٤ علامات)

السؤال الثاني : (١٦ علامة)

أ) ليكن ق (س) = $\begin{cases} ٥ س - ٩ & ، \quad س \leq ٢ \\ [٢ - \frac{١}{٢} س] & ، \quad ٢ < س \leq ٤ \\ |س - ٤| & ، \quad س > ٤ \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران ق (س) على مجموعة الأعداد الحقيقية. (٨ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{\sqrt{س + ١}}$ ، فجد ق$'$(٩) باستخدام تعريف المشتقة. (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

السـؤال الثالث : (١٧ علامة)

أ) إذا كان $(ص + ١)^{٣} = (س - ٢)^{٢}$ ، فأثبت أن $(\frac{٣}{٢} ص^{\frac{١}{٢}})^{٢} = \frac{١}{ص + ١}$ (٥ علامات)

ب) إذا كان $س = ظا ٣ ص$ فجد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عندما $ص = \frac{\pi}{١٢}$ (٧ علامات)

ج) قُذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، فإذا كان (ف) بُعده بالأمتار عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة مُعطى بالاقتران ف (ن) = ٣٠ ن - ٥ ن^{٢} ، فجد ارتفاع الجسم عن سطح الأرض عندما يفقد نصف سرعته الابتدائية. (٥ علامات)

السـؤال الرابع : (١٢ علامة)

أ) جد مساحة المثلث المكوّن من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = س^{٢} + ١ عند النقطة (٢ ، ٥)، والمستقيم ص = ١ علماً بأن معادلة العمودي ص = $-\frac{١}{٤}$ س + $\frac{١١}{٢}$

(٥ علامات)

ب) بدأت نقطة مادية الحركة من النقطة أ (٦ ، ٠) على محور السينات مبتعدة عن نقطة الأصل بسرعة ٣ سم/ث ، وفي اللحظة نفسها بدأت نقطة أخرى الحركة من النقطة ب (٠ ، ١٢) على محور الصادات مقتربة من نقطة الأصل بسرعة ٢ سم/ث . جد معدل تغيّر المسافة بين النقطتين المتحركتين عندما تكون النقطة المتحركة على محور الصادات على بُعد ٨ سم من نقطة الأصل.

(٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٧ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = س (س - ٣)^{٢} - ٢ ، س ∈ [-١ ، ٤) ، فجد كلاً مما يأتي للاقتران ق (س) :

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها متزايداً.

٢) القيم القصوى وبيّن نوعها. (٨ علامات)

ب) صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته على شكل مستطيل طوله مِثلَي عرضه. إذا كان مجموع ارتفاع الصندوق ومحيط قاعدته يساوي ٧٢ سم ، فجد أبعاده التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن.

(٩ علامات)

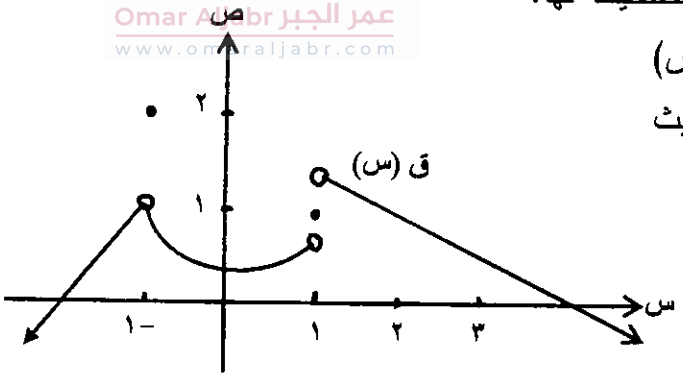
يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال السادس : (٢٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها:

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى الاقتران ق (س)



المُعرّف على ح ، فإن مجموعة قيم $أ$ بحيث

تكون $\lim_{س \to أ}$ ق (س) = ١ هي :

أ) { -١ ، ١ } ب) { -١ ، ١ ، ٢ }

ج) { -١ ، ٢ } د) { -١ ، ٠ ، ٢ }

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ل(س) - ٤}{س} = ٨$ ، وكان ل (س) اقتران كثير حدود ، فإن

$\lim_{س \to ٠}$ (ل (س) + ١٠) =

أ) ٤ ب) ١٤ ج) ١٨ د) ٦

٣) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{س - ٣ س^{٢}}{س^{٢}} + ١ \right) =$

أ) -٣ ب) -٢ ج) ١ د) ٤

٤) إذا كان (ق ٥ هـ)َ (٣) = ٢٨ ، هـ (٣) = -٢ ، قَ (-٢) = ٤ ، فما قيمة هـَ (٣) ؟

أ) -١٤ ب) ٢٤ ج) -٧ د) ٧

٥) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق (س) على الفترة [١ ، ٤] يساوي ٣ ، وكان

ق (١) + ق (٤) = ٢ ، فإن متوسط التغيّر في الاقتران هـ (س) = ق^{٢} (س) على الفترة [١ ، ٤] =

أ) ٦ ب) ٩ ج) ٢ د) ٣

٦) $\lim_{هـ \to ٠} \frac{٦ (٢ + هـ)^{٣} - ٤٨}{٩ هـ} =$

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٤}{٣}$ ج) ٨ د) ٧٢

يتبع الصفحة الرابعة ...

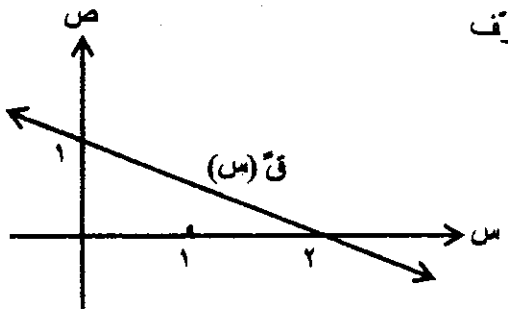
Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

٧) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٢ \text{ جتا}^{٢} \text{ س} & ، \text{ س} \geq \frac{\pi}{٢} \\ ٢ \text{ س}^{٢} + \pi^{٢} & ، \text{ س} < \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

فإن قيمة ٢ التي تجعل ق (س) متصلاً عند س = $\frac{\pi}{٢}$ هي :

أ) -٢ ب) صفر ج) -٤ د) ٤

٨) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى قّ (س) للاقتران ق المُعرّف على ح ، وكان للاقتران ق نقطة حرجة عند س = ١ ،



فإن ق (١) قيمة :

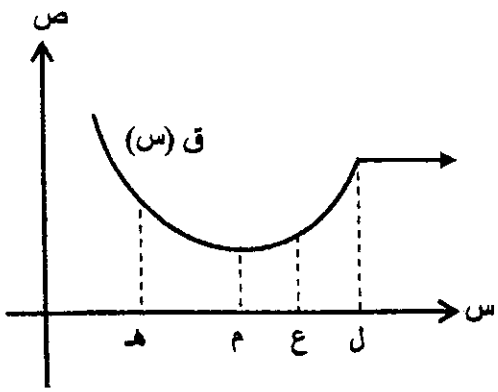
أ) صغرى محلية ب) عظمى محلية

ج) صغرى مطلقة د) عظمى مطلقة

٩) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ١ - \text{س}^{٢} & ، \text{ س} \leq ٣ \\ ٣ - ٦ \text{ س} & ، \text{ س} > ٣ \end{cases}$ ، فإن قَ (٣) :

أ) ٦ ب) -٦ ج) -١٥ د) غير موجودة

١٠) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى الاقتران ق (س) المُعرّف على ح ، فإن قيمة س التي تكون عندها المشتقة الأولى سالبة والمشتقة الثانية موجبة للاقتران ق (س) هي :



أ) ل ب) ع

ج) م د) هـ

١١) إذا كان لمنحنى الاقتران ق (س) = جتا س - ٢ س^{٢} نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٣}$ ،

فجد قيمة الثابت ٢

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $-\frac{١}{٤}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) -١

١٢) إذا كان ق (س) = س^{٣} $\frac{١}{}$ - س ، فإن منحنى الاقتران ق (س) مقعراً للأسفل في الفترة :

أ) [٠ ، ∞) ب) (-∞ ، ٠] ج) [١ ، ∞) د) (-∞ ، ∞)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ (الدورة الشتوية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات
الفـرع : العلمي (م ٣)

مدة الامتحان : ٣ س د
التاريـــخ : ٢٠١٢ / ١ / ٧

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :
	السؤال الأول (١٤ علامة)
٣٧	أ) نفرض أن $\sqrt{س+١} = ص$ ① ومنه $س+١ = ص^٢$
	$س = ص^٢ - ١$ ، عندما $س \to ٣$ فإن $ص \to ٢$
	$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٣س}{س - \sqrt{س+١} - ١} = \text{نها}_{ص \to ٢} \frac{(ص^٤ - ١)^٢ - ٣(ص^٤ - ١)}{ص^٤ - ١ - ص - ١}$ ①
	$= \text{نها}_{ص \to ٢} \frac{(ص^٤ - ١)(ص^٤ - ١ - ٣)}{ص^٤ - ص - ٢} = \text{نها}_{ص \to ٢} \frac{(ص^٤ - ١)(ص^٤ - ٤)}{ص^٤ - ص - ٢}$
	$= \text{نها}_{ص \to ٢} \frac{(ص-١)(ص+١)(ص-٢)(ص+٢)}{(ص-٢)(ص+١)}$ ① $= ٤$ ①
٤٦	ب) $\text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جتا} س}{٢س - \pi} = \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{حا}(\frac{\pi}{٢} - س)}{٢(\frac{\pi}{٢} - س)}$ ①
	نفرض أن $ص = س - \frac{\pi}{٢}$ ① ، عندما $س \to \frac{\pi}{٢} \Rightarrow ص \to ٠$
	$= \text{نها}_{ص \to ٠} \frac{\text{حا}(-ص)}{٢ص} = -\frac{١}{٢} \text{نها}_{ص \to ٠} \frac{\text{حا}ص}{ص} = -\frac{١}{٢} \times ١ = -\frac{١}{٢}$ ① ①
٧٤	ج) . بما أن النهاية موجودة وتساوي عدد حقيقي غير الصفر
	فإن درجة البسط = درجة المقام = ٦ ①
	$س(س^ن)$ من الدرجة ٦ ومنه $ن = ٥$ ①
	$\text{نها}_{س \to \infty} \frac{(٥ - ٢س^٣)^٢}{ب س (٤ + س)^ن} = \text{نها}_{س \to \infty} \frac{٤س^٦}{ب س^٦} = -١$ ① ①
	$\frac{٤}{ب} = -١ \Leftarrow ب = -٤$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني (١٦ علامة)

٧٥

أ) $ق(س) = \begin{cases} ٥س - ٩ & ، س \leq ٢ \\ صفر & ، ٢ < س < ٤ \\ س - ٤ & ، س > ٤ \end{cases}$ ①

② الاقتران ق متصل على الفترة $(-\infty ، ٢]$ لأنه على صورة كثير حدود
الاقتران ق متصل على الفترة $(٢ ، ٤)$ لأنه ثابت
الاقتران ق متصل على الفترة $(٤ ، \infty)$ لأنه على صورة كثير حدود

نبحث إتصال الاقتران ق عند $س = ٢$:

$\lim_{س \to ٢} ق(س) = \lim_{س \to ٢} (٥س - ٩) = ١$ ①

$\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = \lim_{س \to ٢^+} صفر = صفر$

$\Leftarrow$ $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) غير موجودة

الاقتران ق غير متصل عند $س = ٢$ لأن $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) غير موجودة ①

نبحث إتصال الاقتران ق عند $س = ٤$:

$\lim_{س \to ٤^-} ق(س) = \lim_{س \to ٤^-} (س - ٤) = صفر$

$\lim_{س \to ٤^+} ق(س) = صفر$

$\Leftarrow$ $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = صفر ①

ق(٤) = صفر ، الاقتران ق متصل عند $س = ٤$ لأن $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = ق(٤) ①

إذن الاقتران ق متصل على $ح / \{٢ ، ٤\}$ ①

٩١

ب) $ق'(٩) = \lim_{س \to ٩} \frac{ق(س) - ق(٩)}{س - ٩}$ ①

$= \lim_{س \to ٩} \frac{\frac{١}{٤} - \frac{١}{١ + \sqrt{س}}}{٩ - س}$ ①

$= \lim_{س \to ٩} \frac{٤ - (١ + \sqrt{س})}{٤(١ + \sqrt{س})(٩ - س)}$ ①

$= \lim_{س \to ٩} \frac{٣ - \sqrt{س}}{٤(١ + \sqrt{س})(٣ + \sqrt{س})(٩ - س)}$ ①

$= \lim_{س \to ٩} \frac{٩ - س}{٤(٩ - س)(١ + \sqrt{س})(٣ + \sqrt{س})}$ ①

$= \frac{-١}{٤ \times ٦ \times ١٦} = \frac{-١}{٩٦}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الثالث (١٧ علامة)

١٤٣ ، ١٣٧

(٥) أ) نشتقه الطرفين بالنسبة إلى س

$٣(ص+١)^{٢} ص' = ٢(س-٢)$ ① + ①

$ص' = \frac{س-٢}{\frac{٣}{٢}(ص+١)^{٢}}$

$\left(ص' \frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{(س-٢)^{٢}}{\frac{٩}{٤}(ص+١)^{٤}} = \frac{(ص+١)^{٢}}{\frac{٩}{٤}(ص+١)^{٤}} = \frac{١}{ص+١}$ ① ٣ ① ٢ ①

١٤٤

(٧) ب) نشتقه الطرفين بالنسبة إلى س :

$١ = (ظا^{٢}٣ص)\left(٣ \frac{ص'}{س'}\right)$ ① آي خطأ تحر العلوم

$\frac{ص'}{س'} = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{ظا^{٢}٣ص} = \frac{١}{٣} جتا^{٢}٣ص$ ①

$\frac{ص''}{س'^{٢}} = \frac{١}{٣}(٢ جتا٣ص)(-ظا٣ص)\left(٣ \frac{ص'}{س'}\right)$ ① ①

$= \frac{١}{٣}(٢ جتا٣ص)(-ظا٣ص)(٣ \times \frac{١}{٣} جتا^{٢}٣ص)$ ①

$= -\frac{٤}{٣} جتا^{٣}٣ص ظا٣ص$

$\left|\frac{ص''}{س'^{٣}}\right|_{ص=\frac{\pi}{١٢}} = -\frac{٤}{٣} \times جتا^{٣}\frac{\pi}{٤} ظا\frac{\pi}{٤}$ ①

$= -\frac{٤}{٣} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٣} \times ١ = -\frac{١}{٦}$ ①

١٦٥

(٥) هـ) $ف(ن) = ٣٠ن - ١٠ن^{٢}$ ①

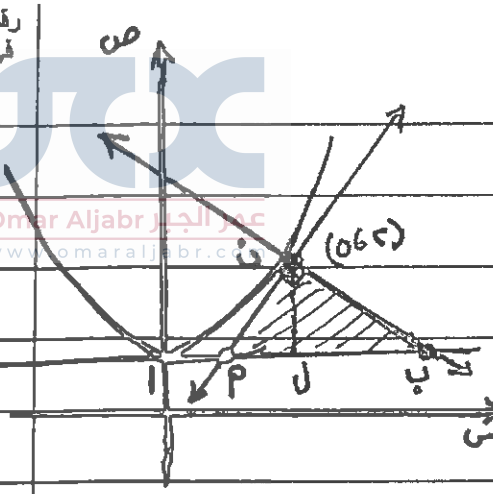
السرعة الابتدائية $ع_{ب} = ف'(٠) = ٣٠$ م/ث ①

السرعة الابتدائية $= ١٥ \Leftarrow ٣٠ - ١٠ن = ١٥$ ① $ن = \frac{٣}{٢}$ ثانية ①

$ف\left(\frac{٣}{٢}\right) = ٣٠ \times \frac{٣}{٢} - ٥ \times \frac{٩}{٤} = ٤٥ - \frac{٤٥}{٤} = \frac{١٣٥}{٤}$ م

رقم الصفحة في الكتاب ١٦٠

السؤال الرابع (١٢ علامة)



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

△ ٥ أ) $هـ(س) = ٢س$

ميل المماس = $هـ'(٢) = ٤$ ①

معادلة المماس :

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٥ = ٤(س - ٢)$ ① $\Leftarrow ص = ٤س - ٣$

نجد الاحداثي السيني لنقطتي تقاطع المماس والعمودي مع المستقيم ص = ١

وهما النقطتان P ، ب : كل من

$٤س - ٣ = ١ \Leftarrow س = ١$

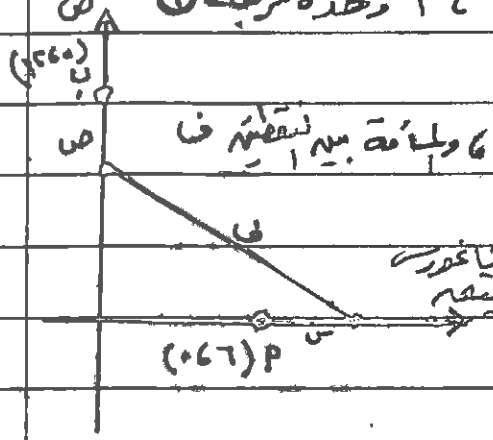
$-\frac{١}{٤}س + \frac{١١}{٢} = ١ \Leftarrow س = ١٨$ } ①

طول $\overline{ل P} = ١٨ - ١ = ١٧$ وحدة ، ارتفاع المثلث $(ن ل) = ٥ - ١ = ٤$ وحدة ①

مساحة المثلث $ن P ب = \frac{١}{٢} \times ١٧ \times ٤ = ٣٤$ وحدة مربعة ①

△ ٧ ب) نفرض أن المسافة التي قطعتها

النقطة الأولى (س) سم ، والثانية (ص) سم ، والمسافة بينهما ف



فتكون $س = ٣ن$ ، $ص = ٢ن$ ①

$ف^٢ = (٦ + ٣ن)^٢ + (١٢ - ٢ن)^٢$ ① ① صياغة تطبيقه

$= ٣٦ + ٢٦ن + ٩ن^٢ + ١٤٤ - ٤٨ن + ٤ن^٢$

$= ١٣ن^٢ - ٢٢ن + ١٨٠$

$٢ف \times \frac{د ف}{د ن} = ٢٦ن - ٢٢$ ① $\Leftarrow \frac{د ف}{د ن} = \frac{١٣ن - ٦}{ف}$

تكون النقطة الثانية على بعد ٨ سم من نقطة الأصل عندما ص = ٤

ومنه ن = ٢ ①

نجد ف عندما ن = ٢

$ف^٢ = ١٣ \times ٤ - ٢٢ \times ٢ + ١٨٠ = ٢٠٨$ ومنه $ف = ٤\sqrt{١٣}$ ①

$\frac{د ف}{د ن}_{|ن=٢} = \frac{١٣ \times ٢ - ٦}{٤\sqrt{١٣}} = \frac{٢٠}{٤\sqrt{١٣}} = \frac{٥}{\sqrt{١٣}}$ سم / ث ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس (١٧ علامة)

١٨٤٦١٧٨

٨ أ) $هـ(س) = س^٣ - ٦س^٢ + ٩س - ٢$

$هـ'(س) = ٣س^٢ - ١٢س + ٩$ ①

$٣س^٢ - ١٢س + ٩ = صفر \Leftarrow ٣(س-١)(س-٣) = صفر \Leftarrow س = ١ ، ٣$ ①

١) $هـ'(س) > صفر$ في الفترتين $(-\infty ، ١)$ ، $(٣ ، ٤)$ وعليه يكون $هـ(س)$ متزايداً في الفترتين $[-١ ، ١]$ ، $[٣ ، ٤]$ ①

س	-١		١		٣		٤
$هـ'(س)$	+	+	+	-	-	+	+
$هـ(س)$	↗		↗		↘		↗

٢) $هـ(-١) = -١٨$ ، $هـ(١) = ٢$ ①

٣) $هـ(٣) = -٢$ ، $هـ(س) \to ٢$ عندما $س \to -\infty$ ①

بموجب اختبار المشتقة الأولى للقيم القصوى نجد أن للاقتران $هـ$:

① قيمة عظمى محلية ومطلقة عند $س = ١$ وهي $هـ(١) = ٢$

① قيمة صغرى محلية عند $س = ٣$ وهي $هـ(٣) = -٢$.

① قيمة صغرى مطلقة عند $س = -١$ وهي $هـ(-١) = -١٨$

٩ ب) نفرض أن عرض قاعدة الصندوق $= س$ سم ، وارتفاع الصندوق $ع$ سم ٢٠٣

فيكون طول قاعدة الصندوق $٢س$ سم

$٦س + ع = ٢٧ \Leftarrow ع = ٢٧ - ٦س$ ①

حجم الصندوق $ح = ٢س \times س \times ع$ ①

$= ٢س \times س \times (٢٧ - ٦س) = ٥٤س^٢ - ١٢س^٣$ ①

$ح' = ١٠٨س - ٣٦س^٢$ ①

$ح' = صفر \Leftarrow ١٠٨س - ٣٦س^٢ = صفر$ ①

$٣٦س(٣ - س) = صفر \Leftarrow س = ٣$ ، $س = صفر$ مرفوض. ①

$ح'' = ١٠٨ - ٧٢س$

$ح''_{س=٣} = ١٠٨ - ٢١٦ = -١٠٨ < صفر$ ①

يكون حجم الصندوق أكبر ما يمكن عندما يكون عرض قاعدته ٣ سم ،

طول قاعدته $= ٢ \times ٣ = ٦$ سم ①

ارتفاع الصندوق $ع = ٢٧ - ٦ \times ٣ = ٩$ سم

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال السادس (٢٤ علامة)

لكل فقرة علامتان

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رمز الإجابة	ح	ن	ن	ك	م	ص	ح	م	ك	ك	ن	م
الإجابة	$\{-4\}$	١٤	-2	٧	٦	٨	-4	صفري فليه	غير موجودة	∅	$-\frac{1}{4}$	$\{0\}$

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

٢

$$\frac{\text{ـه}}{\text{ـه}} \div \frac{\text{ـه}}{\text{ـه}}$$

$$\frac{\text{ـه}}{\text{ـه}} \div \frac{\text{ـه}}{\text{ـه}}$$

$$\frac{\text{ـه}}{\text{ـه}} \div \frac{\text{ـه}}{\text{ـه}}$$

$$\left(\frac{\text{ـه}}{\text{ـه}} - \frac{\text{ـه}}{\text{ـه}}\right) \div \frac{\text{ـه}}{\text{ـه}}$$

$$\left(\frac{\text{ـه}}{\text{ـه}} \times \frac{\text{ـه}}{\text{ـه}} - \text{ـه}\right) \div \text{ـه}$$

$$\left(\frac{\text{ـه}}{\text{ـه}} \div \text{ـه}\right) \div \text{ـه}$$

$$\text{ـه} \div \left(\text{ـه} - \frac{\text{ـه}}{\text{ـه}}\right) \div \text{ـه}$$

$$\text{ـه} \div \frac{\text{ـه}}{\text{ـه}} \times \text{ـه} = \text{ـه} \div \text{ـه} = \text{ـه}$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(أ) السؤال الأول /

(P

تحليل (ص - ١) ليس له علاقة / (علاقة كل ص - ٤ في الخطوة الأخيرة.

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

حل آخر :

P) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٣س}{(س-١)^{\frac{١}{٢}}} \times \frac{(س-١)^{\frac{١}{٢}} + (س-١)^{\frac{١}{٢}}}{(س-١)^{\frac{١}{٢}} + (س-١)^{\frac{١}{٢}}}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س^٢ - ٣س)\left((س-١)^{\frac{١}{٢}} + (س-١)^{\frac{١}{٢}}\right)}{(س-١) - (س-١)}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س^٢ - ٣س)\left((س-١)^{\frac{١}{٢}} + (س-١)^{\frac{١}{٢}}\right)}{س - ١ - س + ١}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س^٢ - ٣س)\left((س-١)^{\frac{١}{٢}} + (س-١)^{\frac{١}{٢}}\right)}{(س^٢ - ٣س)}$

$= (٣-١)^{\frac{١}{٢}} + (٣-١)^{\frac{١}{٢}} = ٢ + ٢ = ٤$

ضع P

(ب

إذا أوجد الإجابة بشكل صحيح من الخطوة

$\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{ظا(\frac{\pi}{٤} - س)}{(\frac{\pi}{٤} - س)ق} = -\frac{١}{ق}$ حيث ق ≠ ٠

عمر الجبر
Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

تفريع التكامل

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\text{جتا}\, س - \text{جتا}\, \pi}{\pi - س} \, د س$$

$$= \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\text{جتا}\, س - \text{جتا}\, \pi}{(\pi - س)} \, د س$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{د}{د س} (\text{جتا}\, س) \Big|_{س = \pi}$$

$$= \frac{1}{2} \times - \text{جا}\, \pi = - \frac{1}{2}$$

ب) إذا أوجد $ن = 6$ خمس طلاب.

إذا أوجد $ن = 5$ مناشرة ياخذ طلابها

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

[١]

١ = ٣ قا ٣ س $\frac{دص}{دس}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{١}{٣ قا^٢ ٣ س}$

$\frac{د^٢ص}{دس^٢} = -١ \times ٣ \times ٢ قا ٣ س \times قا ٣ س ظا ٣ س \times ٣ \frac{دص}{دس}$

$= \frac{-١٨ قا^٢ ٣ س ظا ٣ س}{٣ قا^٢ ٣ س} \times \frac{١}{٣ قا^٢ ٣ س}$

$\frac{-٦}{٩} \cdot \frac{ظا ٣ س}{قا^٢ ٣ س} = \frac{-٦}{٩} \cdot \frac{ظا \frac{\pi}{٤}}{قا^٢ \frac{\pi}{٤}}$

$= \frac{-١}{٦}$

---

[٢]

١ = ٣ قا^٢ ٣ س $\frac{دص}{دس}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{١}{٣ قا^٢ ٣ س} = \frac{١}{٣} جتا^٢ ٣ س$

$\frac{د^٢ص}{دس^٢} = \frac{١}{٣} \times ٢ جتا ٣ س \times - جا ٣ س \times ٣ \frac{دص}{دس}$

$= -٢ جتا ٣ س \times جا ٣ س \times \frac{دص}{دس}$

$= \frac{-٢}{٣} جتا \frac{\pi}{٤} \times جا \frac{\pi}{٤} \times جتا^٢ \frac{\pi}{٤}$

$= \frac{-٢}{٣} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right) \times \frac{١}{٢} = \frac{-١}{٦}$

[٣] أو

$\frac{د^٢ص}{دس^٢} = \frac{-٣ جا ٦ س}{٣} \times \frac{١}{٣} جتا^٢ ٣ س$

$= \frac{-٢}{٣} جا \frac{\pi}{٢} جتا^٢ \frac{\pi}{٤}$

$\frac{-٢}{٣} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{-١}{٦}$

(١) السؤال الأول

(أ)

تحليل $(ص^2 - ١)$ ليس له علاقة / الطالب يحلل $ص^2 - ٤$ في الخطوة الأخيرة.

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

حل آخر:

(أ) نهـا $\frac{س^2 - ٣س}{\sqrt{س+١} - (١-س)}$ × $\frac{\sqrt{س+١} + (١-س)}{\sqrt{س+١} + (١-س)}$

$س \to ٣$

$= $ نهـا $\frac{(س^2 - ٣س)(\sqrt{س+١} + (١-س))}{(س+١) - (١-س)^2}$

$س \to ٣$

$= $ نهـا $\frac{(س^2 - ٣س)(\sqrt{س+١} + (١-س))}{س^2 - ٣س}$

$س \to ٣$

$= $ نهـا $(\sqrt{س+١} + (١-س))$

$س \to ٣$

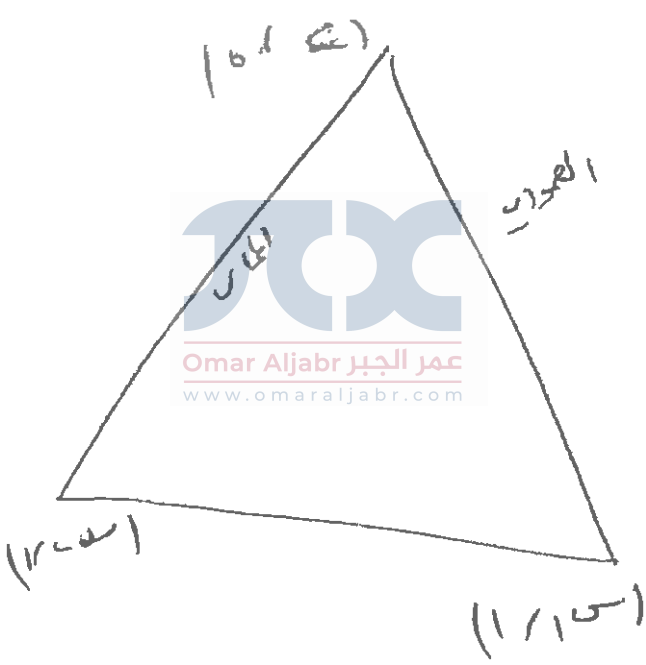
$= \sqrt{٣+١} + (١-٣) = \sqrt{٤} + (-٢) = ٢ - ٢ = ٠$

خ ع (أ)

(ب) إذا أوجد الإجابة بشكل صحيح من الخطوة الأخيرة

$= \frac{١}{٢}$

نهـا $\frac{ظا(\frac{\pi}{٢} - س)}{(\frac{\pi}{٢} - س) ٢}$ $س \to \frac{\pi}{٢}$ $= \frac{١}{٢}$ بحسب علاقة المقام



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$ق(٣) = ٤$

ميل المماس $= ق(١) = ٤$ ①

ميل $ل = \frac{٥-١}{٤-س}$

$\frac{٤}{٤-س} = ٤$ ②

$٨ = ٤س$

$س = ١$

$ص = ١$

النقطة $(١، ١)$

ميل المحور $= \frac{٥-١}{١٣-٤}$

$\frac{٤}{١-س} = -\frac{١}{٤}$

$س - ١ = ١٦$

$س = ١٨$

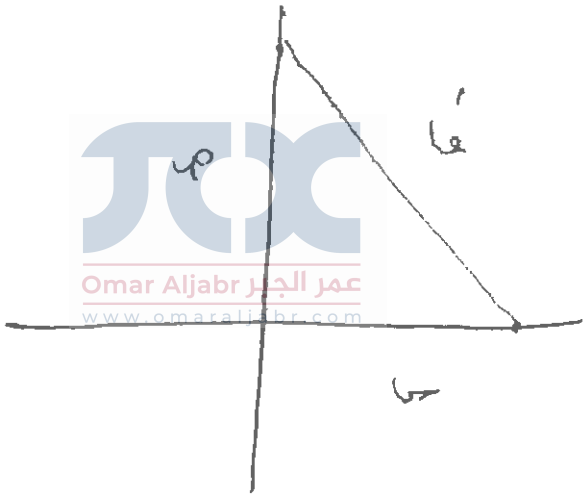
$م = \frac{١}{٢} (١٨ - ٩) \times (٥-١)$

$= \frac{١}{٢} \times ١٧ \times ٤$

$= ٣٤$ وحدة مربع

السؤال الرابع :-

ب)



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ف = $\frac{1}{2}$ $\sqrt{س^2 + ه^2}$

$\frac{ك ف}{ك ه}$ = $\frac{\frac{1}{2}(س^2 + ه^2)^{-\frac{1}{2}} \times 2ه}{ك ه}$

$\frac{ك ف}{ك ه}$ = $\frac{ه}{\sqrt{س^2 + ه^2}}$

ه = ٨

$\frac{ك ف}{ك ه}$ = $\frac{٨}{\sqrt{س^2 + ٦٤}}$

$\frac{ك ف}{ك ه}$ = $\frac{٨}{\sqrt{١٤٤}}$

$\frac{ك ف}{ك ه}$ = $\frac{٨}{١٢}$

$\frac{ك ف}{ك ه}$ = $\frac{٤}{٦}$

$\frac{ك ف}{ك ه}$ = $\frac{٢}{٣}$

بسم الله الرحمن الرحيم

٢	–	١

٢٠١٢

عمر العجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ : ٢ د س

الفـرع : العلمـي — اليوم والتاريخ : الخميس ٢٠١٢/٦/٢٨

ملحوظة : أجب عن الأسـئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السـؤال الأول : (١٧ علامة)

أ) جـد قيمة كلّ ممّا يأتي :

١) $\lim_{س \to -٣} \dfrac{\frac{١}{س} + \frac{١}{٣}}{س^٢ + ٢س - ٣}$ (٥ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{١ - \text{جتا } س}{س \text{ جا } س}$ (٦ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = ٢ + $\sqrt{س + ١}$ ، س > −١ ، فجـد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة.

(٦ علامات)

السـؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ) جـد $\lim_{س \to \infty} \left(\dfrac{س^٣}{٤ - س^٢} + \dfrac{١ - س^٢}{٢ - س} \right)$ (٤ علامات)

ب) ليكن ق (س) = $\begin{cases} س^٢ - ٢س + ١ & ، س > ٣ \\ [س + ١] & ، ٣ \geq س > ٤ \\ ٩ - ٢س & ، س \leq ٤ \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران ق (س) على مجموعة الأعداد الحقيقية. (٨ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} أ س^٢ + ب س - ٦ & ، س > ٢ \\ ٥ س + ٢ ب & ، س \leq ٢ \end{cases}$ قابلاً للاشتقاق عند س = ٢ ،

فجد قيمة كلّ من الثابتين أ ، ب . (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ..

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كان $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٣$ ، فجـد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (١ ، −١) . (٥ علامات)

ب) جـد النقطة التي يكون عندها المماس لمنحنى العلاقة $(ص - ٣)^{٢} = س + ٤$ موازياً المستقيم ٢ س + ٤ ص + ١ = صفر . (٧ علامات)

ج) قُذف جسم رأسياً للأعلى من قمّة برج ارتفاعه ١٤٤ قدماً عن سطح الأرض، فإذا كانت المسافة ف بالأقدام التي يقطعها الجسم بعد ن ثانية من بدء الحركة مُعطاة بالعلاقة $ف = ١٢٨ ن - ١٦ ن^{٢}$، جـد كلاً ممّا يأتي :

١) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض.

٢) سرعة الجسم لحظة اصطدامه بالأرض. (٧ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٢ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $س + \frac{٩}{س + ٢}$ ، س ∈ [−١ ، ٤] ، فجـد كلاً ممّا يأتي :

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق .

٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق . (٩ علامات)

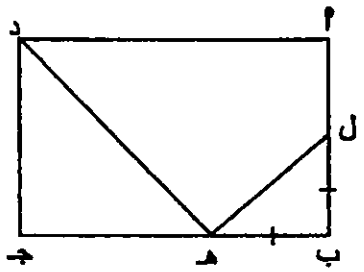
ب) أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ١٢ سم ، أ جـ = ١٥ سم . يزداد قياس الزاوية ب أ جـ بمعدل $\frac{\pi}{٩٠}$ راديان/ث.

جـد معدّل تغيّر طول الضلع $\overline{ب جـ}$ عندما يكون قياس الزاوية ب أ جـ يساوي $\frac{\pi}{٣}$ راديان.

(٦ علامات)

ج) في الشكل المجاور أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ٨ سم، ب جـ = ١٢ سم . عُيّنت النقطتـان ل ، هـ على الضلعيـن $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ على الترتيـب بحيـث كـان ب ل = ب هـ .

جـد طول $\overline{ب ل}$ الذي يجعـل مسـاحة الشـكل الرباعي أ ل هـ د أكبر ما يمكن.



(٧ علامات)

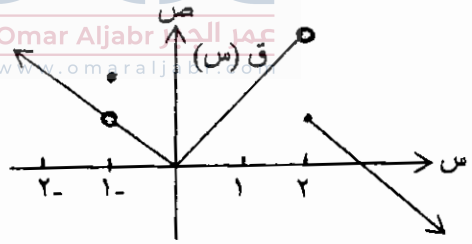
يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (١٢) فقرة، لكلّ فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

١) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى الاقتران ق (س) المُعرّف على ح ، فـإنّ مجموعة كل قيم ل حيث نهـا ق (س) غير موجودة هي :



س ← ل

أ) {-١} ب) {٢} ج) {-١ ، ٢} د) {-١ ، ٠ ، ٢}

٢) إذا كان ق (س) = $\frac{س^{٢} + (أ + ١٣) س + أ}{س - ٢}$ ، س ≠ ٢ . جـد قيمة الثابت أ التي تجعل نهـا ق (س) موجودة :

س ← ٢

أ) ٣٠ ب) -٣٠ ج) -١٣ د) -١٠

٣) إذا كان متوسـط التغيّر للاقتران ق (س) في الفترة [١ ، ٣] يسـاوي ٥ ، وكان هـ (س) = ٢ س + ق (س) + ١ ، فإن متوسط التغيّر للاقتران هـ (س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي :

أ) $\frac{٩}{٢}$ ب) ٥ ج) ٧ د) ٩

٤) إذا كان ق (س) = $س^{ن}$ ، حيث ن عدد طبيعي وكانت $ق^{ن}$ (س) = ١٢٠ $س^{ن-٣}$ ، فما قيمة ن ؟

أ) ١٠ ب) ٧ ج) ٦ د) ٥

٥) إذا كان ق (س) = $\frac{س^{٢}}{ل (س)}$ وكان ل (١) = -٣ ، ل َ(١) = -٩ ، فجـد قَ (١) :

أ) $\frac{٥}{٣}$ ب) $-\frac{٥}{٣}$ ج) $-\frac{١}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

٦) إذا كان ص = ٧ - ٤ ع ، ع = ظـا $\frac{س}{٢}$ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي :

أ) - ٢ قـا^{٢} $\frac{س}{٢}$ ب) ٢ قـا^{٢} $\frac{س}{٢}$ ج) -٤ قـا^{٢} $\frac{س}{٢}$ د) -٢ ظـا $\frac{س}{٢}$ قـا $\frac{س}{٢}$

٧) إذا كان ق (س) = $\sqrt[٣]{(س - ٢)^{٢}}$ ، فإن قَ (٢) :

أ) صفر ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) ١ د) غير موجودة

يتبع الصفحة الرابعة ...

٨) $\lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{١}{٢} - \text{جتا}(\frac{\pi}{٣} + هـ)}{هـ} =$

أ) $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ج) $-\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

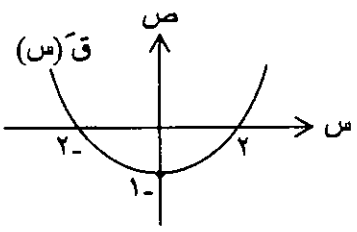
٩) إذا كان ق (س) = ٨ س – ٤ (م – ٣) س^{٢} ، فإن قيم الثابت م التي تجعل منحنى ق (س) مقعراً للأسفل هي :

أ) (٣ ، ∞) ب) (-٣ ، ∞) ج) (-∞ ، ٣) د) (-٣ ، ٣)

١٠) يتحرّك جُسيم في المستوى البياني على منحنى العلاقة س^{٢} + ٣ ص = ٦ ، إذا كان معدّل تغيّر الإحداثي السيني للجُسيم عند س = ٥ يساوي ٣ وحدة/ث، فإن معدّل تغيّر الإحداثي الصادي بالوحدة/ثانية عند تلك اللحظة :

أ) ١٠ ب) -١٠ ج) -٨ د) $-\frac{١٠}{٣}$

١١) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى ق`(س) ، فإن منحنى الاقتران ق (س) المُعرّف على ح مقعراً للأعلى في الفترة :



أ) [٠ ، ∞) ب) (-∞ ، ٠]

ج) (-∞ ، ∞) د) [-١ ، ∞)

١٢) إذا كان لمنحنى الاقتران ق (س) = جـا ٢س نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٢}$ ، فإن ظل زاوية الانعطاف يساوي :

أ) صفر ب) ٢ ج) -٢ د) -١

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ (الدورة الصيفية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيـــات
الفـرع : العلـــمي/م

مدة الامتحان : د ٣ س ٢
التاريـــخ : ٢٨/ ٦ / ٢٠١٢

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :

السؤال الأول : (١٧ علامة)

(٩)

٣٧ ٥ ١) $\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{\frac{١}{س} + \frac{١}{٣}}{س^٢ + ٢س - ٣} = \text{نهـا}_{س \to -٣} \frac{\frac{٣ + س}{٣س}}{س^٢ + ٢س - ٣}$ ①

$= \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{٣ + س}{٣س(س + ٣)(س - ١)}$ ①

$= \frac{١}{-٩ \times ٤} = \frac{١}{٣٦}$ ①

٤٦ ٦ ٢) $\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}س}{س \text{ جا}س} = \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}س}{س \text{ جا}س} \times \frac{١ + \text{جتا}س}{١ + \text{جتا}س}$ ①

$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}^٢س}{س \text{ جا}س (١ + \text{جتا}س)} = \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}^٢س}{س \text{ جا}س (١ + \text{جتا}س)}$ ①

$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}س}{س} \times \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{١}{١ + \text{جتا}س} = ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$ ①

٩١ ٦ ب) $\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\text{قا}(ع) - \text{قا}(س)}{ع - س} = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{-(\sqrt{٢ + ٤ع + ١} - \sqrt{٢ + ٢س + ١})}{ع - س}$ ①

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\sqrt{٤ع + ١} - \sqrt{٢س + ١}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٤ع + ١} + \sqrt{٢س + ١}}{\sqrt{٤ع + ١} + \sqrt{٢س + ١}}$ ①

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{(ع + ١) - (س + ١)}{(ع - س)(\sqrt{٤ع + ١} + \sqrt{٢س + ١})} = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt{٤ع + ١} + \sqrt{٢س + ١})}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{١}{\sqrt{٤ع + ١} + \sqrt{٢س + ١}}$ ①

$= \frac{١}{٢\sqrt{٢س + ١}}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب ٥٣

السؤال الثاني: (١٨ علامة) ①

أ) نهـا $\left(\frac{س^٣}{٤ - س^٢} + \frac{١ - س^٢}{٢ - س}\right) = $ نهـا $\frac{س^٣ + (٢ + س)(١ - س^٢)}{٤ - س^٢}$

$س \leftarrow ٢$ $\quad$ $س \leftarrow ٢$

$= $ نهـا $\frac{س^٣ + ٢ - ٢س^٢ + س - س^٣}{٤ - س^٢} = $ نهـا $\frac{-٢س^٢ + س + ٢}{٤ - س^٢} = \frac{٩}{٤}$ ①

$س \leftarrow ٢$ $\quad$ $س \leftarrow ٢$

ب) $هـ(س) = \begin{cases} س^٢ - ٢س + ١ & ، \ س < ٣ \\ ٤ & ، \ ٣ \leq س < ٤ \\ ٩ - ٢س & ، \ س \geq ٤ \end{cases}$ ①

٦٩

هـ(س) متصل على الفترة $(-\infty ، ٣)$ لأنه على صورة كثير حدود ②

$= \quad = \quad = \quad = \quad (٣ ، ٤)$ لأنه ثابت

$= \quad = \quad = \quad = \quad (٤ ، \infty)$ لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال هـ عند $س = ٣$

نهـا هـ(س) = نهـا $(س^٢ - ٢س + ١) = ٤$ ①

$س \leftarrow ٣^-$ $\quad$ $س \leftarrow ٣^-$

نهـا هـ(س) = نهـا ٤ = ٤ ①

$س \leftarrow ٣^+$ $\quad$ $س \leftarrow ٣^+$

نهـا هـ(س) = هـ(٣) = ٤ ①

$س \leftarrow ٣$

هـ(٣) = ٤ ، الاقتران متصل عند $س = ٣$ لأن هـ(٣) = نهـا هـ(س)

$س \leftarrow ٣$

نبحث اتصال هـ(س) عند $س = ٤$

نهـا هـ(س) = ٤ ①

$س \leftarrow ٤^-$

نهـا هـ(س) = نهـا $(٩ - ٢س) = ١$ ⇐ نهـا هـ(س) غير موجودة

$س \leftarrow ٤^+$ $\quad$ $س \leftarrow ٤^+$ $\quad$ $س \leftarrow ٤$

الاقتران هـ غير متصل عند $س = ٤$ ① لأن نهـا ق(س) غير موجودة

$س \leftarrow ٤$

اذن الاقتران هـ متصل على الفترة ح / $\{٤\}$ ①

٩٩

ج) هـ متصل عند $س = ٢$ لأنه قابل للاشتقاق عند $س = ٢$ ومنه ①

نهـا هـ(س) = نهـا هـ(س) ①

$س \leftarrow ٢^-$ $\quad$ $س \leftarrow ٢^+$

$٤أ + ٢ب - ٦ = ١٠ + ٢ب$ ① ⇐ $٤أ = ١٦$ ⇐ $أ = ٤$ ①

بما أن هـ قابل للاشتقاق عند $س = ٢$ فإن

هـ(س) = $\begin{cases} ٢أس + ب & ، \ س \leq ٢ \\ ٥ & ، \ س > ٢ \end{cases}$

هـ(٢-) = هـ(٢+) ① ، $٤أ + ب = ٥$ ⇐ $ب = -١١$ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (١٩ علامة)

١٤٠ أ) $٣س^{٢} - (س \frac{ص}{س} + ص) + ٢ص \frac{ص}{س} = ٠$ ②

$٢ص \cdot \frac{ص}{س} - س \frac{ص}{س} = ص - ٣س^{٢}$

$\frac{ص}{س}(٢ص - س) = ص - ٣س^{٢} \Leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص - ٣س^{٢}}{٢ص - س}$ ①

$\left|\frac{ص}{س}\right|_{(١،-١)} = \frac{-١ - ٢}{-٢ - ١} = ١$ ①

١٥٧ ب) $٢(ص - ٣)\frac{ص}{س} = ١ \Leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{١}{٢(ص-٣)}$ ①

ميل المستقيم المطلوب $= \frac{-٢}{٤} = -\frac{١}{٢}$ ①

$\frac{١}{٢(ص-٣)} = -\frac{١}{٢} \Leftarrow ص - ٣ = -١ \Leftarrow ص = ٢$ ①

نجد قيمة س، $(٢-٣)^{٢} = س + ٤ \Leftarrow ١ = س + ٤ \Leftarrow س = -٣$ ①

النقطة المطلوبة $(-٣، ٢)$ ①

١٦٤ جـ) المسافة الكلية عن سطح الأرض $ف(ن) = ١٢٨ن - ١٦ن^{٢} + ١٤٤$

$ع = ف'(ن) = ١٢٨ - ٣٢ن$ ①

يصل الجسم اقصى ارتفاع عندما $ع = ٠$ ①

$١٢٨ - ٣٢ن = ٠ \Leftarrow ن = ٤$ ①

$ف(٤) = ١٢٨ \times ٤ - ١٦ \times ١٦ + ١٤٤ = ٤٠٠$ قدم ①

يصل الجسم سطح الأرض عندما $ف = ٠$

$١٢٨ن - ١٦ن^{٢} + ١٤٤ = ٠ \Leftarrow ن^{٢} - ٨ن - ٩ = ٠$ ①

$(ن - ٩)(ن + ١) = ٠$ ومنه $ن = ٩$ ، $ن = -١$ يهمل ①

$ع(٩) = ١٢٨ - ٣٢ \times ٩ = ١٢٨ - ٢٨٨ = -١٦٠$ قدم/ث ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (٢٢ علامة)

٩ أ) $هـ(س) = 1 - \frac{٩}{(س+٢)^٢} = \frac{(س+٢)^٢ - ٩}{(س+٢)^٢}$ ١٨٠ ١٨٩

$= \frac{(س+٢-٣)(س+٢+٣)}{(س+٢)^٢} = \frac{(س-١)(س+٥)}{(س+٢)^٢}$ ①

$هـ(س) = ٠ \Leftarrow (س-١)(س+٥) = ٠ \Leftarrow س = ١ ، س = -٥$ ①

١) $هـ(س) > ٠$ في الفترة $(-٥، ١)$ وعليه $هـ(س)$ متزايداً في الفترة $[-٥، ١]$ ①

$هـ(س) < ٠$ في الفترة $(-\infty، -٥) \cup (١، \infty)$ وعليه $هـ(س)$ متناقصاً في الفترة $[-\infty، -٥] \cup [١، \infty)$ ①

س	$-\infty$		-٥		١		∞
$هـ'(س)$		− − −	٠	+ + +	٠	− − −	
$هـ(س)$		↘	قيمة صغرى محلية	↗	قيمة عظمى محلية	↘	

٢) $هـ(-١) = ٨$ ، $هـ(١) = ٤$ ، $هـ(٤) = \frac{١١}{٥}$ ①

بموجب اختبار المشتقة الأولى للقيم القصوى نجد أن للاقتران :

قيمة صغرى محلية ومطلقة عند $س = ١$ وهي $هـ(١) = ٤$ ①

قيمة عظمى مطلقة عند $س = -١$ وهي $هـ(-١) = ٨$ ①

١٧٤

٦ ب) نفرض أن $ب ج = ل$ ، $هـ(أ) = ب أ ج = ه$

$ل^٢ = ١٢^٢ + ١٥^٢ - ٢ \times ١٢ \times ١٥ \text{ جتاه} = ٣٦٩ - ٣٦٠ \text{ جتاه}$ ①

نجد ل عندما $ه = \frac{\pi}{٣}$

$ل^٢ = ٣٦٩ - ٣٦٠ \times \frac{١}{٢}$

$ل^٢ = ٨٩ ٢ \Leftarrow ل = \sqrt{١٨٩٧}$ سم ①

$\frac{ك ل}{ك ن} = -٣٦٠ \text{ جاه} \times \frac{ك ه}{ك ن}$ ②

$\frac{ك ل}{ك ن} = \frac{١٨٠ \text{ جاه}}{ل} \times \frac{ك ه}{ك ن}$ ①

$\frac{ك ل}{ك ن} \Big| _{ه = \frac{\pi}{٣}} = \frac{١٨٠ \times \frac{٣٧}{٢}}{\sqrt{١٨٩٧}} \times \frac{\pi}{٩٠} = \frac{٣٧ \pi}{\sqrt{١٨٩٧}}$ سم/ن ①

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

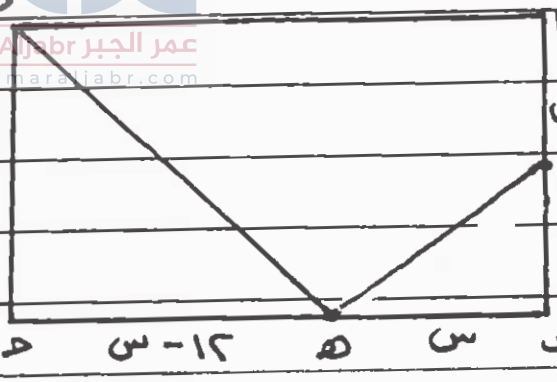
رقم الصفحة في الكتاب

س٤ فرع جـ (٧)

نفرض أن ب ل = س فيكون ب هـ = س

مساحة الشكل الرباعي م ل هـ د

تساوي م



(١) (١)

م = ٨ × ١٢ - (½ س² + ½ (١٢ - س) ٨)

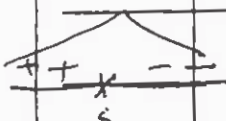
= ٩٦ - (½ س² + ٤٨ - ٤س)

= ٩٦ - ½ س² + ٤س - ٤٨

= - ½ س² + ٤س + ٤٨ (١) أو

م' = - س + ٤ (١)

م' = ٠ ⇐ - س + ٤ = ٠ ⇐ س = ٤ (١)



م'' = -١ < ٠ (١) ← أو اختبار المشتقة الثانية

اذن تكون مساحة الشكل الرباعي م ل هـ د أكبر ما يمكن عندما ب ل = ٤ سم

السؤال الخامس : ٤ × علامة

علامتان لكل فقرة

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رمز الإجابة الصحيحة	ب	د	جـ	جـ	د	م	د	ب	م	ب	م	جـ

المبحث : الرياضيات
الفرع : العلمي / م٣

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

" حلول بديلة "

السؤال الأول :

(٦) ١) إذا استخدم طريقة لوبيتال يأخذ (٣ علامات) فقط.

(٢)
$$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{\frac{١}{٣} + \frac{١}{س}}{س^{٢} + ٢س - ٣} = \text{نها}_{س \to -٣} \frac{-\frac{١}{س^{٢}}}{٢س + ٢} \quad ①$$

$$= \frac{-\frac{١}{٩}}{-٤} = \frac{١}{٣٦} \quad \text{أو} \quad ①$$

(٦) ٢)
$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}س}{س \text{ ظا}س} = \text{نها}_{س \to ٠} \frac{٢ \text{ جا}^{٢}\frac{س}{٢}}{س \text{ ظا}س} \quad ③$$

$$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{٢ \text{ جا}\frac{س}{٢}}{س} \times \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}\frac{س}{٢}}{\text{ظا}س} \quad ① \quad ①$$

$$= ٢ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \quad \text{أو} \quad ①$$

$$= \frac{١}{٢}$$

حل آخر :
إذا استخدم لوبيتال يأخذ ٣ علامات فقط على النحو التالي :

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}س}{س \text{ ظا}س} = \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{ظا}س}{س \text{ جتا}س + \text{ظا}س} \quad ①$$

$$= \text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جتا}س}{-س \text{ ظا}س + \text{جتا}س + \text{جتا}س} \quad ①$$

$$= \frac{١}{١ + ١ + ٠} \quad ①$$

$$= \frac{١}{٢}$$

Omar Aljabr Jaa
www.omaraljabr.com

٦

س ١ ب) $ق'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{(٢ + \sqrt{س+ه+١}) - (٢ + \sqrt{س+١})}{ه}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{٢ + \sqrt{س+ه+١} - ٢ - \sqrt{س+١}}{ه}$

$= \lim_{ه \to 0} \left(\frac{\sqrt{س+ه+١} - \sqrt{س+١}}{ه} \times \frac{\sqrt{س+ه+١} + \sqrt{س+١}}{\sqrt{س+ه+١} + \sqrt{س+١}} \right)$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{س + ه + ١ - س - ١}{ه(\sqrt{س+ه+١} + \sqrt{س+١})}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{١}{\sqrt{س+ه+١} + \sqrt{س+١}}$ ①

١

السؤال الثاني :

(٢) حل آخر :

(٤) $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{س^{٣}}{٤ - س^{٢}} + \frac{١ - س^{٢}}{٢ - س} \right)$

$= \lim_{س \to \infty} \frac{(٢ - س) س^{٣} + (٤ - س^{٢})(١ - س^{٢})}{(٤ - س^{٢})(٢ - س)}$ ①

$= \lim_{س \to \infty} \frac{٢س^{٣} - س^{٤} + ٤ - ٤س^{٢} - س^{٢} + س^{٤}}{(٤ - س^{٢})(٢ - س)}$ ①

$= \lim_{س \to \infty} \frac{٢س^{٣} - ٥س^{٢} + ٤}{(٤ - س^{٢})(٢ - س)}$

$= \lim_{س \to \infty} \frac{(س - ١)(٢س^{٢} - س - ٢)}{(٤ - س^{٢})(٢ - س)}$

$= \lim_{س \to \infty} \frac{-(٢س^{٢} - س - ٢)}{٤ - س^{٢}}$

$= \lim_{س \to \infty} \frac{-٢س^{٢}}{-س^{٢}}$ ① $= ٢$ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س ٤ ب) ① إذا لم يجد النهاية عند س = ٤ نعوض ونحسب مباشرة وكتب مباشرة النهاية غير موجودة عند س = ٤ يأخذ علامة واحدة .

ج) ١) إذا كتب مباشرة : $\lim_{س \to ٤^+}$ هـ(س) = $\lim_{س \to ٤^-}$ هـ(س) = هـ(٤) ولم يكتب قبلها هـ(س) متصل عند س = ٤ لأنه قابل للاشتقاق عند س = ٤ يأخذ علامتان .

٢) اذا حل الفقرة ع بصورة التالية يأخذ (٣ علامات) كما يلي :

① $٩ع^{٢} + ١٠ = ٦ - ب ع + ب^{٢}$

$١٦ = ٩ع$

① $\boxed{ع = ٤}$

$٥ = ب + ٩ع$

$٥ = ب + ٩(٤)$

① $\boxed{ب = -١١}$

السؤال الثالث :

٣) $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٣$

$٢س - (١ \times ص) + ٢ص ص' = ٣$

$٢س - ص' + ٢ص ص' = ٣$ ①

$ص' (-١ + ٢ص) = ٣ - ٢س$ ①

$ص' = \frac{٣ - ٢س}{٢ص - ١}$ ①

$\frac{١}{٣-} = \frac{٣ - ٢}{-٢ - ١} = |ص'|_{(١،-١)}$ ①

ب) $٢ (ص - ٣) \times ص' = ١$ ①

ميل المستقيم المطلوب $= \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$ ①

ميل المنحنى $= ٢$

$\therefore ٢ (ص - ٣) \times ٢ = ١$ ①

$٤ص - ١٢ = ١ \Leftarrow ٤ص = ١٢ \Leftarrow ص = \frac{١٣}{٤}$

$(ص - ٣)^{٢} = س + ٤ \Leftarrow س = ٤ - \frac{١}{١٦} = \frac{٦٣}{١٦}$ ①

$\therefore$ النقطة $(\frac{٦٣}{١٦} ، \frac{١٣}{٤})$.

س٣ : ج) إذا نقل الطالب الصلاحة وكتب :

المسافة الكلية عن سطح الأرض ف(ن) = ١٢٨ن − ١٦ن²

ع = ف'(ن) = ١٢٨ − ٣٢ن = ٠ ①

ن = ٤ ①

ف(٤) = ١٢٨(٤) − ١٦(٤)² = ٥١٢ − ٢٥٦ = ٢٥٦ قدم ①

يصل الجسم سطح الأرض عندما ف = ٠

∴ ١٢٨ن − ١٦ن² = ٠

١٦ن(٨ − ن) = ٠ ①

ن = ٠ ، ن = ٨

ع(٨) = ١٢٨ − ٣٢(٨) = −١٢٨ قدم/ث ①

أو

ع(٠) = ١٢٨ − ٣٢(٠) = ١٢٨ قدم/ث ①

السؤال الرابع :

م) إذا كتب الاقتران على الصورة :

ق(س) = س + ٩/س وأكمل الحل بالشكل الصحيح كما يلي :

ق'(س) = ١ − ٩/س² = ٠ ①

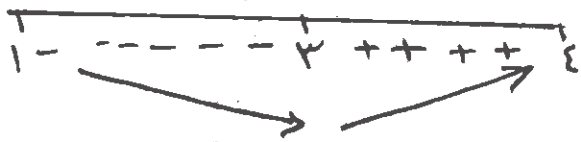
٩/س² = ١ ⇐ س = ±٣ ①

ق'(س) > ٠ في (٣، ٤)

ق(س) متزايد في [٣، ٤] ①

ق'(س) < ٠ في (−١، ٣)

ق(س) متناقص في [−١، ٣] ①



ق(−١) = −١٠ ، ق(٣) = ٦ ، ق(٤) = ٤١/٤

للاقتران ق(س) قيمة صغرى محلية ومطلقة عند س = ٣ وهي ق(٣) = ٦ ①

وللاقتران قيمة عظمى مطلقة عند س = −١ وهي ق(−١) = −١٠ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

ـــ	٢	١

٧	٤٠٣	٧

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٢ د س ٠٠

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٣/١/١٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٨ علامة)

أ) جد كلاً مما يأتي :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{٨} - \frac{١}{(٢ + س)^{٣}} \right)$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{\text{جتا} \frac{\pi}{٢} س}{س - ١}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{٣ - س}{|س - ٣|} & ، س < ٣ \\ ج س^{٢} - ٤ & ، س > ٣ \end{cases}$ ،

وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق (س) موجودة، فما قيمة الثابت ج ؟ (٥ علامات)

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $س^{٣} + ١$ ، فجد قَ (س) باستخدام تعريف المشتقة. (٦ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{س^{٣} + س^{٢} + ٢ س - ٤}{س - ١} & ، س \neq ١ \\ ٥ س - ١ & ، س = ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ١ (٧ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ا س^{٣} - ٢ ب س & ، س \leq ١ \\ ا س^{٢} - ٦ ب س - ٨ & ، س > ١ \end{cases}$

اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند س = ١ ، فجد قيمة كل من الثابتين ا ، ب (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

السـؤال الثالث : (١٦ علامة)

أ) جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكوّن من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة ص = $\sqrt{س}$ ، س > ٠
عند النقطة (٤ ، ٢) ومحور السينات والمستقيم س = ٤ (٧ علامات)

ب) إذا كان $\frac{٢}{س} + \frac{٥}{ص} = ٢$ س ص ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة $(\frac{١}{٢} ، ٥)$ (٥ علامات)

ج) يتحرك جُسيم على خط الأعداد وفق العلاقة ف (ن) = ١٧ ن – ٤ ن^{٢} ، حيث ف المسافة بالأمتار،
ن الزمن بالثواني. جد المسافة التي يقطعها الجسيم عندما تكون سرعته ١ م/ث (٤ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٢ علامة)

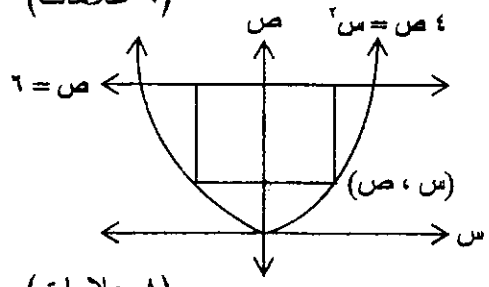
أ) إذا كان ق (س) = ٢ س^{٢} – $\frac{١}{٤}$ س^{٤} ، س ∈ [–٣ ، ٣] ، فجد كلاً مما يأتي :

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق.

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (إن وجدت). (٨ علامات)

ب) سُلّم طوله (١٣) متراً يرتكز طرفه العلوي على حائط عمودي وطرفه السفلي على أرض أفقيّة. إذا انزلق الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل (٠,١) م/ث ، فما معدل التغيّر في قياس الزاوية المحصورة بين الطرف السفلي للسُلّم وسطح الأرض في اللحظة التي يكون فيها طرفه العلوي على ارتفاع (١٢) متراً عن سطح الأرض. (٦ علامات)

ج) جد أكبر مساحة ممكنة للمستطيل في الشكل المجاور الذي يقع رأسان من رؤوسه على منحنى العلاقة ٤ ص = س^{٢}
ويقع رأساه الآخران على المستقيم ص = ٦

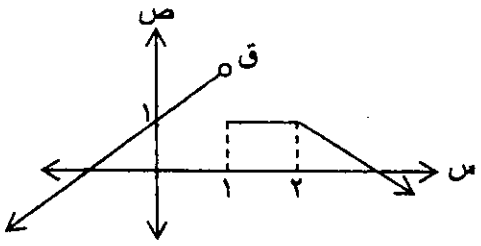


(٨ علامات)

السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:

١) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح، فإن مجموعة قيم ا التي تجعل
نهـــا ق (س) = ١ هي :
س ← ا



أ) (١ ، ٢] ب) [١ ، ٢] ∪ {٠}

ج) (١ ، ٢) د) (١ ، ٢] ∪ {٠}

٢) نهـــا $\frac{س + جا ٤ س}{٥ س}$ تساوي :
س ← ٠

أ) ١ ب) $\frac{٤}{٥}$ ج) $\frac{١}{٥}$ د) صفر

يتبع الصفحة الثالثة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

الصفحة الثالثة

٣) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق (س) = ٢ س^{٢} − ١ ، في الفترة [−٣ ، ١] يساوي ٤ ، فإن قيمة الثابت ٢ تساوي :

أ) ٨ ب) ٢ ج) −٢ د) −٨

٤) إذا كان ق (س) = (٢ س + ٣)^{٣} ، فإن قَ (−١) =

أ) ٢٤ ب) −٢٤ ج) ١٢ د) −١٢

٥) إذا كان ق (س^{٢} − ١) = ٢ س ، حيث س > ٠ ، فإن قَ (٨) =

أ) ٣ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) ٢

٦) إذا كان قَ (٢) = ٦ ، فإن نهـــا$_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق (٢ + هـ) − ق (٢)}{-٣ هـ}$ =

أ) ٢ ب) ٣ ج) −٢ د) −٣

٧) إذا كان ق (س) = $\sqrt{س^{٢} − ٨ س}$ ، فإن مجموعة الإحداثيات السينية للنقط الحرجة للاقتران ق هي:

أ) {٠ ، ٤ ، ٨} ب) {٠ ، ٨} ج) {٤} د) {٤ ، ٨}

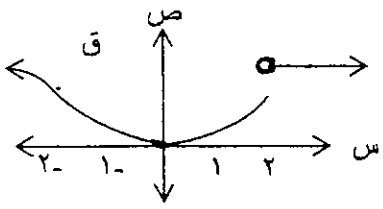
٨) إذا كان ص = جتـا (٤ س) ، فإن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عندما س = $\frac{\pi}{٤}$ تساوي :

أ) صفر ب) −٨ ج) ١٦ د) −١٦

٩) إذا كان ص = ق (ظـا٢س) وكان قَ (١) = ٥ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = $\frac{\pi}{٨}$ تساوي :

أ) ٥ ب) ١٠ ج) ٢٠ د) ١٠ $\sqrt{٢}$

١٠) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح ، فإن الاقتران ق متزايداً في الفترة :



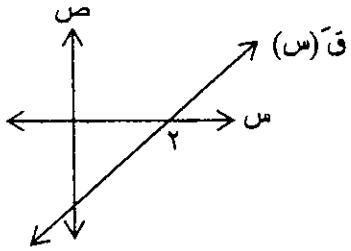
أ) [٢ ، ∞) ب) [٠ ، ٢]

ج) [−٢ ، ٠] د) (−∞ ، −٢]

١١) قُذف جسيم رأسياً إلى أعلى من سطح الأرض، فإذا كان ارتفاعه بالأمتار بعد ن ثانية يُعطى بالعلاقة ف (ن) = ٢ ن − ٢ ن^{٢} ، حيث ٢ > ٠ ، وكان أقصى ارتفاع وصل إليه هو (٥٠) متراً، فإن قيمة ٢ =

أ) ٢٠ ب) $\sqrt{٢٠}$ ج) ٤٠ د) $\sqrt{٤٠}$

١٢) إذا كان ق اقتران كثير حدود وكان الشكل المجاور يُمثّل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق ، فإن منحنى ق يكون متزايداً في الفترة :



أ) (−∞ ، ∞) ب) (−∞ ، ٢]

ج) [٢ ، ∞) د) [٠ ، ∞)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ (الدورة الشتوية)

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات ٣٤ /
الفرع : العلمي

مدة الامتحان : د س
التاريخ : ٢٠١٣/١/١٣

Omar Alibrahim
www.omaralibr.com

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
	السؤال الأول (١٨ علامة)
	أ)
٣١	١) $\lim_{س\to 0} \frac{1}{س^3}\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{(س+2)^3}\right) = \frac{1}{0}\times$ بسط مقام
	$= \lim_{س\to 0} \frac{1}{6}\left(\frac{8-(س+2)^3}{8(س+2)^3}\right)$ ① + ①
	$= \lim_{س\to 0} \frac{1}{س}\left(\frac{-س^3-6س^2-12س}{8(س+2)^3}\right)$ تبسيط ① + ①
	$= \lim_{س\to 0} \frac{1}{س}\left(\frac{س(-س^2-6س-12)}{8(س+2)^3}\right)$ ①
	$= \frac{-12}{8} = \frac{-6}{32} = \frac{-3}{16}$ ①
	٢) $\lim_{س\to 1} \frac{جا^2(س-1)}{س^2+س-2} = \frac{0}{0}$
٤٤	نفرض $ص = س-1 \Leftarrow س = ص+1$ عندما $س \to 1$ فإن $ص \to 0$ ①
	$= \lim_{ص\to 0} \frac{جا^2 ص}{(ص+1)^2+(ص+1)-2}$ ① $= \lim_{ص\to 0} \frac{جا^2 ص}{ص^2+3ص}$ ①
	$= \lim_{ص\to 0} \frac{جا^2 ص}{ص(ص+3)}$ ① $= \lim_{ص\to 0} \frac{جا ص}{ص}\times\frac{جا ص}{ص+3}$
	$= \frac{1}{3}\times 0 = 0$ ① #

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

٢٧

٥ ب) $م(س) = \begin{cases} \frac{س^٣ - ٣س}{|س - ١|} & ، س < ٢ \\ ٢س^٢ - ٤ & ، س \geq ٢ \end{cases}$

بيّن أن $\lim_{س \to ٢} م(س)$ موجود .

$\because \lim_{س \to ٢^-} م(س) = \lim_{س \to ٢^-} \frac{س^٣ - ٣س}{|س - ١|}$ ، $\lim_{س \to ٢^+} م(س) = \lim_{س \to ٢^+} ٢س^٢ - ٤$ (١)

$= \lim_{س \to ٢^-} \frac{س^٣ - ٣س}{س - ١}$ (١) $= \frac{٢^٣ - ٣(٢)}{٢ - ١} = ٢$ (١)

$\lim_{س \to ٢^+} ٢س^٢ - ٤ = ٩٩ - ٤$ (١)

$\therefore ٩٩ - ٤ = ٢$

$٩٩ = ٣$

$\frac{١}{٣} = ٩$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

إذا استخدام

السؤال الثاني (٥٠ علامة)

٦) أ) $\lim_{س \to ٠} \frac{(١+س)^{٣} - ١ + (٥+س)}{س}$ (١) (١) ٣ ١٩

$= \lim_{س \to ٠} \frac{س^{٣} + ٣س^{٢} + ٣س + ١ - ١ + ٥ + س}{س}$ (١)

$= \lim_{س \to ٠} \frac{س(س^{٢} + ٣س + ٣ + ٥)}{س}$ (١) عامل مشترك

$= \lim_{س \to ٠} (س^{٢} + ٣س + ٨)$ (١) اقتصار

$= ٣س^{٢}$ (١) تفاضل

٧) ب)

$ن(١) = ٥ \times ١ - ١ = ٤$ (١)

$\lim_{س \to ١} ن(س) = \lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + س^{٢} - ٧س + ٤}{س - ١}$ ÷ ٥٨

$س \to ١$ (١) / تعويض

$= \lim_{س \to ١} \frac{(س-١)(س^{٢} + ٢س - ٤)}{(س-١)}$ (١)

$س \to ١$

$= \lim_{س \to ١} (س^{٢} + ٢س - ٤)$ (١) اقتصار

$س \to ١$

$= ١ + ٢ - ٤ = -١$ (١)

$\therefore ن(١) \neq \lim_{س \to ١} ن(س)$ (١)

$س \to ١$

$\therefore ن$ غير متصل عند $س = ١$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

٧) ب) $م(س) = \begin{cases} أ س^3 - ٢ ب س & ، س \leq ١ \\ أ س^2 - ٦ ب س - ٨ & ، س > ١ \end{cases}$

بما أن م قابلة للاشتقاق عند س = ١

∴ م متصلة عند س = ١

∴ $\lim_{س \to ١^+} م(س) = \lim_{س \to ١^-} م(س)$

$\lim_{س \to ١^+} م(س) = \lim_{س \to ١^-} م(س)$

$\lim_{س \to ١^+} أ س^3 - ٢ ب س = \lim_{س \to ١^+} أ س^2 - ٦ ب س - ٨$

$أ - ٢ ب = أ - ٦ ب - ٨$ ①

$٤ ب = -٨$

$ب = -٢$ ①

وبما أن م قابلة للاشتقاق عند س = ١

∴ $م'(١) = م'(١)$ ①

$م'(س) = \begin{cases} ٣ أ س^2 - ٢ ب & ، س < ١ \\ ٢ أ س - ٦ ب & ، س > ١ \end{cases}$ ①

∴ $٣ أ - ٢ ب = ٢ أ - ٦ ب$ ①

$أ = -٤ ب$

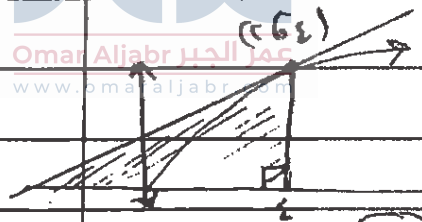
$أ = -٤ \times -٢$

$أ = ٨$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الثالث (١٦ علامة)



٧) أ) $\frac{ص}{س} = \frac{١}{٣}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ س (١)

ميل المماس $= \frac{ص}{س} = \frac{١}{٤}$ (١)

(٤، ٩)

معادلة المماس هي $ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٣ = \frac{١}{٤}(س - ٤)$ (١)

$٤ص - ٨ = س - ٤$

$٤ص = س + ٤$

المماس يقطع محور السينات عندما $ص = ٠$ أي عندما

$س = -٤$ (١)

∴ نقطة تقاطع المماس مع محور السينات $(-٤، ٠)$

∴ قاعدة المثلث $= ٨$ (١) والارتفاع $= ٣$ (١)

مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$= \frac{١}{٢} \times ٨ \times ٣$ (١)

$= ١٢$ وحدة مربعة

التعويض ١٢

ب) $\frac{ص}{ع} = \frac{-٥}{٣ص^٢}$ ، $\frac{ع}{ز} = -٣ع^٢$

$\frac{ص}{ز} = \frac{ص}{س} \cdot \frac{س}{ع} \cdot \frac{ع}{ز} = \frac{-٥}{٣ص^٢} \cdot -٣ع^٢$ (١) (١)

$\frac{ص}{ز} = \frac{٥ع^٢}{ص^٢}$ (١)

$\frac{ص}{ز} (ص + ٣ع) = \frac{٥ع^٢}{ص^٢} + ٣ع^٢$ (١)

$\frac{ص}{ز} = \frac{٥ع^٢ + ٣ص^٢ع^٢}{ص^٢}$ (١)

$\frac{ص}{ز} = \frac{ع^٢(٥ + ٣ص^٢)}{ص^٢}$

$\frac{ص}{ز} = \frac{ع^٢}{ص^٢} \times \frac{٥ + ٣ص^٢}{١}$

$\frac{ص}{ز} = \frac{-٣}{٥} \times \frac{٥ + ٣ص^٢}{١}$ (١)

$\frac{ص}{ز} = \frac{-١٥ - ٩ص^٢}{٥}$

$\frac{ص}{ز} = \frac{-١٥ - ٩(\frac{١}{٣})^٢}{٥}$ (١)

$= \frac{-١٥ - ١}{٥} = \frac{-١٦}{٥}$

١٦٠

يحكم بسبب الاستعمار الخاطئ للقانون ثم الخطأ في التعويض

١٤٣

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١٦٥

٤ ٩) ف(ن) = ١٧ن − ٤ن٢

ف′(ن) = ع = ١٧ − ٨ن (١)

١٧ − ٨ن = ١ (١)

٨ن = ١٦

ن = ٢ ثانية (١)

ف | ن=٢ = ف(٢) = ١٧×٢ − ٤×٤

= ٣٤ − ١٦

= ١٨ متر (١)

نفوجد ف عندما ن = ٢

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع (٢٢ علامة)

إذا لم تحل بصحي سلامة

٨ أ) $م(س) = س^3 - \frac{1}{4}س^4$ ، $س \in [-2, 2]$

١٨٨ $م'(س) = 3س^2 - س^3$ (١)

١٨٩ $م'(س) = 0 \Leftarrow 3س^2 - س^3 = 0$ (١)

$س^2(3 - س) = 0$

$س = 0$ ، $س = 3$

$س = 0$ ، $س = 3$ (١) أي خطأ بجذر العلامة

م متزايد بالفترة $[-2, 0]$ ، $[0, 3]$ (١)

م متناقص بالفترة $[3, 2]$ (١)

	-2		0		3
$س$	−	−	0	+	+
$3 - س$	+	+	+	+	0
$م'(س)$	+	−	0	+	0

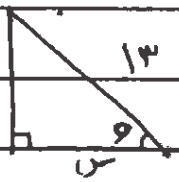
الجدول (١)

م ليس لها قيمة عظمى محلية عند $س = -2$ وقيمتها $م(-2) = 4$ (١) أي خطأ بجذر العلامة

م لها قيمة صغرى محلية عند $س = 0$ وقيمتها $م(0) = 0$

م لها قيمة عظمى محلية عند $س = 3$ وقيمتها $م(3) = \frac{27}{4}$ (١)

ب)



١٦٨ $\frac{ص}{س} = \frac{12}{5}$ وأوجد $\frac{ده}{زمن}$ عندما $ص = 12$ سم.

$جتا\theta = \frac{س}{13}$ (١)

$\frac{ده}{زمن} = \frac{ده}{دس} \cdot \frac{دس}{زمن}$ (١)

$-جا\theta = \frac{1}{13} \cdot \frac{دس}{زمن}$

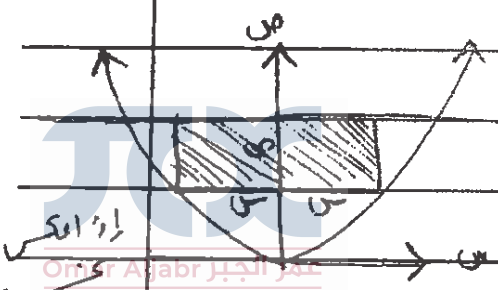
$\frac{ده}{زمن} = \frac{1}{13} \cdot \frac{دس}{زمن}$

$جا\theta = \frac{12}{13}$ (١) لكل عندما $ص = 12$

$\therefore \frac{ده}{زمن} = \frac{1}{13} \times 1$ أو $\frac{-12}{13}$ (١)

$= -1$ راد/ث $\frac{-13}{13}$ أو $\frac{-12}{12}$ (١)

في الكتاب



عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

٨) ح) س = ٤ ص

م المستطيل = الطول × العرض.

الطول = ٣ س

العرض = ٦ − ص ①

∴ م م = ٣ س (٦ − ص) ①

لكن ص = س²/٤ ①١٠

م = ٣ س (٦ − س²/٤) ①١١

∴ م (س) = ١٨ س − ¾ س³

م′ (س) = ١٨ − ٩/٤ س² ①

١٨ − ٩/٤ س² = ٠ ①

س² = ٨

س = ±√٨ ⇐ س = √٨ ①

(نصف المستطيل)

إذا لم يكتب ج فلا نزله ٢ س وكتب ما يخص العلاقة وأكمل

√٨ | − − − | + + + | ٠ ①

إذا كتب س = ٠ فلا نزله

∴ م لها أكبر عندما س = √٨

وعندها تكون أكبر مساحة ممكنة هي

م (√٨) = ١٨ × √٨ − ¾ (√٨)

= ١٨√٨ − ٤√٨ ①

= ١٤√٨

= ١٤ × ٢√٢

= ٢٨√٢ وحدة مربعة

السؤال الخامس (٤٠ علامة).

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رمز الإجابة	ج	ب	ج	ب	ج	ب	ب	ج	ج	ب	ب	ج
الإجابة	(٤)	١	٤	١/٣	٢	٢	٤	١٦	٢٠	٤	٣	٢٠

عمر الجابر Omar Aljabir
www.omaraljabir.com

سؤال ١

(أ) $\int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \frac{1}{(س+2)(س+3)}$ ص

$= \int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \left(\frac{1}{س+2} - \frac{1}{س+3}\right)$ ص

$= \left[\ln|س+2| - \ln|س+3|\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \left[\ln\left|\frac{س+2}{س+3}\right|\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \lim_{س \to \infty} \ln\left|\frac{س+2}{س+3}\right| - \ln\left|\frac{2}{3}\right|$

$= \ln 1 - \ln\frac{2}{3}$

$= 0 - \ln\frac{2}{3}$

$= -\ln\frac{2}{3}$

$= \ln\frac{3}{2}$

(ب) $\int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \frac{1}{(س+2)^2(س+3)}$ ص

$= \int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \left(\frac{1}{(س+2)^2} + \frac{1}{س+2} - \frac{1}{س+3}\right)$ ص

$= \left[-\frac{1}{س+2} + \ln|س+2| - \ln|س+3|\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \left[-\frac{1}{س+2} + \ln\left|\frac{س+2}{س+3}\right|\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \lim_{س \to \infty} -\frac{1}{س+2} + \ln\left|\frac{س+2}{س+3}\right| + \frac{1}{2} - \ln\frac{2}{3}$

$= 0 + 0 + \frac{1}{2} + \ln\frac{3}{2}$

$= \frac{1}{2} + \ln\frac{3}{2}$

(ج) $\int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \frac{س^2 - 3س + 3}{(س+2)^3(س+3)}$ ص

$= \int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \left(\frac{1}{(س+2)^3} + \frac{1}{(س+2)^2} + \frac{1}{س+2} - \frac{1}{س+3}\right)$ ص

$= \left[-\frac{1}{2(س+2)^2} - \frac{1}{س+2} + \ln\left|\frac{س+2}{س+3}\right|\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \lim_{س \to \infty} -\frac{1}{2(س+2)^2} - \frac{1}{س+2} + \ln\left|\frac{س+2}{س+3}\right| + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \ln\frac{2}{3}$

$= 0 + 0 + 0 + \frac{3}{8} - \ln\frac{3}{2}$

$= \frac{3}{8} - \ln\frac{3}{2}$

للتوضيح

$\int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \frac{-1}{2(س+2)^2(س+3)}$ ص $\times$ $\frac{3}{4}$ $=$ $\frac{-3}{16}$

سؤال ١

هل أفهم

(أ) $\int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \frac{1}{(س+2)^2(س+5)}$ ص

$= \int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{(س+5)^2}\right)$ ص

$= \left[\frac{1}{8}س + \frac{1}{س+5}\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \lim_{س \to \infty} \frac{1}{8}س + \frac{1}{س+5} - \frac{1}{5}$

$= \infty + 0 - \frac{1}{5}$

$= \infty$

(ب) $\int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \frac{1}{(س+2)^3(س+5)^2}$ ص

$= \int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \left(\frac{7}{(س+5)^2} - \frac{1}{(س+2)^3}\right)$ ص

$= \left[-\frac{7}{س+5} + \frac{1}{2(س+2)^2}\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \lim_{س \to \infty} -\frac{7}{س+5} + \frac{1}{2(س+2)^2} + \frac{7}{5} - \frac{1}{8}$

$= 0 + 0 + \frac{7}{5} - \frac{1}{8}$

$= \frac{56}{40} - \frac{5}{40}$

$= \frac{51}{40}$

(ج) $\int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \frac{1}{(س+2)^3(س+5)^2}$ ص

$= \int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \left(\frac{7}{(س+5)^2} - \frac{1}{(س+2)^3}\right)$ ص

$= \left[-\frac{7}{س+5} + \frac{1}{2(س+2)^2}\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \lim_{س \to \infty} -\frac{7}{س+5} + \frac{1}{2(س+2)^2} + \frac{7}{5} - \frac{1}{8}$

$= 0 + 0 + \frac{7}{5} - \frac{1}{8}$

$= \frac{56}{40} - \frac{5}{40}$

$= \frac{51}{40}$

(د) $\int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \frac{1}{(س+2)^3(س+5)^2}$ ص

$= \int_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty} \left(\frac{7}{(س+5)^2} - \frac{1}{(س+2)^3}\right)$ ص

$= \left[-\frac{7}{س+5} + \frac{1}{2(س+2)^2}\right]_{\text{من}\ 0}^{\text{إلى}\ \infty}$

$= \lim_{س \to \infty} -\frac{7}{س+5} + \frac{1}{2(س+2)^2} + \frac{7}{5} - \frac{1}{8}$

$= 0 + 0 + \frac{7}{5} - \frac{1}{8}$

$= \frac{56}{40} - \frac{5}{40}$

$= \frac{51}{40}$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س١ فرع ٩ جزء (١)

$$\text{نهـ}_{س\to 0} \frac{1}{س}\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{3(2+ج)}\right)$$

نفرض $ب = 2+ج$ ← (1) ← $ج = ب-2$ ← $س = ب-ج$

عند $س \to 0$ ، $ب \to 2$

$$\text{نهـ}_{ب\to 2} \frac{1}{ب-2}\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{3ب}\right) \quad (1)$$

$$\text{نهـ}_{ب\to 2} \frac{1}{ب-2}\left(\frac{8-3ب}{8\times 3ب}\right) \quad (1)$$

تحليل اختصار (1)+(1)

$$\text{نهـ}_{ب\to 2} \frac{1}{(ب-2)} \frac{(2-ب)(4+2ب+ب^2)}{8\times 3ب} = -\frac{12}{8\times 8} = -\frac{12}{64} = -\frac{3}{16}$$

أو نفرض $ب = 2+ج$ ← (1) ← $ج = ب-2$ ← $س = ب-ج$

عند $س \to 0$ ، $ب \to 2$

$$\text{نهـ}_{س\to 0} \frac{1}{س}\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{3(2+ج)}\right)$$

$$\text{نهـ}_{ب\to 2} \frac{1}{ب-2}\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{3ب}\right) \quad (1)$$

$$\text{نهـ}_{ب\to 2} \frac{1}{ب-2}\left(\frac{1}{ب}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{ب^2}+\frac{1}{2ب}+\frac{1}{4}\right)$$

تحليل + (1) اختصار

$$\text{نهـ}_{ب\to 2} \frac{1}{ب-2}\left(\frac{2-ب}{2ب}\right)\left(\frac{1}{4ب}+\frac{1}{2ب}+\frac{1}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{-1}{2\times 2}\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{16} \quad (1)$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

حل آخر ⑥ ٢

$$\lim_{س \to ١} \frac{\text{جا} \frac{\pi}{٢} س}{س - ١}$$

نفرض ص = س − ١ ① عندما س ← ١

س = ص + ١ ، ص ← ٠

$$= \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جا} \frac{\pi}{٢} (ص + ١)}{ص}$$ ①

$$= \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جا} (\frac{\pi}{٢} + ص \frac{\pi}{٢})}{ص}$$ ①

وبتطبيق استخدام التكوين كما سبق

$$= \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جتا} ص \frac{\pi}{٢}}{ص}$$ ①

$$= \frac{\pi}{٢}$$ ①

$$= \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جا} ص \frac{\pi}{٢} \text{جتا} \frac{\pi}{٢} + \text{جتا} ص \frac{\pi}{٢} \text{جا} \frac{\pi}{٢} - \text{جا} \frac{\pi}{٢} ص}{ص}$$ ①

$$= \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جا} ص \frac{\pi}{٢} \times ٠ + \text{جتا} ص \frac{\pi}{٢} - \text{جا} \frac{\pi}{٢} ص}{ص}$$ ①

$$= \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جتا} ص \frac{\pi}{٢} - \text{جا} \frac{\pi}{٢} ص}{ص}$$ ①

$$= \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جتا} ص \frac{\pi}{٢} - ١}{ص} - \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جا} \frac{\pi}{٢} ص}{ص}$$ ①

$$= ٠ - \frac{\pi}{٢}$$ ①

$$= -\frac{\pi}{٢}$$ #

حل آخر ⑥ ٢

$$\lim_{س \to ١} \frac{\text{جا} \frac{\pi}{٢} س}{س - ١}$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{\text{جا} (\frac{\pi}{٢} - \frac{\pi}{٢} س)}{١ - س}$$ ①

$$= \lim_{س \to ١} \frac{\text{جتا} \frac{\pi}{٢} س}{١ - س}$$ ①

نفرض أن ١ − س = ص ① ، عندما س ← ١ ، ص ← ٠

$$= \lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جا} \frac{\pi}{٢} (ص)}{ص}$$ ①

$$= \frac{\pi}{٢}$$ ① #

* إذا لم نفرض ونصل إلى الإجابة بشرح غير مطلوب

السؤال الأول

حل أو أ) $\lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{2}n}{n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{2}n - \cos\frac{\pi}{2}}{n-1}$ (1)

$= \frac{d}{dn}\cos\frac{\pi}{2}n = -\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}n$

$= -\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$ (1)

$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\pi}{2}n}{n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\pi}{2}n - \sin\frac{\pi}{2}}{n-1}$

$= \frac{d}{dn}\sin\frac{\pi}{2}n = \frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2}n$

$= \frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} = 0$ (1)

$\lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{3}(n+1)}{n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{3}(n+1) - \cos\frac{\pi}{3}(1+1)}{n-1}$

$= \frac{d}{dn}\cos\frac{\pi}{3}(n+1) = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}(n+1)$

$= -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}(2) = -\frac{\pi}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ (1)

$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\pi}{3}(n+1)}{n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\pi}{3}(n+1) - \sin\frac{\pi}{3}(1+1)}{n-1}$

$= \frac{d}{dn}\sin\frac{\pi}{3}(n+1) = \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}(n+1)$

$= \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}(2) = \frac{\pi}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$ (1)

ب) $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\pi}{3}n}{n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\pi}{3}n - \sin\frac{\pi}{3}}{n-1}$ (1)

$= \frac{d}{dn}\sin\frac{\pi}{3}n = \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}n$

$= \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$ (1)

$\lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{3}n}{n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{3}n - \cos\frac{\pi}{3}}{n-1}$

$= \frac{d}{dn}\cos\frac{\pi}{3}n = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}n$

$= -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ (1)

$\lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{3}(n+1)}{n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{3}(n+1) - \cos\frac{\pi}{3}(1+1)}{n-1}$

$= \frac{d}{dn}\cos\frac{\pi}{3}(n+1) = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}(n+1)$

$= -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}(2) = -\frac{\pi}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ (1)

$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\pi}{3}(n+1)}{n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\pi}{3}(n+1) - \sin\frac{\pi}{3}(1+1)}{n-1}$

$= \frac{d}{dn}\sin\frac{\pi}{3}(n+1) = \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}(n+1)$

$= \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}(2) = \frac{\pi}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$ (1)

ج) حل آخر ④ ② ⑤

نفرض $\theta(s) = \cos\frac{\pi}{3}s$ (1)

$\theta(1) =$ صفر

$\lim_{s\to 1} \frac{\cos\frac{\pi}{3}s}{s-1} = \lim_{s\to 1} \frac{\theta(s)-\theta(1)}{s-1} = \theta'(1)$ (1)

$\theta'(s) = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3}s$ (1)

$\theta'(1) = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ (1)

$\lim_{n\to\infty} \frac{\cos\frac{\pi}{3}(n+1)}{n-1} = \lim_{h\to 0} \frac{\cos\frac{\pi}{3}(h+1+1)}{h}$ (1)

نفرض $n-1 = h$

$= \lim_{h\to 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}(h+1)\times 2\right)}{h}$ (1)

$= \lim_{h\to 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}(h+1)\times 2\right) - \cos\frac{2\pi}{3}}{h}$

$= \frac{d}{dh}\cos\left(\frac{\pi}{3}(h+1)\times 2\right)$

$= -\sin\left(\frac{\pi}{3}(h+1)\times 2\right)\times\frac{\pi}{3}\times 2$

$= -\sin\frac{2\pi}{3}\times\frac{\pi}{3}\times 2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\pi}{3}\times 2$

$= -\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ (1) ✻

Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

Omar Aljabr
عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(٢) ليكن $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}{x}$ ①

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}{x} \cdot \frac{\sqrt{x+5} + \sqrt{5}}{\sqrt{x+5} + \sqrt{5}}$$ ①

$$= \lim_{x \to 0} \frac{(x+5) - 5}{x(\sqrt{x+5} + \sqrt{5})}$$ ①

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1}{\sqrt{x+5} + \sqrt{5}}$$ ①

$$= \frac{1}{2\sqrt{5}}$$ ①

حل آخر لـ $\lim_{x \to 0}$ في (٢)

$$f'(x) = \lim_{y \to x} \frac{f(y) - f(x)}{y - x}$$ ①

$$= \lim_{y \to x} \frac{\sqrt{y^2+1} - \sqrt{x^2+1}}{y - x}$$ ①

$$= \lim_{y \to x} \frac{y^2 - x^2}{(y-x)(\sqrt{y^2+1} + \sqrt{x^2+1})}$$ ① تحليل ① اختصار

$$= \lim_{y \to x} \frac{y+x}{\sqrt{y^2+1} + \sqrt{x^2+1}}$$ ①

$$= \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$$ ①

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$ #

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$$\frac{ص}{ك} = \frac{ص}{٥} + \frac{ن}{ج} \quad (ب$$

$$\frac{ص}{ك} = \frac{ص + ٥ن}{٣ص + ٥ن} \Rightarrow \frac{١}{\frac{ك}{ص}} = \frac{ن}{ص + ٥ن} \quad (١)$$

$$٣ص + ٥ن = ٣ك\frac{ص}{ك} + ٥ن$$

$$٢ = \frac{ك ص}{ك ن} + ٥ \quad (١)$$

$$٢ = ٣ك\frac{ص}{ك ن} + ٥ص\frac{ك ص}{ك ن} \quad (٣ك)$$

$$٢ك ن = ٣ك ص + ٥ص ك ص$$

$$٢ك ن - ٣ك ص - ٥ص ك ص = ٠$$

$$\frac{ك ص}{ك ن} = \frac{٢ك - ٣ك ص}{٣ك ص + ٥ص} \quad (١)$$

تعويض

$$\left|\frac{ك ص}{ك ن}\right|_{(\frac{١}{٢}، ٥)} = \frac{٢ك - ٣(\frac{١}{٢})(٥)}{٣(\frac{١}{٢})(٥) + ٥} = \frac{٢ - ٥}{٥٣} = \frac{-٣}{٥٣} \quad (١)$$

$$= -٥١ \quad \#$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س ٥)

حل آخر

$$\frac{ص}{ص} + \frac{ك}{س} = ص ص$$

$$\frac{ص ٥}{ص^{٢}} - \frac{ك}{س^{٢}} = ص ص + ص ص$$

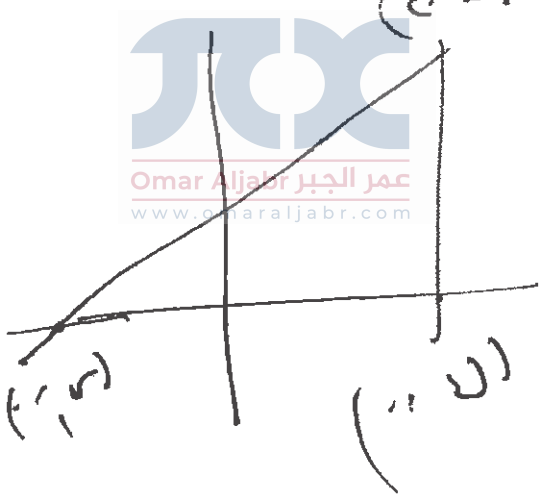
$$\frac{ك}{(\frac{١}{٢})^{٢}} - \frac{ص ٥}{ص^{٢}(٥)} = ٥ \times ٢ + ص \times ٤ \times ٢$$

$$١٠ + ص^{٢} = \frac{ص}{٥} - ٨$$

$$\frac{٦}{٥} ص = ١٨$$

$$ص = \frac{٥ \times ١٨}{٦}$$

$$= ١٥$$



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

W	3	W	3

١
—
١

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحـــــث : الرياضيات / المستوى الثالث (نموذج أ) مدة الامتحان : ٠٠ د ٢ س

الفـــــرع : العلمـــي اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٣/٠٦/٢٩

ملحوظة : أجب عن الأســئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

الســـــــــــــــؤال الأول : (١٨ علامة)

جـد كلاً مما يأتي :

أ) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٣س + ٣} - \sqrt{٤س + ١}}{س - ٢}$ (٦ علامات)

ب) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا ٢س}{س^{٢} - \frac{\pi}{٢} س}$ (٧ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|س^{٢} - ٤س - ٥|}{|س - ٥|} & ، س < ٥ \\ ٩ جتا \frac{\pi}{٥} س + ٥ & ، س > ٥ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) موجودة ، فما قيمة الثابت ٩ ؟ (٥ علامات)

الســـــــــــــــؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) إذا كانت ق(س) = ٢س + $\sqrt{س}$ ، س > صفر ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقّة. (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ١ & ، س \geq ٢ \\ [س + ٣] & ، س < ٢ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٢

(٥ علامات)

ج) إذا كان ق($\frac{١}{٢}$) = ٢ ، قَ($\frac{١}{٢}$) = ٨ ، فجـد $\lim_{س \to ٦}$ $\frac{ق(جا \frac{\pi}{س}) - ٢}{س - ٦}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) جد النقطة الواقعة على منحنى العلاقة (ص– ٤)^{٢} = س + ٢ ، والتي عندها المماس يوازي المستقيم الذي معادلته ٣س + ٦ص + ٢ = صفر (٧ علامات)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) إذا كان $\frac{س}{ص} - \frac{٣ص}{س} = ٢$ ، فجـد $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (٣ ، ١) (٥ علامات)

ج) يقف شخصان على سطح بناية ، أفلت الشخص الأول كرة من السـكون وفق العلاقـة ف$_{١}$(ن) = ٥ ن^{٢} وفي اللحظة نفسها رمى الشخص الثاني كرةً أخرى عمودياً إلى أسفل بسرعة ابتدائية مقدارها (١٥) م/ث وفق العلاقة ف$_{٢}$ (ن) = ١٥ن + ٥ن^{٢} ، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، فإذا ارتطمت كرة الشخص الأول بعد ثانية واحدة من ارتطام كرة الشخص الثاني بالأرض.

جد سرعة كرة الشخص الثاني لحظة ارتطامها بالأرض. (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢١ علامة)

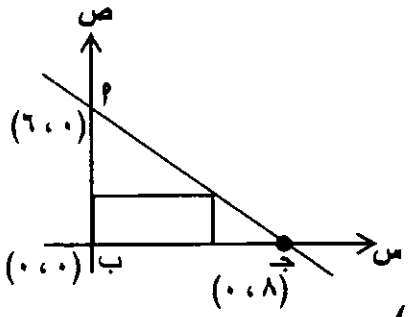
أ) إذا كان ق(س) = س + $\frac{٢٥}{س}$ ، س ∈ [– ٨ ، ٨] – {٠} ، فجـد كلاً مما يأتي : (٨ علامات)

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

٢) القِيم القصوى المحليّة للاقتران ق (إن وجدت).

ب) انطلق قاربان من نفس النقطة في اتجاهين مختلفين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، إذا كانت سـرعة الأول (٨) كم/ساعة، وسـرعة الثاني (٦)كم/ساعة، فجـد معدّل تغيّر المسـافة بينهما بعد مرور نصف سـاعة من انطلاقهما. (٧ علامات)

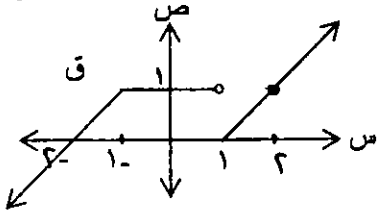
ج) اعتماداً على الشكل المجاور والذي يمثّل المثلث أ ب جـ القـائم الزاوية في ب جد مسـاحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث. (٦ علامات)



السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح.

انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه **الإجابة الصحيحة لها كاملة**.



١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح ، فإن مجموعة قِيم س$_{١}$ التي تجعل نهـا ق(س) = ١ (س ← س$_{١}$)

■ (–١ ، ١) ■ [–١ ، ١) ■ [–١ ، ١) ∪ {٢} ■ (–١ ، ١] ∪ {٢}

٢) إذا كان ق(س) = س^{٢} ق(س)+١ ، فإن ق َ(٢) تسـاوي :

■ –١ ■ ١ ■ صفر ■ ٢

يتبع الصفحة الثالثة .....

٣) نهـــــا $\frac{\sqrt{س^{٢}-٩}}{س-٣}$ تســـاوي :
س ← ٣

■ صفر ■ $\sqrt{٦}$ ■ ٦ ■ غير موجودة

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

٤) نهـــــا $\frac{(٢٥)^{س}-(٥)^{س}}{١-(٥)^{س}}$ تســـاوي :
س ← ٠

■ -١ ■ صفر ■ ١ ■ غير موجودة

٥) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{(س-١)^{٢}}$ ، فإن قَ(١) تســـاوي :

■ $\frac{-٢}{٣}$ ■ صفر ■ $\frac{٢}{٣}$ ■ غير موجودة

٦) إذا كان ق(س) = (١+ جـــا س)^{٢} ، فإن قَ($\frac{\pi}{٢}$) تســـاوي :

■ صفر ■ ٣ ■ ٤ ■ ١٢

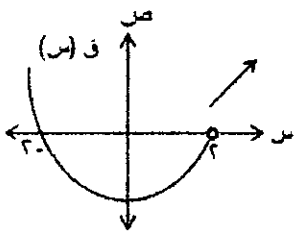
٧) إذا كان ق($\frac{١}{٢}$س) = (| س |)^{٣} ، فإن قً (-١) تســـاوي :

■ -٤٨ ■ -٦ ■ ٢٤ ■ ٤٨

٨) إذا كان ق(س) = $\sqrt{١-س^{٢}}$ ، فإن مجموعة قِيم س التي يكون عندها قِيم حرجة للاقتران ق هي:

■ {-١ ، ١} ■ {-١ ، ٠ ، ١} ■ {-١ ، ٠} ■ {٠ ، ١}

٩) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح
فان الاقتران ق يكون متزايداً في الفترة :

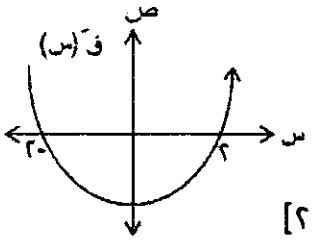


■ (-∞ ، -٢] ■ (-∞ ، ٠] - {٢} ■ [٠ ، ∞) ■ [٠ ، ٢]

١٠) يتحرك جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٤ن^{٢} - ٢ن -١ حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني . ما السرعة المتوسّطة للجُسيم في الفترة الزمنية [١ ، ٣] ؟

■ (٨) م/ث ■ (-٨) م/ث ■ (١٤) م/ث ■ (-١٤) م/ث

١١) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقّة الأولى للاقتران كثير الحدود ق ، فإن منحنى ق يكون متناقصاً في الفترة :



■ (-∞ ، ٠] ■ [٠ ، ∞) ■ [-٢ ، ٠] ■ [-٢ ، ٢]

١٢) إذا كانت قَ (س) = $\frac{١}{٢}$ + جتـــا س هي المشتقّة الأولى للاقتران ق المعرّف على الفترة [٠ ، π] ، فإن للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلّية عند س تســـاوي :

■ صفر ■ π ■ $\frac{\pi}{٣}$ ■ $\frac{\pi ٢}{٣}$

﴿انتهت الأسئلة﴾

د س

مدة الامتحان : ٢

التاريخ : ٢٠١٣/٦/٢٩

حث : الرياضيات

ع : العلمي / م٣

عمر الجبر
Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

جابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
	السؤال الأول (١٨ علامة)
٤٢	٦/ (أ) $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ + ٣س^{٢} - ١ + ٣س^{٤}}{س - س^{٢}}$ ÷ $\lim_{س \to ٠} \frac{١ + ٣س^{٤}}{س - س^{٢}}$ ①
	$\lim_{س \to ٠} \frac{٢ + ٣س^{٢} - ١ + ٣س^{٤}}{س - س^{٢}} \times \frac{١ + ٣س^{٤} + ٣ + ٣س^{٢}}{١ + ٣س^{٤} + ٣ + ٣س^{٢}}$ ①
	$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣ + ٣س^{٢} - ٣ - ٣س^{٤}}{(س - س^{٢})(١ + ٣س^{٤} + ٣ + ٣س^{٢})}$ ①
	$= \lim_{س \to ٠} \frac{-١}{١ + ٣س^{٤} + ٣ + ٣س^{٢}}$ ① $= \frac{-١}{٦}$ ①
٤٣	٧/ (ب) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{جا٢س}{س - \frac{\pi}{٤}}$ ÷ ①
٤٦	$= \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{٢جاس جتاس}{(س - \frac{\pi}{٤})}$ ① ①
	$= \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{جاس}{س} \times \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{جتاس}{س - \frac{\pi}{٤}}$ ①
	$= \frac{٤}{\pi} \times \lim_{ص \to ٠} \frac{جا(ص + \frac{\pi}{٤})}{ص}$ ① ص = س $- \frac{\pi}{٤}$ ، ص ← ٠ ، س ← $\frac{\pi}{٤}$
	$= \frac{٤}{\pi} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \lim_{ص \to ٠} \frac{جاص + جتاص}{ص}$
	$= \frac{٤}{\pi} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times ١ = \frac{٤}{\pi\sqrt{٢}}$
	① ① ① ①

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الأول

(٦) ٥

$$د(س) = \begin{cases} \dfrac{|س^{٢} - ٣س - ٥|}{|س - ٥|} & ، \ س < ٥ \\ ٢ جتا \dfrac{\pi}{٥} س + ٥ & ، \ س \geq ٥ \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{(س - ٥)(س + ١)}{٥ - س} & ، \ س < ٥ \\ ٢ جتا \dfrac{\pi}{٥} س + ٥ & ، \ س \geq ٥ \end{cases}$$

(١) $س < ٥$ ، $س \geq ٥$

بما أن $\lim_{س \to ٥}$ موجود $\Leftarrow \lim_{س \to ٥^{+}} = \lim_{س \to ٥^{-}}$

$$\Leftarrow \lim_{س \to ٥^{+}} ٢ جتا \frac{\pi}{٥} س + ٥ = \lim_{س \to ٥^{-}} \frac{(س - ٥)(س + ١)}{٥ - س}$$

(١) (١)

$$٢ \times -١ + ٥ = ٦$$

(١)

$$-ب = ١$$

$$ب = -١$$

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني (١٩ علامة)

٩١

١٦

٧ (أ) $م(س) = \begin{cases} \frac{م(٢س) - م(س)}{س} & س \neq ٠ \\ ٢ & س = ٠ \end{cases}$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{م(٢س) - م(س)}{س}$$ (١)

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٤ + ٨س - ٤ - ٢س - ٢س^{٢}}{س}$$ (١)

$$= \lim_{س \to ٠} ٦ - ٢س$$ (١)

$$= ٦$$ (١)

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣ + ٤س - ٣ - ٢س}{س}$$ (١)

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢س}{س}$$ (١)

$$= ٢$$ (١)

٥ (ب) $م(س) = \begin{cases} ٢س + ١ & س < ٠ \\ [٢ + ٣] & س \geq ٠ \end{cases}$

٧٥

(١) $م(س)$ غير قابلة للاشتقاق عند $س = ٠$

(١) $\lim_{س \to ٠^{-}} م(س) = \lim_{س \to ٠^{-}} ٢س + ١ = ١$

(١) $\lim_{س \to ٠^{+}} م(س) = \lim_{س \to ٠^{+}} [٢ + ٣] = ٥$

(١) $\because \lim_{س \to ٠^{-}} م(س) \neq \lim_{س \to ٠^{+}} م(س)$

$\therefore \lim_{س \to ٠} م(س)$ غير موجودة

$\therefore م$ غير متصلة عند $س = ٠$

(١) $\because$ غير قابلة للاشتقاق $\therefore$ غير متصلة عند $س = ٠$

تابع السؤال الثاني

(٢) ق(س) = ظا(س/٢) − ٢

ق(٠) = ظا(٠) − ٢ = ٠ − ٢ = −٢

ق(π/٢) = ظا(π/٤) − ٢ = ١ − ٢ = −١

ق(π/٣) = ظا(π/٦) − ٢ = ١/√٣ − ٢

ق(π/٤) = ظا(π/٨) − ٢

ق(π/٦) = ظا(π/١٢) − ٢

ق(π/٨) = ظا(π/١٦) − ٢

ق(π/١٢) = ظا(π/٢٤) − ٢

ق(π/١٦) = ظا(π/٣٢) − ٢

ق(π/٢٤) = ظا(π/٤٨) − ٢

ق(π/٣٢) = ظا(π/٦٤) − ٢

ق(π/٤٨) = ظا(π/٩٦) − ٢

ق(π/٦٤) = ظا(π/١٢٨) − ٢

ق(π/٩٦) = ظا(π/١٩٢) − ٢

ق(π/١٢٨) = ظا(π/٢٥٦) − ٢

ق(π/١٩٢) = ظا(π/٣٨٤) − ٢

ق(π/٢٥٦) = ظا(π/٥١٢) − ٢

ق(π/٣٨٤) = ظا(π/٧٦٨) − ٢

ق(π/٥١٢) = ظا(π/١٠٢٤) − ٢

ق(π/٧٦٨) = ظا(π/١٥٣٦) − ٢

ق(π/١٠٢٤) = ظا(π/٢٠٤٨) − ٢

ق(π/١٥٣٦) = ظا(π/٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٢٠٤٨) = ظا(π/٤٠٩٦) − ٢

ق(π/٣٠٧٢) = ظا(π/٦١٤٤) − ٢

ق(π/٤٠٩٦) = ظا(π/٨١٩٢) − ٢

ق(π/٦١٤٤) = ظا(π/١٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٨١٩٢) = ظا(π/١٦٣٨٤) − ٢

ق(π/١٢٢٨٨) = ظا(π/٢٤٥٧٦) − ٢

ق(π/١٦٣٨٤) = ظا(π/٣٢٧٦٨) − ٢

ق(π/٢٤٥٧٦) = ظا(π/٤٩١٥٢) − ٢

ق(π/٣٢٧٦٨) = ظا(π/٦٥٥٣٦) − ٢

ق(π/٤٩١٥٢) = ظا(π/٩٨٣٠٤) − ٢

ق(π/٦٥٥٣٦) = ظا(π/١٣١٠٧٢) − ٢

ق(π/٩٨٣٠٤) = ظا(π/١٩٦٦٠٨) − ٢

ق(π/١٣١٠٧٢) = ظا(π/٢٦٢١٤٤) − ٢

ق(π/١٩٦٦٠٨) = ظا(π/٣٩٣٢١٦) − ٢

ق(π/٢٦٢١٤٤) = ظا(π/٥٢٤٢٨٨) − ٢

ق(π/٣٩٣٢١٦) = ظا(π/٧٨٦٤٣٢) − ٢

ق(π/٥٢٤٢٨٨) = ظا(π/١٠٤٨٥٧٦) − ٢

ق(π/٧٨٦٤٣٢) = ظا(π/١٥٧٢٨٦٤) − ٢

ق(π/١٠٤٨٥٧٦) = ظا(π/٢٠٩٧١٥٢) − ٢

ق(π/١٥٧٢٨٦٤) = ظا(π/٣١٤٥٧٢٨) − ٢

ق(π/٢٠٩٧١٥٢) = ظا(π/٤١٩٤٣٠٤) − ٢

ق(π/٣١٤٥٧٢٨) = ظا(π/٦٢٩١٤٥٦) − ٢

ق(π/٤١٩٤٣٠٤) = ظا(π/٨٣٨٨٦٠٨) − ٢

ق(π/٦٢٩١٤٥٦) = ظا(π/١٢٥٨٢٩١٢) − ٢

ق(π/٨٣٨٨٦٠٨) = ظا(π/١٦٧٧٧٢١٦) − ٢

ق(π/١٢٥٨٢٩١٢) = ظا(π/٢٥١٦٥٨٢٤) − ٢

ق(π/١٦٧٧٧٢١٦) = ظا(π/٣٣٥٥٤٤٣٢) − ٢

ق(π/٢٥١٦٥٨٢٤) = ظا(π/٥٠٣٣١٦٤٨) − ٢

ق(π/٣٣٥٥٤٤٣٢) = ظا(π/٦٧١٠٨٨٦٤) − ٢

ق(π/٥٠٣٣١٦٤٨) = ظا(π/١٠٠٦٦٣٢٩٦) − ٢

ق(π/٦٧١٠٨٨٦٤) = ظا(π/١٣٤٢١٧٧٢٨) − ٢

ق(π/١٠٠٦٦٣٢٩٦) = ظا(π/٢٠١٣٢٦٥٩٢) − ٢

ق(π/١٣٤٢١٧٧٢٨) = ظا(π/٢٦٨٤٣٥٤٥٦) − ٢

ق(π/٢٠١٣٢٦٥٩٢) = ظا(π/٤٠٢٦٥٣١٨٤) − ٢

ق(π/٢٦٨٤٣٥٤٥٦) = ظا(π/٥٣٦٨٧٠٩١٢) − ٢

ق(π/٤٠٢٦٥٣١٨٤) = ظا(π/٨٠٥٣٠٦٣٦٨) − ٢

ق(π/٥٣٦٨٧٠٩١٢) = ظا(π/١٠٧٣٧٤١٨٢٤) − ٢

ق(π/٨٠٥٣٠٦٣٦٨) = ظا(π/١٦١٠٦١٢٧٣٦) − ٢

ق(π/١٠٧٣٧٤١٨٢٤) = ظا(π/٢١٤٧٤٨٣٦٤٨) − ٢

ق(π/١٦١٠٦١٢٧٣٦) = ظا(π/٣٢٢١٢٢٥٤٧٢) − ٢

ق(π/٢١٤٧٤٨٣٦٤٨) = ظا(π/٤٢٩٤٩٦٧٢٩٦) − ٢

ق(π/٣٢٢١٢٢٥٤٧٢) = ظا(π/٦٤٤٢٤٥٠٩٤٤) − ٢

ق(π/٤٢٩٤٩٦٧٢٩٦) = ظا(π/٨٥٨٩٩٣٤٥٩٢) − ٢

ق(π/٦٤٤٢٤٥٠٩٤٤) = ظا(π/١٢٨٨٤٩٠١٨٨٨) − ٢

ق(π/٨٥٨٩٩٣٤٥٩٢) = ظا(π/١٧١٧٩٨٦٩١٨٤) − ٢

ق(π/١٢٨٨٤٩٠١٨٨٨) = ظا(π/٢٥٧٦٩٨٠٣٧٧٦) − ٢

ق(π/١٧١٧٩٨٦٩١٨٤) = ظا(π/٣٤٣٥٩٧٣٨٣٥٢) − ٢

ق(π/٢٥٧٦٩٨٠٣٧٧٦) = ظا(π/٥١٥٣٩٦٠٧٥٥٢) − ٢

ق(π/٣٤٣٥٩٧٣٨٣٥٢) = ظا(π/٦٨٧١٩٤١٥١١٠٤) − ٢

ق(π/٥١٥٣٩٦٠٧٥٥٢) = ظا(π/١٠٣٠٧٨٨٣٠٢٠٨) − ٢

ق(π/٦٨٧١٩٤١٥١١٠٤) = ظا(π/١٣٧٤٣٨٨٣٠٢٠٨) − ٢

ق(π/١٠٣٠٧٨٨٣٠٢٠٨) = ظا(π/٢٠٦١٥٧٦٦٠٤١٦) − ٢

ق(π/١٣٧٤٣٨٨٣٠٢٠٨) = ظا(π/٢٧٤٨٧٧٦٦٠٤١٦) − ٢

ق(π/٢٠٦١٥٧٦٦٠٤١٦) = ظا(π/٤١٢٣١٥٣٢٠٨٣٢) − ٢

ق(π/٢٧٤٨٧٧٦٦٠٤١٦) = ظا(π/٥٤٩٧٥٣٢٠٨٣٢) − ٢

ق(π/٤١٢٣١٥٣٢٠٨٣٢) = ظا(π/٨٢٤٦٣٠٦٤١٦٦٤) − ٢

ق(π/٥٤٩٧٥٣٢٠٨٣٢) = ظا(π/١٠٩٩٥٠٦٤١٦٦٤) − ٢

ق(π/٨٢٤٦٣٠٦٤١٦٦٤) = ظا(π/١٦٤٩٢١٢٨٣٣٢٨) − ٢

ق(π/١٠٩٩٥٠٦٤١٦٦٤) = ظا(π/٢١٩٩٠١٢٨٣٣٢٨) − ٢

ق(π/١٦٤٩٢١٢٨٣٣٢٨) = ظا(π/٣٢٩٨٤٢٥٦٦٦٥٦) − ٢

ق(π/٢١٩٩٠١٢٨٣٣٢٨) = ظا(π/٤٣٩٨٠٢٥٦٦٦٥٦) − ٢

ق(π/٣٢٩٨٤٢٥٦٦٦٥٦) = ظا(π/٦٥٩٦٨٥١٢١٣١٢) − ٢

ق(π/٤٣٩٨٠٢٥٦٦٦٥٦) = ظا(π/٨٧٩٦٠٥١٢١٣١٢) − ٢

ق(π/٦٥٩٦٨٥١٢١٣١٢) = ظا(π/١٣١٩٣٧٠٢٤٢٦٢٤) − ٢

ق(π/٨٧٩٦٠٥١٢١٣١٢) = ظا(π/١٧٥٩٢١٠٢٤٢٦٢٤) − ٢

ق(π/١٣١٩٣٧٠٢٤٢٦٢٤) = ظا(π/٢٦٣٨٤٢٠٤٨٥٢٤٨) − ٢

ق(π/١٧٥٩٢١٠٢٤٢٦٢٤) = ظا(π/٣٥١٨٤٢٠٤٨٥٢٤٨) − ٢

ق(π/٢٦٣٨٤٢٠٤٨٥٢٤٨) = ظا(π/٥٢٧٦٨٤٠٩٧٠٤٩٦) − ٢

ق(π/٣٥١٨٤٢٠٤٨٥٢٤٨) = ظا(π/٧٠٣٦٨٤٠٩٧٠٤٩٦) − ٢

ق(π/٥٢٧٦٨٤٠٩٧٠٤٩٦) = ظا(π/١٠٥٥٣٦٨١٩٤١٩٣٢) − ٢

ق(π/٧٠٣٦٨٤٠٩٧٠٤٩٦) = ظا(π/١٤٠٧٣٦٨١٩٤١٩٣٢) − ٢

ق(π/١٠٥٥٣٦٨١٩٤١٩٣٢) = ظا(π/٢١١٠٧٣٦٣٨٨٣٨٤) − ٢

ق(π/١٤٠٧٣٦٨١٩٤١٩٣٢) = ظا(π/٢٨١٤٧٣٦٣٨٨٣٨٤) − ٢

ق(π/٢١١٠٧٣٦٣٨٨٣٨٤) = ظا(π/٤٢٢١٤٧٢٧٧٦٧٦٨) − ٢

ق(π/٢٨١٤٧٣٦٣٨٨٣٨٤) = ظا(π/٥٦٢٩٤٧٢٧٧٦٧٦٨) − ٢

ق(π/٤٢٢١٤٧٢٧٧٦٧٦٨) = ظا(π/٨٤٤٢٩٤٥٥٥٣٥٣٦) − ٢

ق(π/٥٦٢٩٤٧٢٧٧٦٧٦٨) = ظا(π/١١٢٥٨٩٤٥٥٥٣٥٣٦) − ٢

ق(π/٨٤٤٢٩٤٥٥٥٣٥٣٦) = ظا(π/١٦٨٨٥٨٩١١٠٧٠٧٢) − ٢

ق(π/١١٢٥٨٩٤٥٥٥٣٥٣٦) = ظا(π/٢٢٥١٧٨٩١١٠٧٠٧٢) − ٢

ق(π/١٦٨٨٥٨٩١١٠٧٠٧٢) = ظا(π/٣٣٧٧٦٧٨٢٢١٤١٤٤) − ٢

ق(π/٢٢٥١٧٨٩١١٠٧٠٧٢) = ظا(π/٤٥٠٣٥٧٨٢٢١٤١٤٤) − ٢

ق(π/٣٣٧٧٦٧٨٢٢١٤١٤٤) = ظا(π/٦٧٥٥١٥٦٤٤٢٨٢٨٨) − ٢

ق(π/٤٥٠٣٥٧٨٢٢١٤١٤٤) = ظا(π/٩٠٠٧١٥٦٤٤٢٨٢٨٨) − ٢

ق(π/٦٧٥٥١٥٦٤٤٢٨٢٨٨) = ظا(π/١٣٥١٠٣١٢٨٨٥٦٥٧٦) − ٢

ق(π/٩٠٠٧١٥٦٤٤٢٨٢٨٨) = ظا(π/١٨٠١٤٠٦٢٥٧١١٥٣٦) − ٢

ق(π/١٣٥١٠٣١٢٨٨٥٦٥٧٦) = ظا(π/٢٧٠٢٠٦٢٥٧١١٥٣٦) − ٢

ق(π/١٨٠١٤٠٦٢٥٧١١٥٣٦) = ظا(π/٣٦٠٢٨١٢٥١٤٢٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٢٧٠٢٠٦٢٥٧١١٥٣٦) = ظا(π/٥٤٠٤١٢٥١٤٢٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٣٦٠٢٨١٢٥١٤٢٣٠٧٢) = ظا(π/٧٢٠٥٦٢٥٠٢٨٤٦١٤٤) − ٢

ق(π/٥٤٠٤١٢٥١٤٢٣٠٧٢) = ظا(π/١٠٨٠٨٢٥٠٢٨٤٦١٤٤) − ٢

ق(π/٧٢٠٥٦٢٥٠٢٨٤٦١٤٤) = ظا(π/١٤٤١١٢٥٠٥٦٩٢٢٨٨) − ٢

ق(π/١٠٨٠٨٢٥٠٢٨٤٦١٤٤) = ظا(π/٢١٦٢٢٥٠١١٣٨٤٥٧٦) − ٢

ق(π/١٤٤١١٢٥٠٥٦٩٢٢٨٨) = ظا(π/٢٨٨٢٢٥٠١١٣٨٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٢١٦٢٢٥٠١١٣٨٤٥٧٦) = ظا(π/٤٣٢٤٥٠٢٢٧٦٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٢٨٨٢٢٥٠١١٣٨٤٥٧٦) = ظا(π/٥٧٦٤٥٠٢٢٧٦٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٤٣٢٤٥٠٢٢٧٦٩١٥٣٦) = ظا(π/٨٦٤٩٠٠٤٥٥٣٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٥٧٦٤٥٠٢٢٧٦٩١٥٣٦) = ظا(π/١١٥٢٩٠٠٤٥٥٣٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٨٦٤٩٠٠٤٥٥٣٨٣٠٧٢) = ظا(π/١٧٢٥٨٠٠٩١١٠٧٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/١١٥٢٩٠٠٤٥٥٣٨٣٠٧٢) = ظا(π/٢٣٠٥٨٠٠٩١١٠٧٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/١٧٢٥٨٠٠٩١١٠٧٦٦١٤٤) = ظا(π/٣٤٥١٦٠١٨٢٢١٥٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٢٣٠٥٨٠٠٩١١٠٧٦٦١٤٤) = ظا(π/٤٦١١٦٠١٨٢٢١٥٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٣٤٥١٦٠١٨٢٢١٥٣٢٢٨٨) = ظا(π/٦٩٢٣٢٠٣٦٤٤٣٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٤٦١١٦٠١٨٢٢١٥٣٢٢٨٨) = ظا(π/٩٢٢٣٢٠٣٦٤٤٣٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٦٩٢٣٢٠٣٦٤٤٣٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/١٣٨٤٦٤٠٧٢٨٨٦١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٩٢٢٣٢٠٣٦٤٤٣٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/١٨٤٤٦٤٠٧٢٨٨٦١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/١٣٨٤٦٤٠٧٢٨٨٦١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/٢٧٦٩٢٨١٤٥٧٧٢٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/١٨٤٤٦٤٠٧٢٨٨٦١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/٣٦٨٩٢٨١٤٥٧٧٢٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٢٧٦٩٢٨١٤٥٧٧٢٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/٥٥٣٨٥٦٢٩١٥٤٤٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/٣٦٨٩٢٨١٤٥٧٧٢٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/٧٣٧٨٥٦٢٩١٥٤٤٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/٥٥٣٨٥٦٢٩١٥٤٤٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/١١٠٧٧١٢٥٨٣٠٨٩٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٧٣٧٨٥٦٢٩١٥٤٤٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/١٤٧٥٧١٢٥٨٣٠٨٩٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/١١٠٧٧١٢٥٨٣٠٨٩٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٢٢١٥٤٢٥١٦٦١٧٨٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/١٤٧٥٧١٢٥٨٣٠٨٩٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٢٩٥١٤٢٥١٦٦١٧٨٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٢٢١٥٤٢٥١٦٦١٧٨٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/٤٤٣٠٨٥٠٣٣٢٣٥٦١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٢٩٥١٤٢٥١٦٦١٧٨٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/٥٩٠٢٨٥٠٣٣٢٣٥٦١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٤٤٣٠٨٥٠٣٣٢٣٥٦١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/٨٨٦١٧٠٠٦٦٤٧١٢٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٥٩٠٢٨٥٠٣٣٢٣٥٦١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/١١٨٠٥٧٠٠٦٦٤٧١٢٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٨٨٦١٧٠٠٦٦٤٧١٢٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/١٧٧٢٣٤٠١٣٢٩٤٢٤٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/١١٨٠٥٧٠٠٦٦٤٧١٢٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/٢٣٦١١٤٠١٣٢٩٤٢٤٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/١٧٧٢٣٤٠١٣٢٩٤٢٤٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/٣٥٤٤٦٨٠٢٦٥٨٤٨٩٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٢٣٦١١٤٠١٣٢٩٤٢٤٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/٤٧٢٢٢٨٠٢٦٥٨٤٨٩٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٣٥٤٤٦٨٠٢٦٥٨٤٨٩٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٧٠٨٤٤٥٦٠٥٣١٦٩٧٨٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٤٧٢٢٢٨٠٢٦٥٨٤٨٩٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٩٤٤٤٥٦٠٥٣١٦٩٧٨٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٧٠٨٤٤٥٦٠٥٣١٦٩٧٨٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/١٤١٦٨٩١٢١٠٦٣٣٩٥٦١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٩٤٤٤٥٦٠٥٣١٦٩٧٨٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/١٨٨٩١٢١٠٦٣٣٩٥٦١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/١٤١٦٨٩١٢١٠٦٣٣٩٥٦١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/٢٨٣٣٧٨٢٤٢١٢٦٧٩١٢٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/١٨٨٩١٢١٠٦٣٣٩٥٦١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/٣٧٧٨٢٤٢١٢٦٧٩١٢٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٢٨٣٣٧٨٢٤٢١٢٦٧٩١٢٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/٥٦٦٧٥٦٤٨٤٢٥٣٥٨٢٤٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/٣٧٧٨٢٤٢١٢٦٧٩١٢٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/٧٥٥٦٤٨٤٨٤٢٥٣٥٨٢٤٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/٥٦٦٧٥٦٤٨٤٢٥٣٥٨٢٤٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/١١٣٣٥١٢٩٦٨٥٠٧١٦٤٨٩٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٧٥٥٦٤٨٤٨٤٢٥٣٥٨٢٤٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/١٥١١٢٩٦٨٥٠٧١٦٤٨٩٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/١١٣٣٥١٢٩٦٨٥٠٧١٦٤٨٩٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٢٢٦٧٠٢٥٩٣٧٠١٤٣٢٩٧٨٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/١٥١١٢٩٦٨٥٠٧١٦٤٨٩٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٣٠٢٢٠٢٥٩٣٧٠١٤٣٢٩٧٨٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٢٢٦٧٠٢٥٩٣٧٠١٤٣٢٩٧٨٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/٤٥٣٣٠٥١٨٧٤٠٢٨٦٥٩٥٦١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٣٠٢٢٠٢٥٩٣٧٠١٤٣٢٩٧٨٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/٦٠٤٤٠٥١٨٧٤٠٢٨٦٥٩٥٦١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٤٥٣٣٠٥١٨٧٤٠٢٨٦٥٩٥٦١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/٩٠٦٦٠١٠٣٧٤٨٠٥٧١٩١٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٦٠٤٤٠٥١٨٧٤٠٢٨٦٥٩٥٦١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/١٢٠٨٨٠١٠٣٧٤٨٠٥٧١٩١٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٩٠٦٦٠١٠٣٧٤٨٠٥٧١٩١٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/١٨١٣٢٠٢٠٧٤٩٦١١٤٣٨٢٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/١٢٠٨٨٠١٠٣٧٤٨٠٥٧١٩١٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/٢٤١٧٦٠٢٠٧٤٩٦١١٤٣٨٢٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/١٨١٣٢٠٢٠٧٤٩٦١١٤٣٨٢٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/٣٦٢٦٤٠٤١٤٩٩٢٢٨٧٦٥٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٢٤١٧٦٠٢٠٧٤٩٦١١٤٣٨٢٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/٤٨٣٥٢٠٤١٤٩٩٢٢٨٧٦٥٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٣٦٢٦٤٠٤١٤٩٩٢٢٨٧٦٥٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٧٢٥٢٨٠٨٢٩٩٨٤٥٧٥٣٠٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٤٨٣٥٢٠٤١٤٩٩٢٢٨٧٦٥٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٩٦٧٠٤٠٨٢٩٩٨٤٥٧٥٣٠٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٧٢٥٢٨٠٨٢٩٩٨٤٥٧٥٣٠٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/١٤٥٠٥٦١٦٥٩٩٦٩١١٥٠٦٠١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/٩٦٧٠٤٠٨٢٩٩٨٤٥٧٥٣٠٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/١٩٣٤٠٨١٦٥٩٩٦٩١١٥٠٦٠١٢٩١٥٣٦) − ٢

ق(π/١٤٥٠٥٦١٦٥٩٩٦٩١١٥٠٦٠١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/٢٩٠١١٢٣٣١٩٩٣٨٢٣٠١٢٠٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/١٩٣٤٠٨١٦٥٩٩٦٩١١٥٠٦٠١٢٩١٥٣٦) = ظا(π/٣٨٦٨١٦٣٣١٩٩٣٨٢٣٠١٢٠٢٥٨٣٠٧٢) − ٢

ق(π/٢٩٠١١٢٣٣١٩٩٣٨٢٣٠١٢٠٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/٥٨٠٢٢٤٦٦٣٩٨٧٦٤٦٠٢٤٠٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/٣٨٦٨١٦٣٣١٩٩٣٨٢٣٠١٢٠٢٥٨٣٠٧٢) = ظا(π/٧٧٣٦٣٢٦٦٣٩٨٧٦٤٦٠٢٤٠٥١٦٦١٤٤) − ٢

ق(π/٥٨٠٢٢٤٦٦٣٩٨٧٦٤٦٠٢٤٠٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/١١٦٠٤٤٩٣٢٧٩٧٥٢٩٢٠٤٨١٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/٧٧٣٦٣٢٦٦٣٩٨٧٦٤٦٠٢٤٠٥١٦٦١٤٤) = ظا(π/١٥٤٧٢٨٩٣٢٧٩٧٥٢٩٢٠٤٨١٠٣٢٢٨٨) − ٢

ق(π/١١٦٠٤٤٩٣٢٧٩٧٥٢٩٢٠٤٨١٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٢٣٢٠٨٩٨٦٥٥٩٥٠٥٨٤٠٩٦٢٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/١٥٤٧٢٨٩٣٢٧٩٧٥٢٩٢٠٤٨١٠٣٢٢٨٨) = ظا(π/٣٠٩٥٧٧٩٦٥٥٩٥٠٥٨٤٠٩٦٢٠٦٤٥٧٦) − ٢

ق(π/٢٣٢٠٨٩٨٦٥٥٩٥٠٥٨٤٠٩٦٢٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/٤٦٤١٧٩٣١٩١١٨١٠١١٦٨١٩٢٤١٢٨٨) − ٢

ق(π/٣٠٩٥٧٧٩٦٥٥٩٥٠٥٨٤٠٩٦٢٠٦٤٥٧٦) = ظا(π/٦١٩١٥٨٦٣٨٢٣٦٢٠٢٣٣٦٣٨٤٢٥٦) − ٢

ق(π/٤٦٤١٧٩٣١٩١١٨١٠١١٦٨١٩٢٤١٢٨٨) = ظا(π/٩٢٨٣١٧٢٧٦٤٧٢٠٤٦٧٢٧٦٨٤٨٥١٢) − ٢

ق(π/٦١٩١٥٨٦٣٨٢٣٦٢٠٢٣٣٦٣٨٤٢٥٦) = ظا(π/١٢٣٨٣١٧٢٧٦٤٧٢٠٤٦٧٢٧٦٨٤٨٥١٢) − ٢

ق(π/٩٢٨٣١٧٢٧٦٤٧٢٠٤٦٧٢٧٦٨٤٨٥١٢) = ظا(π/١٨٤٧٦٣٤٥٥٢٩٤٤٠٩٣٥٤٥٥٣٦٩٧٠٢٤) − ٢

ق(π/١٢٣٨٣١٧٢٧٦٤٧٢٠٤٦٧٢٧٦٨٤٨٥١٢) = ظا(π/٢٤٧٦٣٤٥٥٢٩٤٤٠٩٣٥٤٥٥٣٦٩٧٠٢٤) − ٢

ق(π/١٨٤٧٦٣٤٥٥٢٩٤٤٠٩٣٥٤٥٥٣٦٩٧٠٢٤) = ظا(π/٣٦٩٥٢٦٩١٠٥٨٨٨١٩٠٧١٠٩١٠٧٣٩٤٠٤٨) − ٢

ق(π/٢٤٧٦٣٤٥٥٢٩٤٤٠٩٣٥٤٥٥٣٦٩٧٠٢٤) = ظا(π/٤٩٥٢٦٩١٠٥٨٨٨١٩٠٧١٠٩١٠٧٣٩٤٠٤٨) − ٢

ق(π/٣٦٩٥٢٦٩١٠٥٨٨٨١٩٠٧١٠٩١٠٧٣٩٤٠٤٨) = ظا(π/٧٣٩٠٥٣٨٢١١٧٧٦٣٨١٤٢١٨٢١٤٧٨٠٨٠٩٦) − ٢

ق(π/٤٩٥٢٦٩١٠٥٨٨٨١٩٠٧١٠٩١٠٧٣٩٤٠٤٨) = ظا(π/٩٩٠٥٣٨٢١١٧٧٦٣٨١٤٢١٨٢١٤٧٨٠٨٠٩٦) − ٢

ق(π/٧٣٩٠٥٣٨٢١١٧٧٦٣٨١٤٢١٨٢١٤٧٨٠٨٠٩٦) = ظا(π/١٤٧٨١٠٧٦٤٢٣٥٥٢٧٦٢٨٤٣٦٤٢٩٥٦١٦١٩٢) − ٢

ق(π/٩٩٠٥٣٨٢١١٧٧٦٣٨١٤٢١٨٢١٤٧٨٠٨٠٩٦) = ظا(π/١٩٨١٠٧٦٤٢٣٥٥٢٧٦٢٨٤٣٦٤٢٩٥٦١٦١٩٢) − ٢

ق(π/١٤٧٨١٠٧٦٤٢٣٥٥٢٧٦٢٨٤٣٦٤٢٩٥٦١٦١٩٢) = ظا(π/٢٩٥٦٢١٥٢٨٤٧١٠٥٥٢٥٦٨٧٢٨٥٩١٢٣٢٣٨٤) − ٢

ق(π/١٩٨١٠٧٦٤٢٣٥٥٢٧٦٢٨٤٣٦٤٢٩٥٦١٦١٩٢) = ظا(π/٣٩٦٢١٥٢٨٤٧١٠٥٥٢٥٦٨٧٢٨٥٩١٢٣٢٣٨٤) − ٢

ق(π/٢٩٥٦٢١٥٢٨٤٧١٠٥٥٢٥٦٨٧٢٨٥٩١٢٣٢٣٨٤) = ظا(π/٥٩١٢٤٣٠٥٦٩٤٢١١٠٥١٣٧٥٦٤٥٧١٨٢٤٦٤٧٦٨) − ٢

ق(π/٣٩٦٢١٥٢٨٤٧١٠٥٥٢٥٦٨٧٢٨٥٩١٢٣٢٣٨٤) = ظا(π/٧٩٢٤٣٠٥٦٩٤٢١١٠٥١٣٧٥٦٤٥٧١٨٢٤٦٤٧٦٨) − ٢

ق(π/٥٩١٢٤٣٠٥٦٩٤٢١١٠٥١٣٧٥٦٤٥٧١٨٢٤٦٤٧٦٨) = ظا(π/١١٨٢٤٨٦١١٣٨٤٤٢٢١٠٢٧٥١٢٩١٥٣٦٣٦٤٩٥٣٦) − ٢

ق(π/٧٩٢٤٣٠٥٦٩٤٢١١٠٥١٣٧٥٦٤٥٧١٨٢٤٦٤٧٦٨) = ظا(π/١٥٨٤٨٦١١٣٨٤٤٢٢١٠٢٧٥١٢٩١٥٣٦٣٦٤٩٥٣٦) − ٢

ق(π/١١٨٢٤٨٦١١٣٨٤٤٢٢١٠٢٧٥١٢٩١٥٣٦٣٦٤٩٥٣٦) = ظا(π/٢٣٦٤٩٧٢٢٧٦٨٨٤٤٢٠٥٥٠٢٥٨٣٠٧٢٧٢٩٩٠٧٢) − ٢

ق(π/١٥٨٤٨٦١١٣٨٤٤٢٢١٠٢٧٥١٢٩١٥٣٦٣٦٤٩٥٣٦) = ظا(π/٣١٦٩٧٢٢٧٦٨٨٤٤٢٠٥٥٠٢٥٨٣٠٧٢٧٢٩٩٠٧٢) − ٢

ق(π/٢٣٦٤٩٧٢٢٧٦٨٨٤٤٢٠٥٥٠٢٥٨٣٠٧٢٧٢٩٩٠٧٢) = ظا(π/٤٧٣٩٤٤٥٥٣٥٣٧٦٨٨٤٠١١٠٥١٦٦١٤٤٥٤٥٩٨١٤٤) − ٢

ق(π/٣١٦٩٧٢٢٧٦٨٨٤٤٢٠٥٥٠٢٥٨٣٠٧٢٧٢٩٩٠٧٢) = ظا(π/٦٣٣٩٤٤٥٥٣٥٣٧٦٨٨٤٠١١٠٥١٦٦١٤٤٥٤٥٩٨١٤٤) − ٢

ق(π/٤٧٣٩٤٤٥٥٣٥٣٧٦٨٨٤٠١١٠٥١٦٦١٤٤٥٤٥٩٨١٤٤) = ظا(π/٩٤٧٨٨٩١٠٧٠٧٥٣٧٦٨٠٢٢١٠٣٢٢٨٨٩٠٩١٩٦٢٨٨) − ٢

ق(π/٦٣٣٩٤٤٥٥٣٥٣٧٦٨٨٤٠١١٠٥١٦٦١٤٤٥٤٥٩٨١٤٤) = ظا(π/١٢٦٧٨٨٩١٠٧٠٧٥٣٧٦٨٠٢٢١٠٣٢٢٨٨٩٠٩١٩٦٢٨٨) − ٢

ق(π/٩٤٧٨٨٩١٠٧٠٧٥٣٧٦٨٠٢٢١٠٣٢٢٨٨٩٠٩١٩٦٢٨٨) = ظا(π/١٨٩٥٧٧٨٢١٤١٥٠٧٥٣٦٠٤٤٢٠٦٤٥٧٦١٧٨١٨٣٩٢٥٧٦) − ٢

ق(π/١٢٦٧٨٨٩١٠٧٠٧٥٣٧٦٨٠٢٢١٠٣٢٢٨٨٩٠٩١٩٦٢٨٨) = ظا(π/٢٥٣٥٧٧٨٢١٤١٥٠٧٥٣٦٠٤٤٢٠٦٤٥٧٦١٧٨١٨٣٩٢٥٧٦) − ٢

ق(π/١٨٩٥٧٧٨٢١٤١٥٠٧٥٣٦٠٤٤٢٠٦٤٥٧٦١٧٨١٨٣٩٢٥٧٦) = ظا(π/٣٧٩١٥٥٦٤٢٨٣٠١٥١٠٧٢٠٨٨٤٠٥١٦٦١٤٤٥٤٥٩٨١٤٤) − ٢

ق(π/٢٥٣٥٧٧٨٢١٤١٥٠٧٥٣٦٠٤٤٢٠٦٤٥٧٦١٧٨١٨٣٩٢٥٧٦) = ظا(π/٥٠٧١١٥٦٤٢٨٣٠١٥١٠٧٢٠٨٨٤٠٥١٦٦١٤٤٥٤٥٩٨١٤٤) − ٢

ق(π/٣٧٩١٥٥٦٤٢٨٣٠١٥١٠٧٢٠٨٨٤٠٥١٦٦١٤٤٥٤٥٩٨١٤٤) = ظا(π/٧٥٨٢٣١٢٨٥٦٦٠٣٠٢١٤٤١٧٦٨٠٨١٠٣٢٢٨٨٩٠٩١٩٦٢٨٨) − ٢

ق(π/٥٠٧١١٥٦٤٢٨٣٠١٥١٠٧٢٠٨٨٤٠٥١٦٦١٤٤٥٤٥٩٨١٤٤) = ظ

السؤال الثالث: (١٨ علامة)

أ) $(ص-٤)^{٢} \cdot ص' = ١$ ① $\Leftarrow ص' = \frac{١}{(ص-٤)^{٢}}$ ① ميل المستقيم $= -\frac{٣}{٢} = -\frac{١}{ص'}$ ①

$ص' = ٢ \Leftarrow \frac{١}{(ص-٤)^{٢}} = -\frac{١}{٢} \Leftarrow ص-٤ = -١ \Leftarrow ص = ٣$ ①

النقطة $(-١، ٣)$ ① $\Leftarrow س = -١ \Leftarrow (س+٤)^{٢} = ص+٣$

ب) $\frac{ص}{س} - \frac{٣ص}{س} = ٢ \Leftarrow س - ٣ص = ٢س ص$

$٢س - ٦ص ص' = ٢س \cdot ص' + ٢ص$ ①

$(٢س + ٦ص) ص' = ٢س - ٢ص$

$ص' = \frac{٢س - ٢ص}{٢س + ٦ص}$ ①

$ص'|_{(٣،١)} = \frac{٦-٢}{٣+١} = \frac{٤}{٤} = \frac{١}{٣}$ ①

جـ) $ف'(٥+١) = غ'(٥)$ ① ①

$٥(٥+١)^{٢} = ١٥٥ + ٥٥^{٢}$ ①

$٥(٥^{٢}+٢٥+١) = ١٥٥ + ٥٥^{٢}$

$٥٥^{٢} + ١٠٥ + ٥ = ١٥٥ + ٥٥^{٢}$

$٥ = ٥٠ \Leftarrow ٥ = ١ش$ ①

$غ(٥) = غ'(٥) = ١٥ + ١٠٥$ ①

$غ(١) = ١٥ + ١٠ = ٢٥$ م/ث ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الرابع: (١٢ علامة)

١٨٩

أ) $ق'(س) = 1 + \frac{-٥ع^{-٦}}{-٥} \Leftarrow ق(س) = \frac{-٥ع^{-٥}}{-٥}$ ①

$ق'(س) = 0 \Leftarrow$ البسط $= 0 \Leftarrow -٥ع^{-٥} = 0 \Leftarrow س = \pm ٥$ ①

س	$-\infty$	-٥	٠	٥	∞
$ق'$	+	٠	−	٠	+

$ق'$ متزايدة في $]-\infty, -٥] \cup [٥, \infty[$ ①

$ق$ متناقصة في $[-٥, ٠[\cup]٠, ٥]$ ①

ب) بما أن $ق$ متزايدة في $]-\infty, -٥]$ فإن $ق(-٥)$ قيمة عظمى محلية $\Leftarrow ق(-٥) = -١٠$ ①

بما أن $ق$ متناقصة في $[٥, \infty[$ فإن $ق(٥)$ قيمة صغرى محلية $\Leftarrow ق(٥) = ١٠$ ①

١٧٤

ج) $\frac{ص}{ص} = ٨$ سم/ث ، $\frac{ص}{ص} = ٦$ سم/ث

$\frac{ل}{ل} = \frac{١}{٢}$ $\Leftarrow$ $ل = ٩$

$ص = ٨ \times \frac{١}{٢} = ٤$ سم ① $\Leftarrow$ $ب = ٦ \times \frac{١}{٢} = ٣$ سم

$ل^٢ = ص^٢ + ب^٢ - ٢ص ب \text{ جتا } ١٢٠$ ①

$ل^٢ = ٤^٢ + ٣^٢ - ٢ \times ٤ \times ٣ \times -\frac{١}{٢}$ ①

$ل = \sqrt{١٣}$ سم ①

$\frac{ل}{ل} = \frac{٢ص \frac{ص}{ص} + ٢ب \frac{ب}{ص} + ٢ص \frac{ص}{ص} + ٢ب \frac{ب}{ص}}{٢\sqrt{ص^٢ + ب^٢ + ٢ص ب}}$ ①

$\frac{ل}{ل} = \frac{٢ \times ٤ \times ٨ + ٢ \times ٣ \times ٦ + ٢ \times ٤ \times ٦ + ٢ \times ٣ \times ٨}{٢\sqrt{١٣}} = \frac{١٤٨}{٢\sqrt{١٣}} = \frac{٧٤}{\sqrt{١٣}}$

$\frac{ل}{ل} = \frac{٧٤\sqrt{١٣}}{١٣}$ ① سم/ث

١٢٠

د) $ظا \theta = \frac{ص}{س - ٨} = \frac{٦}{٨}$ ① $\Leftarrow$ $ص = \frac{٣}{٤}(٨ - س)$ ①

$م = \frac{١}{٢} \times س \times ص = \frac{١}{٢} \times س \times \frac{٣}{٤}(٨ - س)$

$م = \frac{٣}{٨}(٨س - س^٢)$ ①

$م' = \frac{٣}{٨}(٨ - ٢س)$ ①

$م' = ٠ \Leftarrow ٨ - ٢س = ٠ \Leftarrow س = ٤$ ①

س	٠	٤	٨
$م'$	+	٠	−

أكبر مساحة عندما $س = ٤$

$ص = \frac{٣}{٤}(٨ - ٤) = ٣$

$م_{max} = \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٣ = ٦$ وحدة مربعة ①

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني عشر

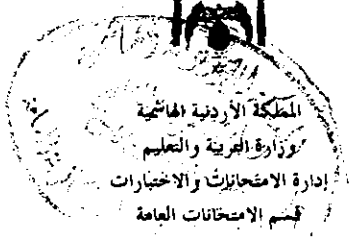
رقم الفقرة	الاجابة الصحيحة
١	$(-\infty, 1) \cup \{2\}$
٢	١
٣	غير موجودة .
٤	-1
٥	غير موجودة
٦	صفر
٧	٤٨
٨	$\{-4, 0, 6, 16\}$
٩	$(0, 1] \cup [5, \infty)$
١٠	١٤
١١	$[-\infty, -6] \cup [2, \infty]$
١٢	$\frac{3\pi}{2}$

بسم الله الرحمن الرحيم

نموذج (أ)

٩	٣	٣	٩

١ ٢



عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / م٣ — **مدة الامتحان : ساعتان**

الفرع : العلمي — **اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٤/١/١٥**

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٦ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٨} \dfrac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{\frac{س}{٢} - ٤}$ (٣ علامات)

٢) $\lim_{س \to -٢} \dfrac{٥ - |٣س + ١|}{س^{٣} + ٨}$ (٤ علامات)

٣) $\lim_{س \to ٢} \dfrac{س - ٢}{ظا(\pi س)}$ (٤ علامات)

ب) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س^{٢} + \dfrac{١}{س} + \left[\dfrac{س}{٣}\right] & ، \ ١ \leq س \leq ٣ \\ \dfrac{|س - ٣|}{س^{٢} - ٩} & ، \ ٣ < س < ٤ \end{cases}$

فجد $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) (٥ علامات)

السؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢ + ٢س & ، \ س < ١ \\ ٣س^{٢} & ، \ س \geq ١ \end{cases}$

هـ(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، \ س < ١ \\ |٢س| & ، \ س \geq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران (ق + هـ) (س) عندما س = ١ (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢}}{١ - س}$ ، س ≠ ١ ، فجد قَ(-٢) باستخدام تعريف المشتقة (٨ علامات)

ج) إذا كان القاطع المار بالنقطتين (١ ، ق(١))، (٢ ، ٤) يصنع زاوية قياسها ($\frac{٣\pi}{٤}$) راديان مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فجد ق(١) (٣ علامات)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\frac{م(س)}{ل(س)(س^{٢}+١)}$ ، وكان م(١) = -٢ ، مَ(١) = ل(١) = -١ ، قَ(١) = ٣

فجد لَ(١) (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(٢س-١) = جـا^{٢}($\frac{\pi}{١٨}$ (٤س - ٢)) ، فأثبت أن قَ(٣) = $\frac{\pi}{٦\sqrt{٣}}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} أ س^{٣} + ب س & ، س > ٢ \\ أ س^{٢} + ٩ ب س - ١٢ & ، س \leq ٢ \end{cases}$

وكانت قَ(٢) موجودة، فجد قيمة كلا من أ ، ب (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٢ علامة)

أ) ١) إذا كان $\frac{١}{\sqrt{س}} + \frac{١}{\sqrt{ص}} = \frac{١}{\sqrt{س ص}}$ ، س > ٠، ص > ٠ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ (٧ علامات)

٢) إذا كان المستقيم ٢س - ص + جـ = صفر، يمسّ منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{-٢}{س}$ (٥ علامات)

س ≠ صفر عند النقطة (س١ ، ص١) الواقعة على منحناه ، فجد قيم الثابت جـ

ب) إذا كانت ص = أ جـا س - ب جتـا س ، فأثبت أن : (صَ)^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} - ص^{٢} (٦ علامات)

ج) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث أن المسافة ف بالأمتار تعطى بالعلاقة ف(ن) = $\frac{ن}{ع(ن)}$

حيث ع السرعة، ن الزمن بالثواني، فجد تسارع الجسيم عندما ن = (٢) ثانية، علماً بأن

السرعة عندئذٍ تساوي (٣) م / ث (٤ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

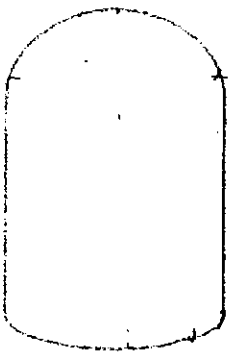
السـؤال الخامس : (٢٥ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{س^{2} + ٢س}$ ، حيث س ∈ ح ، فجد القيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران ق وبين نوعها (٧ علامات)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) يقف رجل طوله (١,٨) متراً أمام مصباح كهربائي مثبت على عمود ارتفاعه عن سطح الأرض (٥,٤) متراً، إذا أخذ الرجل بالاقتراب من قاعدة العمود بمعدل (٢) م / ث، فجد معدل التغير في الزاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل عندما يكون الرجل على بعد (١,٨) متراً من قاعدة العمود. (٩ علامات)

ج) حافظة للماء الساخن تتكون من جزأين، الجزء الأول: وعاء اسطواني الشكل نصف قطر قاعدته (نق) وارتفاعه (ع) والجزء الثاني: غطاء على شكل نصف كرة نصف قطرها يساوي نصف قطر الاسطوانة (كما في الشكل المجاور) إذا كان حجم الحافظة (٣٦٠π) دسم^{٣}، جد كلاً من نصف القطر والارتفاع اللذان يجعلان المساحة الكلية لسطح الحافظة أقل ما يمكن (٩ علامات)



(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ (الدورة الشتوية)

صفحة رقم (١)

المبحث : رياضيات م/٣
الفرع : العلمي

مدة الامتحان : ٢ س
التاريخ : ٢٠١٤/١/٢٥

عمر العجلوني
www.omaralajlouni.com

الإجابة النموذجية :

* يؤخذ بعين الاعتبار جميع الحلول البديلة

رقم الصفحة في الكتاب	
	السؤال الأول :
٣٦	١) أ) $\lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{\sqrt{٣س} - ٤} = \lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{\frac{١}{٢}(٣س - ٨)^{\frac{١}{٢}}}$ ① $= \frac{٤ - ٤}{\frac{١}{٢}(١٢ - ٨)^{\frac{١}{٢}}} = \frac{٠}{\frac{١}{٢}(٤)^{\frac{١}{٢}}} = \frac{٠}{\frac{١}{٢} \times ٢} = ٠$ ①
	ب) $\lim_{س \to ٢} \frac{(س^{\frac{١}{٣}} - ٢)(س + ٤)}{س^{\frac{٢}{٣}} + ٢س^{\frac{١}{٣}} + ٤}$ ① $= \frac{(٢ - ٢)(٢ + ٤)}{٢^{\frac{٢}{٣}} + ٢ \times ٢^{\frac{١}{٣}} + ٤} = \frac{٠}{١٢} = ٠$ ①
	٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٣س + ١}{س^٢ + ٣س - ٨} = \frac{٣^٣ - ٣ \times ٣ + ١}{٣^٢ + ٣ \times ٣ - ٨}$ ① $= \frac{٢٧ - ٩ + ١}{٩ + ٩ - ٨} = \frac{١٩}{١٠}$ ①
٣٧	٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ٣س^٢ + ٤}{(س + ٢)(س^٢ - ٣س + ٤)}$ ① $= \frac{٢^٣ + ٣ \times ٢^٢ + ٤}{(٢ + ٢)(٢^٢ - ٣ \times ٢ + ٤)} = \frac{٨ + ١٢ + ٤}{٤ \times ٢} = \frac{٢٤}{٨} = ٣$ ①
٤٦	٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا س}{س} = \lim_{س \to ٠} \frac{ظا س}{س}$ ① $= \frac{ظا(٠ - ٠)}{(٠ - ٠)} = \frac{ظا ٠}{٠}$ ①
	نفرض أن $ص = س - ٠$ ① عندما $س \to ٠$ فإن $ص \to ٠$
	$\lim_{ص \to ٠} \frac{ص}{ظا ص} = \lim_{ص \to ٠} \frac{ص}{ظا ص} = ١$ ①

رقم الصفحة في الكتاب ٢١

ب) $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^2}{3} + \frac{1}{س} + 4س^2 & ، \ 1 \leq س \leq 3 \\ \frac{س-3}{9-س^2} & ، \ 3 < س < 4 \end{cases}$ (٥)

$= \begin{cases} \frac{1}{س} + 4س^2 & ، \ 1 \leq س < 3 \quad (١) \\ س = 3 & \frac{58}{3} \quad (١) \\ \frac{س-3}{9-س^2} & ، \ 3 < س < 4 \end{cases}$

$\because$ ق(س) غير معرفة عند س = ٣

$\therefore$ ق(س) غير متصلة عند س = ٣ (١)

$\because \lim_{س \to 3^+} ق(س) = \lim_{س \to 3^+} \frac{س-3}{9-س^2} = \lim_{س \to 3^+} \frac{1}{(س+3)(3-س)} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$ (١)

$\lim_{س \to 3^-} ق(س) = \lim_{س \to 3^-} \frac{1}{س} + 4س^2 = \frac{1}{3} + 4(3)^2 = \frac{1}{3} + 36 = 36\frac{1}{3}$ (١)

$\because \lim_{س \to 3^+} ق(س) \neq \lim_{س \to 3^-} ق(س)$

$\therefore \lim_{س \to 3} ق(س)$ غير موجودة (١)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com
إدارة المناهج والتعليم والاختبارات العامة
الإدارة العامة للاختبارات التحصيلية / ٢٠١٤ م

رقم الصفحة في الكتاب

٧٥

السؤال الثاني :

أ) إذا كانت $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 2 & , x \leq 1 \\ 3x + 4 & , x > 1 \end{cases}$

$g(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & , x \leq 1 \\ x^2 + 3x & , x > 1 \end{cases}$ ①

$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + 5x + 3 & , x \leq 1 \\ x^2 + 6x + 4 & , x > 1 \end{cases}$ ①

$\lim_{x \to 1} (f+g)(x) = 1 + 2 + 5 + 3 = 11$ ①

$\lim_{x \to 1^+} (f+g)(x) = 1 + 6 + 4 = 11$ ①

$\therefore \lim_{x \to 1} (f+g)(x) = 11$ ①

$\lim_{x \to 3} (f+g)(x) = 9 + 6 + 4 = 19$ ①

$\lim_{x \to 1} (f+g)(x) = 1 + 6 + 4 = 11$ ①

$\therefore (f+g)(x)$ متصل عندما $x = 1$ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

ب) $\text{جـ}'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{\text{جـ}(-٢+ه) - \text{جـ}(-٢)}{ه}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{1}{ه} \times \left(\frac{(-٢+ه)^٢ - 1}{(-٢+ه)+1} - \frac{(-٢)^٢ - 1}{(-٢)+1} \right)$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{1}{ه} \times \frac{ه^٢ - ٤ه + ٤ - ٣ + ٣ه}{ه - ٣}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{1}{ه} \times \frac{ه^٢ - ه}{ه - ٣}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{1}{ه} \times \frac{ه(ه-١)}{ه-٣}$ ①

$= \frac{-١}{-٣} = \frac{١}{٣}$ ①

جـ) ميل القاطع $= \frac{\text{جـ}(٣) - \text{جـ}(١)}{٣ - ١}$ ①

$= \frac{٤ - ٣}{٢} = \frac{١}{٢}$ ①

ميل المماس $= \text{جـ}'(١) = ٢(١) - ١ = ١$ ①

ميل العمودي $= -١$ ①

$\text{جـ}(١) = ١^٢ - ١ = ٠$ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث:

١٢ (أ) ① ② ③

$$\text{ق}'(س) = \frac{\text{م}'(س)(\text{ك}(س)+1)(\text{ل}(س)) - (\text{م}(س)\text{ل}(س) + \text{ل}'(س)(\text{ك}(س)+1))(\text{ك}'(س))}{((\text{ك}(س)+1)(\text{ل}(س)))^2}$$ ①

$$\text{س} = \frac{(-1)(5)(-1) - (2(-1) + \text{ل}'(1)(12)(-2)}{(2)^2(-1)^2}$$ ①

$$12 = 2 + (-4 + 4\text{ل}'(1))$$

$$10 = -4 + 4\text{ل}'(1)$$ ①

$$4\text{ل}'(1) = 14$$

$$\text{ل}'(1) = \frac{14}{4} = 3.5$$ ①

(ب) ① ② ③

$$2\text{ق}'(2س-1) = 2\text{جا}\frac{\pi}{18}(4س-2)\text{جتا}(4س-2) \times \frac{4\pi}{18}$$

(أ) ① $2س - 1 = 3 \leftarrow س = 2$

$$2\text{ق}'(3) = 2\text{جا}\frac{\pi}{9}\text{جتا}\frac{2\pi}{9} \times \frac{4\pi}{9}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4\pi}{9}$$ ①

$$= \frac{\sqrt{3}\pi}{36} = \frac{\sqrt{3}\pi}{18 \times 2}$$ ①

Omar Aljabr Educational Center
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١٥٠

ج) بما أن $د(س)$ موجودة عند $س = ٤$

∴ $د(س)$ متصلة عندما $س = ٤$

$\lim_{س \to ٤^+} د(س) = \lim_{س \to ٤^-} د(س)$

$٨ب + ٤ = ١٨ب + ٤ \quad ①$

$-١٢ = -١٦ب$

$ب = \frac{٣}{٤} \quad ①$ *

$د(س)$ قابلة للاشتقاق عند $س = ٤$ ⟸ $د(س)$ متصلة عند $س = ٤$

$د(س) = \begin{cases} ٣س^٢ + ب س + ٤ & ، س \geq ٤ \\ ٩س + ٣ & ، س < ٤ \end{cases}$

$\lim_{س \to ٤^+} (٣س^٢ + ب س + ٤) = \lim_{س \to ٤^-} (٩س + ٣) \quad ①$

$٤ب + ٦٤ = ٣٦ + ٤ب$

$٨ب = ٨ \quad ①$ ⟸ $ب = ١$

بالتعويض $ب = ١$ في $ب = ٤ب - ٣$

$-٣ = ٤ب - ٣$

$ب = ١ \quad ①$

$ب = ١ \quad ①$

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع :

١٥٨

(P)

(١) $\frac{1}{\text{ا}س} + \frac{1}{\text{ا}ص} = \frac{1}{\text{ا}ع}$ بالضرب بـ ($\text{ا}س\ \text{ا}ص\ \text{ا}ع$)

(٧) $\text{ا}ص\ \text{ا}ع + \text{ا}س\ \text{ا}ع = \text{ا}س\ \text{ا}ص$ ①

$\frac{1}{\text{ا}ص}$ ① $\text{ص}_{\text{ا}} + \frac{1}{\text{ا}س} = \text{ص}_{\text{ا}} + \text{ص}_{\text{ا}}$ ①

$\frac{\text{ص}_{\text{ا}}}{\text{ا}ص} - \text{ص}_{\text{ا}} = \text{ص}_{\text{ا}} - \frac{1}{\text{ا}س}$ ①

$\text{ص}_{\text{ا}}(\frac{1}{\text{ا}ص} - \frac{1}{\text{ا}س}) = \text{ص}_{\text{ا}} - \frac{1}{\text{ا}س}$ ①

$\text{ص}_{\text{ا}} = \frac{\text{ص}_{\text{ا}} - \frac{1}{\text{ا}س}}{\frac{1}{\text{ا}ص} - \frac{1}{\text{ا}س}}$ ①

١٥٩

(٢) ميل المستقيم = ميل المماس ①

(٥) $\text{ع} = \frac{\text{ع}}{\text{س}}$ ⟵ $\text{ع} = ٢$ ①

$\text{س}^{٢} = ١$ ⟵ $\text{س} = \pm ١$ ①

اذا كان $\text{س} = -١$ ، $\text{ص} = ٢$

$٢ = \text{ع}(-١) + \text{ع} + \text{ع}$ ①

$\text{ع} - \text{ع} + \text{ع} = ٠$ ⟵ $\text{ع} = ٤$ الحالة المرفوضة

اذا كانت $\text{س} = ١$ ، $\text{ص} = -٢$

$-٢ = \text{ع} + \text{ع} + \text{ع}$ ⟵ $٤ + \text{ع} + \text{ع} = ٠$

$\text{ع} = -٤$ ① الحالة المقبولة

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) $ص = ق جا س - ب جتا س$ ←

أ) $ص' = ق جتا س + ب جا س$ ①

$ص'' = -ق جا س + ب جتا س$ ①

$(ص')^2 = ق^2 جتا^2 س + 2 ق ب جا س جتا س + ب^2 جا^2 س$ ①

$(ص')^2 + ص^2 = ق^2 جتا^2 س + ب^2 جا^2 س + ق^2 جا^2 س + ب^2 جتا^2 س$ ①

$= ق^2 (جتا^2 س + جا^2 س) + ب^2 (جا^2 س + جتا^2 س)$

$= ق^2 (1) + ب^2 (1)$ ①

$ق^2 + ب^2$

$\therefore (ص')^2 = ق^2 + ب^2 - ص^2$ ①

جـ) $ط'(ن) = \frac{ع(ن) \times ع''(ن) - ع'(ن) \times ن}{(ع(ن))^2}$ ①

د) $ع(ن) = ع(ن) - ت(ن) \times ن$ ①

$ع'(ن) = ع(ن) - ت(ن)$

$ع'(٢) = ع(٢) - ت(٢) \times ٢$

$(٣)^3 = ٣ - ٢ ت(٢)$ ①

$٢ ت(٢) = ٣ - ٧$

$ت(٢) = \frac{-٤}{٢}$

$ت(٢) = -٢$ م/ث ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس:

(P) (V) ١٨٩

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

الإدارة العامة للاختبارات والتقويم التعليمي
اختبارات الثانوية العامة ٢٠١٤م

رقم الصفحة في الكتاب ١٧٥

ب)

(٩) ① ترجمة إلى لغة

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ص : بعدها عن أسفل العمود

س : طول ظل الرجل

$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = -٢$ م/ث

من التشابه $\frac{١٫٨}{\text{س}} = \frac{٠٫٤}{\text{س}+\text{ص}}$ ①

$١٫٨\text{س} + ١٫٨\text{ص} = ٠٫٤\text{س}$

$٣٫٦\text{س} = -١٫٨\text{ص}$

$\text{س} = -\frac{\text{ص}}{٢}$ ①

$\text{ظا}\theta = \frac{\text{س}+\text{ص}}{٠٫٤} = \frac{-\frac{\text{ص}}{٢}+\text{ص}}{٠٫٤} = \frac{\frac{\text{ص}}{٢}}{١٫٨}$ ①

$\text{قا}^٢\theta \cdot \frac{\text{د}\theta}{\text{د}\text{ن}} = \frac{\text{ص}}{٠٫٤} \cdot \frac{\text{د ص}}{\text{د ن}}$ ①

$\frac{\text{د}\theta}{\text{د ن}} = \frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} \times \frac{٢٠}{١٠٫٨}$

$\text{ص} = ١٫٨ \Leftarrow \text{س} = ٠٫٩$

$\text{ظا}\theta = \frac{١٫٨+٠٫٩}{٠٫٤} = \frac{١}{٢}$ ①

$\text{قا}^٢\theta = ١ + \text{ظا}^٢\theta = ١ + (\frac{١}{٢})^٢ = \frac{٥}{٤}$ ①

$\frac{٥}{٤} = \frac{\text{د}\theta}{\text{د ن}} \times \frac{\text{د ص}}{\text{د ن}}$ ①

$\frac{\text{د}\theta}{\text{د ن}} = \frac{-٢}{٣٫٨}$

$\frac{\text{د}\theta}{\text{د ن}} = \frac{-٨}{١٨} = -\frac{٤}{٩}$ راد/ث

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(٩) حجم المخروط = حجم الاسطوانة + حجم نصف الكرة

$$\pi 36 = \pi \frac{4}{3} نق^3 + نق^2 \pi 8$$

$$\pi 360 = \pi 8 نق^2 + \pi \frac{4}{3} نق^3$$

$$ع = \frac{36}{نق^2} - \frac{4}{3} نق \quad (1)$$

مساحة سطح المخروط = مساحة القاعدة + مساحة سطح الاسطوانة + مساحة سطح نصف الكرة (1)

$$م = \pi نق^2 + 2\pi نق ع + 2\pi نق^2$$

$$م = \pi نق^2 + \left(\frac{36}{نق^2} - \frac{4}{3} نق\right) 2\pi نق + 2\pi نق^2$$

$$م = \pi نق^2 + \frac{72\pi}{نق} - \frac{8}{3}\pi نق^3 + 2\pi نق^2$$

$$م = \frac{72\pi}{نق} + 3\pi نق^2 - \frac{8}{3}\pi نق^3 \quad (1)$$

$$م' (نق) = -\frac{72\pi}{نق^2} + 6\pi نق - 8\pi نق^2 \quad (1)$$

$$\frac{72\pi}{نق^2} - 6\pi نق + 8\pi نق^2 = صفر \quad (1)$$

$$\frac{72}{نق^2} = 6 - 8 نق \Leftarrow 8 نق^3 = 16$$

$$نق = 2 \text{ سم} \quad (1)$$

$م'$	−	صفر	+
$م$	↓		↑

∴ م أقل ما يمكن عندما نق = 2 سم

$$ع = \frac{36}{(2)^2} - \frac{4}{3}(2) = \frac{360}{36} - \frac{8}{3}$$

$$ع = 10 - 2\frac{2}{3} = 7\frac{1}{3} \text{ سم} \quad (1)$$

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

نموذج (١)

@ ٣ ٣ @

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : العلمي

مدة الامتحان : د ٠٠ س ٢
اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٤/٦/٢٨

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٩ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية :

١) $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٣ - ٢|س|}}{٢س^٢ - ٥س - ١٢}$ (٥ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا\ ٣س - جتا\ ٥س}{٢س^٢}$ (٥ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} |\frac{س}{٢} - ١| & ، -١ \leq س < ٣ \\ [\frac{١}{٢}س + ٣] & ، ٣ \leq س < ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٣ (٩ علامات)

السؤال الثاني : (١٦ علامة)

أ) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا\ أ س}{٥س} = \lim_{س \to ٠} \frac{جا\ ٦س}{ب س - س} = ٢$ ، فجد قيمة كلاً من الثابتين أ ، ب.
(٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = ($س^٢ + س$)$^{-١}$ ، فجد مقدار التغير في قيمة الاقتران ق(س) إذا تغيرت س من $س_١ = ١$ إلى $س_٢ = ٢$ (٥ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $س^٢ + \frac{٣}{س}$ ، حيث س ≠ ٠ ، فجد قَ (-١) باستخدام تعريف المشتقة.
(٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} أ\ س^{٢} - ب\ س & ، \ س \geq ٢ \\ ٤ - ب\ س^{٣} + أ\ س & ، \ س < ٢ \end{cases}$

وكانت قَ (٢) موجودة، فجد قيمة كلاً من الثابتين أ ، ب (٥ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{ل(س)}{س\ هـ(س)}$ ، وكان قَ(٢) = ل(٢) = -٣ ، لَ(٢) = هـَ(٢) = ١

فجد هـَ(٢) (٨ علامات)

ج) إذا كان ق(٣س - ١) = $\frac{١}{س^{٢}} - \frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠ فأثبت أن قَ(٥) = $\frac{١}{١٢}$ (٧ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٣ علامة)

أ) إذا كان جا $\sqrt{س}$ + جا $\sqrt{ص}$ = ظا (س ص) ، حيث س > ٠ ، ص > ٠

فجد $\frac{د\ ص}{د\ س}$ (٩ علامات)

ب) بيّن أن لمنحنى الاقتران ق(س) = $س^{٢}$ + ٤ مماسين مرسومين من النقطة (١ ، ١) . (٧ علامات)

ج) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = $\frac{(ن + ٢)^{٤}}{٤}$ - ٦ $ن^{٢}$ ، حيث ن الزمن بالثواني

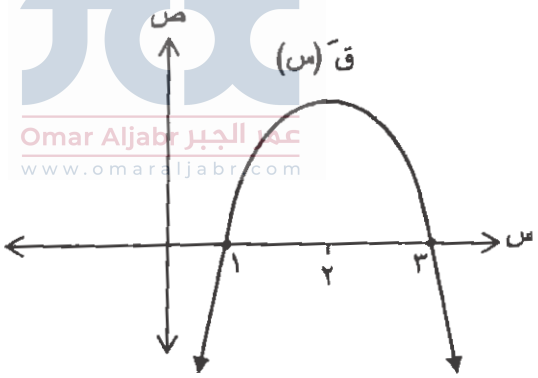
ف المسافة بالأمتار ، جد تسارع الجُسيم عندما تكون سرعته (٨٩) م / ث (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس : (٢٢ علامة)

أ) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى قَ(س) ، حيث ق(س) كثير حدود جد ما يأتي :



١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

٢) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم قصوى محلية.

(٨ علامات)

ب) إنـاء علـى شكـل مخروط دائري قائـم رأسـه للأسفل وقاعدته أفقية، يُسكب فيـه المـاء بمعدل (١٢) سم^{٣} / ث ، فإذا كـان قطر قاعدته(١٦) سم ، وارتفاعه (٢٤) سم ، جد معدل تغير ارتفاع الماء في الإناء عندما يصبح ارتفاع الماء فيه (١٢) سم .

(٧ علامات)

ج) جـد أبعاد شبه المنحرف الذي يمكن رسمه في الربع الأول بحيث يقع رأسان مـن رؤوسه على محور السينات، ورأساه الآخران علـى منحنى الاقتران ق(س) = ٤س – س^{٢} لتكون مساحته أكبر مـا يمكن.

(٧ علامات)

(انتهت الأسئلة)

المبحث: الرياضيات
الفرع: العلمي / ٣م

مدة الامتحان: ٣ س
التاريخ: ٢٨/٦/٢٠١٤

(م)

الإجابة النموذجية:

رقم الصفحة في الكتاب	
٣٣	السؤال الأول: (٩٦ علامة)

م) ١) $\lim_{س \to ٤} \frac{\text{ظا}(٣س - ١٢)}{٢س^{٢} - ٥س - ١٢}$ (٥)

$س \to ٤$

$= \lim \frac{\text{ظا}(٣س - ١٢)}{(٢س + ٣)(س - ٤)}$ (١) (١)

$= \lim \frac{\text{ظا}(٣(س-٤))}{(٢س+٣)(س-٤)}$ (١)

$= \lim \frac{\text{ظا}(٣(س-٤))}{(٣(س-٤))(٢س+٣)} \times \frac{٣}{١}$ (١)

$= \frac{٣}{١١}$ (١) (المقاومين)

ج) $\lim \frac{\text{جتا}٣س - \text{جتا}٥س}{٢س^{٢}}$ (٥) $= \lim \frac{-٢\text{جا}٤س \text{جا}(-س)}{٢س^{٢}}$ (١) ٤٦

$= \lim \frac{\text{جا}٤س}{س} \times \lim \frac{\text{جا}س}{س} \times \frac{٤}{٢}$ (١) (١) (١)

$= ٤ \times ١ \times ٢$ (١)

(١)

(٣)

تابع س ١

ب) إذا كان هـ(س) = { ١ - ٣/٢ س ، -١ ≤ س < ٣ ؛ [١/٢ س + ٣] ، ٣ ≤ س < ٤ } ٧ ١/٥

= { ١ - ٣/٢ س ، -١ ≤ س < ١ ①
٣/٢ - ١ ، ١ ≤ س < ٣ ①
٤ ، ٣ ≤ س < ٤ . ①

هـ(٣) = ٤ ①

نهـا هـ(س) = ١ - ٣/٢ = ١/٢ ①
س ← ٣⁻

نهـا هـ(س) = ٤ ①
س ← ٣⁺

نهـا هـ(س) ≠ نهـا هـ(س) ①
س ← ٣⁺ س ← ٣⁻

∴ نهـا هـ(س) غير موجودة ①
س ← ٣

∴ هـ(س) غير متصل عند س = ٣ ①

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال الثاني : (١٦)

أ) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س}{٥س} = \lim_{س \to ٠} \frac{جا ٦س}{ب س س}$ = ح ٤٦

$\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س}{س} = ٢$ ⟸ $\frac{٢}{٥} = ح$ ⟸ ١

$\boxed{١٠ = ٢}$ ⟸ ١

$\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٦س}{ب س س} = ح$

(اقسم البسط والمقام على س)

$\frac{٦}{ب - ١} = ح$ ١

ب - ١ = ٣ ١

ب = ٤ ١

ب) $هـ(س) = (س^٢ + س)^{-١} = \frac{١}{س^٢ + س}$ ١ ٨ح

$ص_١ = هـ(١) = \frac{١}{١ + ١^٢} = \frac{١}{٢}$ ١

$ص_٢ = هـ(ح) = \frac{١}{ح + ح^٢} = \frac{١}{٦}$ ١

$\Delta ص = ص_٢ - ص_١$ ١

$= \frac{١}{٦} - \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٦} - \frac{٣}{٦}$ ١

$= \frac{-٢}{٦} = \frac{-١}{٣}$

(٢) تابع السؤال الأول

رقم الصفحة في الكتاب ٩٦

أ) $ق(س) = س^{٢} + \frac{٣}{س}$

ب) $ق'(-١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(-١+هـ) - ق(-١)}{هـ}$ (١)

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(-١+هـ)^{٢} + \frac{٣}{(-١+هـ)} - (١-٣)}{هـ}$ (١)

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{١ - ٢هـ + هـ^{٢} - \frac{٣}{-١+هـ} + ٣ + ١}{هـ}$ (١)

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-٢هـ + هـ^{٢}}{هـ} + \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{٣}{-١+هـ}}{هـ} + \frac{٣}{١}$ (١)

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(-٢+هـ)}{هـ} + \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣}{هـ(-١+هـ)(١)} + ٣$ (١)

$= (-٢+٠) + (-٣)$ (١)

$= -٥$

ملاحظة: يمنح الطالب الطريقة الأخرى.

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الثالث: (٥ علامة)

$$م(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} - ب س + ٦ & ، س < ٢ \\ ٤ - ب^{٢} + أس & ، س \geq ٢ \end{cases}$$

متصل ⟸

$$٢أ - ٤ب + ٨ = ٦ - ٤أ$$ (١)

$$٦ أ + ٤ ب = ١٠$$

$$٣ أ + ٢ ب = ٥ \quad \ldots\ldots\ldots$$

قابل للاشتقاق ⟸

$$٢أ - ب = ٤ - ٤ب + ٢$$ (١)

$$٢أ - ب = ٦ - ٤ب$$

$$٣ أ + ١١ ب = ٠ \quad \ldots\ldots\ldots$$ (١)

$$(٢ = ٣ أ + ٢ ب) \times ٣-$$

$$-٦ = -٩ - ٣٣ ب$$

$$٣ أ + ١١ ب = ٠$$

$$٦ - = ٢ ب$$

$$\boxed{ب = -٣}$$ (١)

$$٣ أ + ١١ (-٣) = ٠$$

$$٣ أ - ١١ = ٠$$ (١)

$$\boxed{أ = ١١}$$

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

علامة على قانون ①

ج) $ق'(س) = س\,ل'(س)\,هـ(س) - ل(س)\,(هـ(س) + س\,هـ'(س))$ ①

$(س\,هـ(س))^{٢}$

٨ $ق'(٢) = \dfrac{٢\,ل'(٢)\,هـ(٢) - ل(٢)\,(هـ(٢) + ٢\,هـ'(٢))}{(٢\,هـ(٢))^{٢}}$ ① ①

$= \dfrac{٢ \times ١ \times ٢ - (-٣)\,(١ + ٢\,ك'(٢))}{٤}$ ①

$= -٣ + \dfrac{١٢}{٤}$

$-١٢ = ٢ + ٣ + ٦\,هـ'(٢)$ ①

$-١٧ = ٦\,هـ'(٢)$

$هـ'(٢) = -\dfrac{١٧}{٦}$ ①

ب) $ع(٣س - ١) = \dfrac{١}{س^{٢}} - \dfrac{٢}{س}$

٧ $٣\,ع'(٣س - ١) = \dfrac{-٢س}{س^{٤}} + \dfrac{٢}{س^{٣}}$ ① ① ①

$٣س - ١ = ٥ \Leftarrow ٣س = ٦ \Leftarrow س = ٢$ ① ①

$٣\,ع'(٥) = \dfrac{-٤}{١٦} + \dfrac{٢}{٤}$ ①

$٣\,ع'(٥) = -\dfrac{١}{٤} + \dfrac{٢}{٤}$

$٣\,ع'(٥) = \dfrac{١}{٤}$

$ع'(٥) = \dfrac{١}{١٢}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

١٤٠

السؤال الرابع :- (٢٣ علامة)

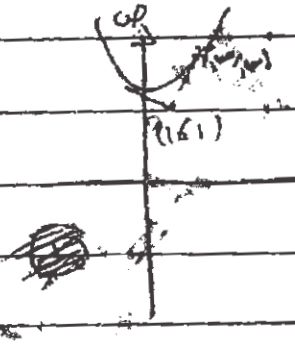
١٢ $\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا س}}{\text{ا س}^{٢}}$ + $\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا ص}}{\text{ا ص}^{٢}}$ ص$'$ = (ص + س ص$'$) $\frac{\text{ظا}(\text{س ص})}{\text{س ص}}$

$\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا س}}{\text{ا س}^{٢}}$ + $\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا ص}}{\text{ا ص}^{٢}}$ ص$'$ = ص ظا^{٢}(س ص) + س ص$'$ ظا^{٢}(س ص)

$\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا ص}}{\text{ا ص}^{٢}}$ ص$'$ − س ص$'$ ظا^{٢}(س ص) − ص ظا^{٢}(س ص) = $\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا س}}{\text{ا س}^{٢}}$

ص$'$ ($\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا ص}}{\text{ا ص}^{٢}}$ − س ظا^{٢}(س ص)) = ص ظا^{٢}(س ص) + $\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا س}}{\text{ا س}^{٢}}$

ص$'$ = $\frac{\text{ص ظا}^{٢}(\text{س ص}) + \frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا س}}{\text{ا س}^{٢}}}{\frac{\text{جتا}^{٢}\text{ا ص}}{\text{ا ص}^{٢}} - \text{س ظا}^{٢}(\text{س ص})}$



١٥٩

ب) ٧ $\frac{\text{ص}_{١}-١}{\text{س}_{١}-١}$ = ٢ س$_{١}$ ٣

$\frac{\text{س}_{١}^{٢}-٤+١}{\text{س}_{١}-١}$ = ٢ س$_{١}$ ١

س$_{١}^{٢}$ + ٣ = ٢ س$_{١}^{٢}$ − ٢ س$_{١}$ ١

س$_{١}^{٢}$ − ٢ س$_{١}$ − ٣ = ٠ ١

(س$_{١}$ − ٣)(س$_{١}$ + ١) = ٠ ١

س$_{١}$ = ٣ ، ص$_{١}$ = ١٠ ١

يوجد مماس آخر للمنحنى عند النقطة (١،١) ١

رقم الصفحة في الكتاب

١٦٥

ب) $ق(٧) = ٧^{٣} - ١٢(٧+٢) = ٨٩$ ①

أ) $٧^{٣} + ٦ ٧^{٢} - ١٢ ٧ + ٨ = ٨٩$ ①

$٧^{٣} + ٦ ٧^{٢} - ١٢ ٧ - ٨١ = ٠$ ①

$\Leftarrow ن = ٣$

$ن'(٧) = ٣(٧+٢)^{٢} - ١٢$ ①

$ن'(٣) = ٣(٥)^{٢} - ١٢$ ①

$= ٣(٢٥) - ١٢$

$= ٧٥ - ١٢$

$= ٦٣ ٫ ٤ ؟$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الخامس: (٢٢ علامة)

١٨٣

١) أ) $[-\infty, 1] \cup [3, \infty)$ متناقص ، $[1, 3]$ متزايد ①

ب) $[1, 3]$ متزايد ①

٢) يوجد للاقتران $د(س)$ قيمة حرجة عندما $س = 1$ ②

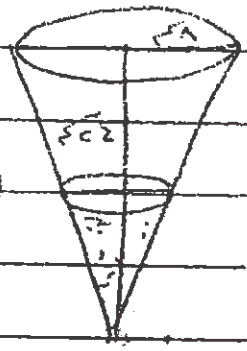
وقيمتها $د(1)$

يوجد للاقتران $د(س)$ قيمة عظمى محلية عندما $س = 3$ ③

وقيمتها $د(3)$.

١٦٩

ب) $نق = \frac{8}{ع ٤}$ ①



①

$ح = \frac{1}{3} ط نق^2 ع$

①

$= \frac{1}{3} ط (\frac{8}{ع})^2 ع$

①

$= \frac{1}{3} ط \frac{64}{ع^2} ع$

$= \frac{64}{3} ط ع^{-1}$

①

$\frac{دح}{دن} = \frac{64}{3} ط \times -1 ع^{-2} \times \frac{دع}{دن} = -\frac{64}{3} ط \frac{1}{ع^2} \times \frac{دع}{دن}$

①

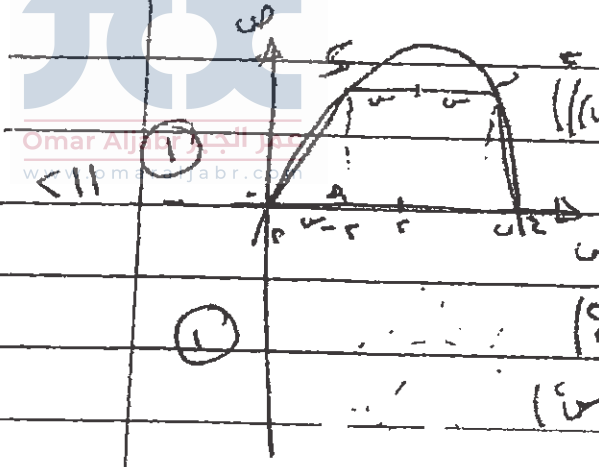
$-1 = -\frac{64}{3} ط \frac{1}{(4)^2} \times \frac{دع}{دن}$

①

$-1 = -\frac{4}{3} ط \times \frac{دع}{دن}$

$\frac{دع}{دن} = \frac{3}{4 ط}$ سم/ث ①

رقم الصفحة في الكتاب



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(١) ١١ >

مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى والمستقيم $= \int_{-2}^{4} [(4-س)(س+2) - (س-2)(4-س)]$ د س

$= \frac{1}{2} \int_{-2}^{4} (6 + 2س - س^2) - (8 - 6س + س^2)$ د س

$= \frac{1}{2} \int_{-2}^{4} (-2 + 8س - 2س^2)$ د س

$= \frac{1}{2} [-2س + 4س^2 - \frac{2}{3}س^3]_{-2}^{4}$

$= \frac{1}{2} [(-8 + 64 - \frac{128}{3}) - (4 + 16 + \frac{16}{3})]$

$= \frac{1}{2} [36 - \frac{144}{3}]$

$= \frac{1}{2} [36 - 48]$

$= \frac{1}{2} \times 12 = 6$ وحدات مربعة

(١) $\frac{ص}{س} = -2س + 4$

$\frac{ص}{س} = 0$ عندما $-2س + 4 = 0$

$-2س = -4$

$س = 2$

(١) $ص = -س^2 + 4س + 6$

$= -(4) + 8 + 6$

$= 10$

(١) $\frac{ص}{س} = -2س + 4$

$\frac{ص}{س} = 0$ عندما $س = 2$

$\frac{ص}{س}$ | + | 0 | −

س | 2 | 2

ص | 10 | 10

(١) ∴ ص = ١٠ عندما س = ٢ وهي قيمة عظمى

(١) طول نصف قطر الدائرة = $\frac{4}{3}$

(١) طول القاعدة $= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$

(١) الارتفاع $= 4 - (\frac{4}{3} - 2)^2$

$= 4 - \frac{16}{9}$

$= \frac{36}{9} - \frac{16}{9} = \frac{20}{9}$

(١) ∴ الحجم $= \frac{1}{3} \times \frac{48}{9} \times \frac{16}{9} \times \frac{20}{9}$

$= \frac{15360}{729}$ وحدة مكعبة

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الأول :

(٢) (أ) الحل باستخدام الضرب بالمرافق

$$\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٢ - ٢س} - \sqrt{٣س^٢ + ٤س}}{س^٢ - ٥س - ١٢} \times \frac{\sqrt{س^٢ - ٢س} + \sqrt{٣س^٢ + ٤س}}{\sqrt{س^٢ - ٢س} + \sqrt{٣س^٢ + ٤س}}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س^٣ - ٤س^٢}{(س + ٣)(س - ٤)(\sqrt{س^٢ - ٢س} + \sqrt{٣س^٢ + ٤س})}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س^٢(س - ٤)}{(س + ٣)(س - ٤)(\sqrt{س^٢ - ٢س} + \sqrt{٣س^٢ + ٤س})} = \lim_{س \to ٤} \frac{س^٢}{(س + ٣)(\sqrt{س^٢ - ٢س} + \sqrt{٣س^٢ + ٤س})}$$

$$= \frac{١٦}{٧ \times ٢} = \frac{١}{٧}$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الأول : رياضيات ٣/ ١١

أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة لكل من الفقرات التالية :

(١) الحل باستخدام الضرب بالمرافق

$$\frac{\sqrt{س^٣ - ٢س}}{٢س^٢ - ٥س - ١٢} \times \frac{\sqrt{س^٣ + ٢س}}{\sqrt{س^٣ + ٢س} + س}$$

$$= \frac{س^٣ - ٤س^٢}{(س + ٢)(س - ٤)(\sqrt{س^٣ + ٢س} + س)}$$

$$= \frac{س^٢ (س - ٤)}{(س + ٢)(س - ٤)(\sqrt{س^٣ + ٢س} + س)}$$

$$\lim_{س \to ٤} = \frac{س^٢}{(س + ٢)(\sqrt{س^٣ + ٢س} + س)}$$

$$= \frac{١٦}{١٦ \times ١١} = \frac{١}{١١}$$

إذا حققت شروط الاتصال دون إظهار (إعادة التعريف) تأخذ صحيح وتأخذ (٣) علامات ضمنًا (المحققة لإعادة التعريف)

س ٤ (٣) فرع (٤٠)

طريقة للحل غير الواردة في نموذج الإجابات

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ص = ٣ س − ١ ⑧ ومنها ⇐ س = (ص + ١)/٣ ⑧

ق(ص) = ٩/(ص + ١)^٣ − ٦/(ص + ١)

ق′(ص) = ٦/(ص + ١)^٤ + ١٨(ص + ١)/(ص + ١)^٤ ⑧

ق′(ص) = ٦/(ص + ١)^٤ + (−١٨)/(ص + ١)^٣ ⑧ ⑧

ق′(٥) = ٦/٣٦ + (−١٨)/٢١٦ ⑧

= ٦/٣٦ + (−٣)/٣٦ = ٣/٣٦ = ١/١٢ ⑧

بسم الله الرحمن الرحيم

نموذج ( )

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٥ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ ٢ د س
الفـــرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٥/٠١/٠٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السـؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + \sqrt{٣ س^٢ - ٩}}$ (٦ علامات)

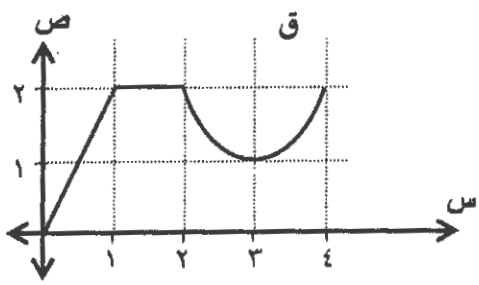
٢) $\lim_{س \to \pi} \frac{١ + جتا س}{(س - \pi)^٢}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٤ س + ٢ & ، \ ٠ \leq س < ٢ \\ ١٠ & ، \ س = ٢ \\ \frac{(٢س + ١)^٢ - ٢٥}{س - ٢} & ، \ ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$ (٧ علامات)

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

السـؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) بالاعتماد على الشكل المجاور والذي يمثّل منحنى الاقتران ق المتّصل على الفترة [٠ ، ٤] ، جد ما يأتي: (٧ علامات)



١) متوسط تغيّر الاقتران ق بالفترة [٠ ، ٤]

٢) قيمة كلاً من: ق َ ($\frac{١}{٢}$) ، ق َ (١,٥) ، ق َ (٣)

ب) إذا كان ق (س) = س + $\sqrt{س}$ ، فجد ق َ (٤) باستخدام تعريف المشتقّة. (٧ علامات)

ج) إذا كان ق اقتراناً متصلاً ، وكان ق َ(س) = $\frac{س}{س^٢ + ١}$ ، وكان هـ (س) = $\sqrt{٥ س - ١}$

فجـد (ق ○ هـ)َ (١) (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث: (٢١ علامة)

أ) إذا كان س = $\sqrt{\text{ص}^2 + 3\text{ص}}$ فجـد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عندما س = ٢ (٧ علامات)

ب) أثبت أنه إذا كان ق(س) = $\text{س}^{\text{ن}}$ ، حيث س ≠ ٠ ، ن عدد صحيح سالب

فإن ق`(س) = ن $\text{س}^{\text{ن}-1}$ (٦ علامات)

ج) ليكن ق(س) = س |جا س| ، س ∈ [٠ ، ٢π]

ابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = π (٨ علامات)

السـؤال الرابع: (٢١ علامة)

أ) قُذِف جُسَيم رأسياً إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها (١١٢) متر/ث وفق العلاقة :

ف(ن) = ١١٢ ن – ١٦ ن^2 ، حيث (ف) المسافة التي يقطعها الجُسَيم بالأمتار ، (ن) الزمن بالثواني.

جد ما يأتي: (٧ علامات)

١) أقصى ارتفاع يصل إليه الجُسَيم.

٢) الزمن اللازم ليكون الجُسَيم على ارتفاع (٩٦) متراً من نقطة القذف.

ب) جد مساحة المثلث الواقع في الربع الأول والمحصور بين محوري السينات والصادات ومماس

منحنى العلاقة: ص = $\frac{٥}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{٥}$ ، س ≠ ٠ عند النقطة (٥ ، ٠) (٧ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = س – جا ٢س ، س ∈ [٠ ، π] ، فجـد ما يأتي: (٧ علامات)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق

٢) القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية للاقتران ق (إن وجدت).

يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.maraljabr.com

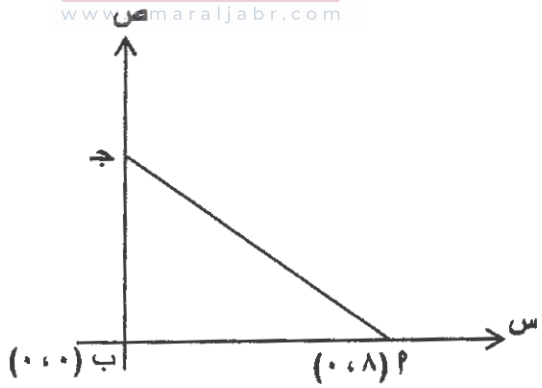
السـؤال الخامس: (١٨ علامة)

أ) الشكل المجاور يمثّل المثلث أ ب جـ المرسوم في المستوى (٩ علامات)

حيث أ (٨ ، ٠) ، ب (٠ ، ٠) ، قياس الزاوية ب أ جـ = ٣٠°

بدأت نقطة الحركة من أ على الضلع أ جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها (٢) سم/ث ، وبنفس اللحظة بدأت نقطة أخرى بالحركة من ب على الضلع ب جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها (٣) سم/ث

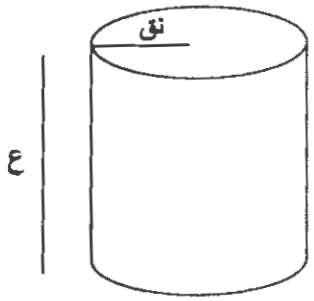
جد معدّل تغيّر بُعد النقطتين المتحرّكتين عن بعضهما بَعدَ ثانية واحدة من بدء حركتهما.



ب) اسطوانة دائرية قائمة مغلقة نصف قطر قاعدتها (نق) سم (٩ علامات)

وارتفاعها (ع) سم، وحجمها (٥٤π) سم^{٣}

جد نصف قطر قاعدة الاسطوانة وارتفاعها اللذان يجعلان مساحة سطحها الكليّة أقل ما يمكن.



﴿انتهت الأسئلة﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٥ (الدورة الشتوية)

وزارة التربية والتعليم
دائرة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

صفحة رقم (١)

المبحث: الرياضيات / م٣
الفرع: العلمي
نموذج ( )

مدة الامتحان: ٣ س
التاريخ: ١٥/١/٢٠١٤

Omar Alijbr Jadallah
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب	إجابة النموذجية :
٣٧	السؤال الأول (٢٠ علامة) (أ) / (١) $\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س + ٣}{س^٣ + ٣س^٢ - ٩س - ٢٧} = \frac{٠}{٠}$
(١)	$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س + ٣}{٩ - ٣س^٢ + س^٣} \times \frac{س^٣ + ٣س^٢ - ٩س - ٢٧}{س^٣ - ٣س^٢ - ٩س + ٢٧}$
(١)	$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{(س + ٣)(س^٢ - ٩)}{(٩ - ٣س^٢ + س^٣)(س - ٣)}$
(١)	$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{(س + ٣)(س + ٣)}{(٣ - س)^٢ (س + ٣)}$
(١) + (١)	$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{(س + ٣)(س - ٣)(س + ٣)}{(٣ - س)^٣ (س + ٣)}$
مجموع + اختصار	$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ٦س + ٩}{(٣ - س)^٢}$
(١)	$\frac{٩ + ٦ + ٩}{٠^+}$
	$= +\infty$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

تابع السؤال الاول

(٢)/(٢)

٤٦

٧) $\lim_{س \to \pi} \frac{1 + \text{جتا} س}{(\pi - س)^2} = \frac{0}{0}$

$= \lim_{س \to \pi} \frac{1 + \text{جتا} س}{(\pi - س)^2} \times \frac{1 - \text{جتا} س}{1 - \text{جتا} س}$ ①

$= \lim_{س \to \pi} \frac{\text{جا}^2 س}{(\pi - س)^2 \times (1 - \text{جتا} س)}$ ① + ①

$= \lim_{س \to \pi} \frac{\text{جا}^2 س}{(\pi - س)^2} \times \frac{1}{(1 - \text{جتا} س)}$

نفرض ان $ص = \pi - س \Leftarrow س = \pi + ص$

عندما $س \to \pi \quad ص \to 0$

$= \lim_{ص \to 0} \left(\frac{\text{جا}(\pi + ص)}{ص} \right)^2 \times \lim_{س \to \pi} \frac{1}{1 - \text{جتا} س}$ ①

$= \lim_{ص \to 0} \left(\frac{-\text{جا} ص}{ص} \right)^2 \times \lim_{س \to \pi} \frac{1}{1 - \text{جتا} س}$ ①

$\therefore (-1)^2 \times \frac{1}{1 - (-1)}$ ①

$\frac{1}{2} \times 1$

$= \frac{1}{2}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال السادس

ب) إذا كان $م(س) = \begin{cases} ٤س + ٢ & ، س \leq ٢ \\ \frac{ج - (١ + ٣س)^{٢}}{س - ٢} & ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

فأبحث في اتصال الاقتران م عند $س = ٢$.

$م(٢) = ١٠$ (١)

$\lim_{س \to ٢^-} م(س) = \lim_{س \to ٢^-} (٤س + ٢) = ١٠$ (١)

$\lim_{س \to ٢^+} م(س) = \lim_{س \to ٢^+} \frac{ج - (١ + ٣س)^{٢}}{س - ٢} = \frac{٠}{٠}$ (صورة)

$= \lim_{س \to ٢^+} \frac{(٥ - (١ + ٣س))(٥ + (١ + ٣س))}{س - ٢}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢^+} \frac{(٤ - ٣س)(٦ + ٣س)}{(٢ - س)}$

$= \lim_{س \to ٢^+} \frac{-(٣س - ٤)(٦ + ٣س)}{-(س - ٢)}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢^+} ٣(٣س + ٦)$

$= ٢٠$ (١)

بما أن $\lim_{س \to ٢^-} م(س) \neq \lim_{س \to ٢^+} م(س)$ (١)

$\therefore \lim_{س \to ٢} م(س)$ غير موجودة

$\therefore م$ غير متصل عند $س = ٢$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني (٢٠ علامة)

(أ)

(١) متوسط تغير الاقتران م
بالفترة [٠، ٤]

$= \frac{\Delta م}{\Delta س} = \frac{م(٤) - م(٠)}{٤ - ٠}$ ①

$= \frac{٤ - ٠}{٤ - ٠}$ ①

$= \frac{٤}{٤}$ ، $= \frac{١}{٤}$ ①

٨١

(٢) • م′(١/٢) = ميل المماس المرسوم للمنحنى عند س = ١ بالمعاينة ①

١٥٤

(١، ٠) ، (١، ٢)

م′(١/٢) = $\frac{٢ - ٠}{١ - ٠}$ = ٢ ①

• م′(١٫٥) = ميل المماس المرسوم للمنحنى عند س = ٢ بالمعاينة

١٥٤

(١، ٢) ، (٢، ٢)

م′(١٫٥) = $\frac{٢ - ٢}{١ - ٢}$ = صفر ①

• م′(٣) = ميل مماس منحنى الاقتران عند س = ٣

١٨٣
تقريبًا

وبما أن ٣ تقع فيه صغرى محلية للاقتران
فالمماس عندها أفقي وميله يساوي صفر

∴ م′(٣) = صفر ①

رقم الصفحة في الكتاب

٩١

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

تابع السؤال السابق

(ب)

٧ إذا كان $م(س) = س^2 + ب س$ حيث $س \neq ٢$.

أجب $م'(٤)$ باستخدام تعريف المشتقة .

$$م'(أ) = \lim_{س \to أ} \frac{م(س) - م(أ)}{س - أ}$$

$$م'(٤) = \lim_{س \to ٤} \frac{م(س) - م(٤)}{س - ٤}$$ (١)

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س^2 + ب س - ٦}{س - ٤}$$ (١)

نفرض أن $ص = ب س \Rightarrow س = ص^2$ (١)

عندما $س \to ٤ \quad ص \to ٢$

$$\therefore = \lim_{ص \to ٢} \frac{ص^4 + ص - ٦}{ص^4 - ٤}$$ (١)

$$= \lim_{ص \to ٢} \frac{(ص - ٢)(ص^2 + ص + ٣)}{(ص^2 - ٢)(ص^2 + ٢)}$$ (١) + (١)

$$= \lim_{ص \to ٢} \frac{ص^2 + ص + ٣}{ص^2 + ٢}$$

$$= \frac{٤ + ٢ + ٣}{٤ + ٢}$$

$$= \frac{٥}{٤}$$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب ١٣١

تابع السؤال الثاني

(ج)

٦ إذا كان $م$ عددًا نسبيًا فتصبح

وكان $قـ(ما) = \frac{س^3}{1+س^3}$ ؛ $هـ(س) = \sqrt{م س^5 - 1}$

فجد $(قـ \circ هـ)'(1)$.

$(قـ \circ هـ)'(س) = قـ'(هـ(س)) \times هـ'(س)$ (١)

$= قـ'(\sqrt{م س^5 - 1}) \times \frac{5}{2\sqrt{م س^5 - 1}}$ (١)

$= \frac{3(\sqrt{م س^5 - 1})^2}{1+(\sqrt{م س^5 - 1})^3} \times \frac{5}{2\sqrt{م س^5 - 1}}$ (١)

$= \frac{5}{2 س^5}$ (١)

$\therefore (قـ \circ هـ)'(س) = \frac{1}{2س^2}$ (١)

$(قـ \circ هـ)'(1) = \frac{1}{2 \times 1^2}$

$= \frac{1}{2}$ (١)

ملاحظة : إذا قام الطالب باستخراج قـ مرة أخرى يخسر علامة واحدة فقط بشرط أن يكمل الحل بشكل صحيح .

رقم الصفحة في الكتاب

١٣٩

السؤال الثالث (٢١ علامة)

(P)

٧ إذا كان س = ٢ ص^٢ + ٣ ص ص فجد $\frac{ه ص}{ه س}$ عندما س = ٢ .

باستخدام قاعدة السلسلة بالنسبة الى س .

$$\frac{ه ص}{ه س} \cdot (٢ ص + ٣) = ١$$

(١) + (١)

$$\frac{ه ص}{ه س} = \frac{١}{٢ ص + ٣}$$

(١)

$$\frac{ه ص}{ه س} = \frac{١}{(٢ ص + ٣)}$$

عندما س = ٢ ⇐ ٢ = ٢ ص^٢ + ٣ ص

(١)

⇐ ٢ ص^٢ + ٣ ص = ٤

٢ ص^٢ + ٣ ص − ٤ = ٠

(ص − ١)(٢ ص + ٤) = ٠

(١)

ص = ١ ، −٤

(١)

$$\therefore \left.\frac{ه ص}{ه س}\right|_{ص = -٤} = \frac{١}{(٣ + ٨ -)} = \frac{١}{٥ -} = \frac{٤}{٥} = \frac{٤ -}{٥}$$

(١)

$$\left.\frac{ه ص}{ه س}\right|_{ص = ١} = \frac{١}{٣ + ١} = \frac{١}{٤} = \frac{٤}{٥}$$

رقم الصفحة في الكتاب

١١٤

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

تابع السؤال الثالث

(ب)

وإذا كان $هـ(أ) = س^{ن}$ ، $س \neq 0$ ، $ن - ١$

ن عدد صحيح سالب، فإن $هـ'(س) = ن س^{ن-١}$

البرهان :

نفرض أن $ن = -م$ حيث م عدد صحيح موجب (١)

فيكون $هـ(س) = س^{ن} = س^{-م}$

باستخدام قوانين الأسس يكون $هـ(س) = \frac{١}{س^{م}}$ (١)

إذن $هـ'(س) = \frac{س^{م} \times صفر - (١)(م س^{م-١})}{(س^{م})^{٢}}$ (١)

$= \frac{-م س^{م-١}}{س^{٢م}} = \frac{-م س^{م-١}}{س^{م}}$ (١)

$= -م س^{-م-١}$ (١)

$\therefore هـ'(س) = -م س^{-م-١}$

وبما أن $-م = ن$ ، $ن - ١$

فيكون $هـ'(س) = ن س^{ن-١}$ (١) وهو المطلوب

* إذا اعتبر ن عدد صحيح وعمل بأي طريقة كانت يعتبر صحيحاً بشرط ألا يكون بعدها خطوات خاطئة.

* إذا قام بكتابة $هـ(س) = \frac{١}{س^{ن}}$ ثم عمل بالقاعدة باستخدام حساب المشتقات بأخذ كاملاً.

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الثاني

(ب)

119

١٢٤ ١١٢

⚠ ليكن $م(س) = س|جاس|$ حيث $س \in [0, \pi]$

ابحث في تماثل الاقتران $م$ ثم اشتقاقه عند $س = \pi$

$$|س جاس| = \begin{cases} س جاس & 0 \leq س \leq \pi \\ -س جاس & \pi < س \leq \pi \end{cases}$$ (1)

(أ) بحث اتصال $م$ عند $س = \pi$

$م(\pi) = 0$

$\lim_{س \to \pi^-} م(س) = \lim_{س \to \pi^-} س جاس = 0$ (1)

$\lim_{س \to \pi^+} م(س) = \lim_{س \to \pi^+} -س جاس = 0$

$\therefore \lim_{س \to \pi} م(س) = م(\pi) = 0$ ، $م$ متصل

$\therefore$ $م$ متصل عند $س = \pi$ (1)

(ب) أجد قاعدة المشتقة الأولى للاقتران $م(س)$

$$م'(س) = \begin{cases} جاس + س جاس & 0 < س < \pi \\ -جاس - س جاس & \pi < س < 2\pi \end{cases}$$ (1) (1)

(ج) أجد معادلة المماس لمنحنى $م$ عند $س = \pi$

$م'_+(\pi) = \pi جا\pi + جا\pi = -\pi$ (1)

$م'_-(\pi) = -\pi جا\pi - جا\pi = \pi$ (1)

$م'_+(\pi) \neq م'_-(\pi)$

$\therefore$ $م$ غير قابل للاشتقاق عند $س = \pi$ (1)

* إذا استخدام الطريقة يأخذ كاملاً وأقل بشكل صحيح.

* إذا اشار للاتصال دون بحث يأخذ علامة واحدة.

* إذا بحث الاتصال يأخذ علامتين.

رقم الصفحة في الكتاب
١٦١
↓
١٦٥

السؤال الرابع (١٢ علامة)

(P)

ف(ن) = ١١٢ن − ١٦ن³ .

(أ) ف'(ن) = δ(ن)

= ١١٢ − ٣٢ن² (١)

δ(ن) = ٠ (١)

١١٢ − ٣٢ن² = ٠

ن = ١١٢/٣٢ = ٧/٢ (١)

∴ يصل الجسم أقصى ارتفاع له بعد ٣/٤ ثانية من القذف .

ويكون على ارتفاع قدره ف(٧/٢)

ف(٧/٢) = ١١٢ × ٧/٢ − ١٦ × ٤٩/٨

= ٧٨٤ − ٣٩٢

= ٣٩٢ متراً . (١)

(ب) يكون الجسم على ارتفاع ٩٦ متراً عندما ف = ٩٦

٩٦ = ١١٢ن − ١٦ن³ (١)

١٦ن³ − ١١٢ن + ٩٦ = ٠ (١)

١٦ (ن³ − ٧ن + ٦) = ٠

١٦ (ن − ٦)(ن − ١)(ن + ٦) = ٠

ن = ١ ، ٦ ثانية . (١)

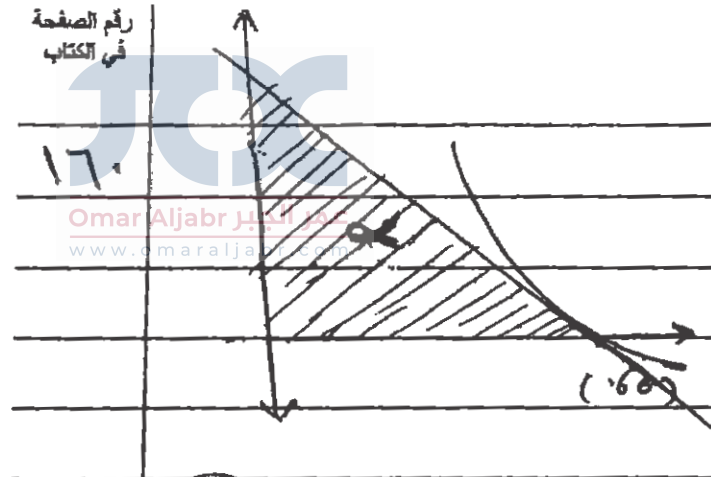
رقم الصفحة في الكتاب
١٦٠
Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

تابع السؤال الرابع

(أ) $ص = \frac{٥}{١٣} - \frac{س}{٥}$

نقطة التماس (٠،٥)

المطلوب مساحة المنطقة المحصورة بين المحور السيني والمماس عندما $س = ١٢$



$\frac{ص}{س} = \frac{٠ - ٥}{س - ٠} = -\frac{١}{٥}$ (١)

$م = \left|\frac{ص}{س}\right|_{(٠،٥)} = -\frac{١}{٥} = -\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥}$ (١)

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$ (١)

$ص - ٠ = \frac{-٤}{٥}(س - ٥)$

$٥ص = -٤س + ٢٠$

$ص = -\frac{٤}{٥}س + ٤$ (١)

المماس يقطع محور الصادات عندما $س = ٠$

أي عندما $ص = ٤$ وهي ارتفاع المثلث (ع) (١)

والمماس يقطع محور السينات عندما $ص = ٠$

أي عندما $-\frac{٤}{٥}س + ٤ = ٠$

$س = ٥$ وهي طول قاعدة المثلث = ه

تكون مساحة المثلث المطلوبة $م = \frac{١}{٢} \times ه \times ع$ (١)

$= \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٤$

$= ١٠$ وحدة مربعة. (١)

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الرابع

(٥)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

م(س) = س − جا٢س س ∈ [٠ ، π]

م'(س) = ١ − ٢ جا٢س (١)

م'(س) = صفر

١ − ٢ جا٢س = صفر

جا٢س = ١/٢

٢س = π/٣ ، ٥π/٣

س = π/٦ ، ٥π/٦ (١)

س	٠		π/٦		٥π/٦		π
إشارة م'		− − −		+ + + + + + +		− − −
تزايد وتناقص م		↘		↗		↘	

(١)

م متناقصة بالفترة [٠ ، π/٦] ، [π/٦ ، π] (١)

م متزايدة بالفترة [π/٦ ، ٥π/٦] (١)

لأن م'(π/٦) تغير عليه من س = π/٦ فإن م(π/٦) (١)

ولأن م' تغير عليه من س = ٥π/٦ فإن م(٥π/٥/٦) (١)

⊗ إذا لم تظهر لطالب حـ = ٥π/٦ يخصم علامتين

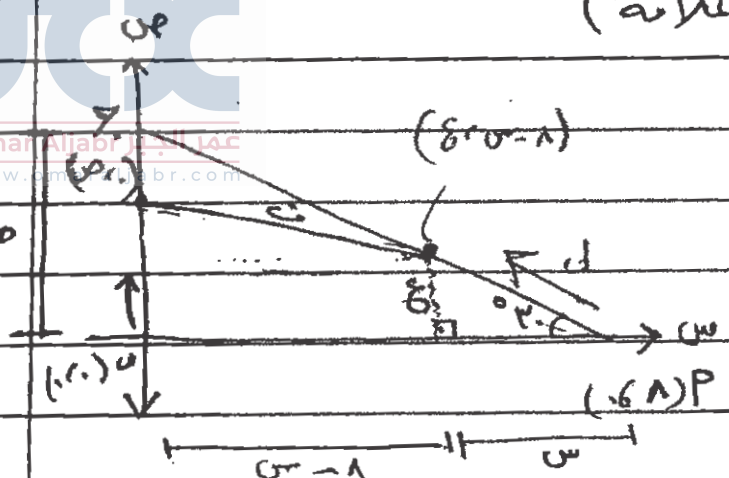
وهي علامة خط الإعداد وعلامة على شكله.

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس (١٨ علامة)

(P) $\frac{ده}{زن} = ٢$ سم/ث

$\frac{دل}{زن} = ٤$ سم/ث



وهطلوب $\frac{دف}{زن}$

(١) $\frac{ع}{ل} = \frac{١}{٢} \Leftarrow$ ظا ٣٠° $= \frac{ع}{ل} \Leftarrow ل = ٢ع$

$\Leftarrow \frac{دل}{زن} = ٢ \frac{دع}{زن}$

$\Leftarrow ٢ = ٢ \times \frac{دع}{زن}$

(١) $\Leftarrow \frac{دع}{زن} = ١$

(١) (١) جتا ٣٠° $= \frac{س}{ل} \Leftarrow \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{س}{ل} \Leftarrow س = \sqrt{٣} ل$

$\Leftarrow \frac{دس}{زن} = \sqrt{٣} \frac{دل}{زن}$

$\Leftarrow \frac{دس}{زن} = \sqrt{٣} \times ٢$

(١) $\Leftarrow \frac{دس}{زن} = \sqrt{٣}$

(١) $ف^٢ = (٨-س)^٢ + (٤-ص)^٢$

(١)+(١) $٢ف \cdot \frac{دف}{زن} = ٢(٨-س) \cdot \frac{دس}{زن} + ٢(٤-ص) \cdot (\frac{دص}{زن} - \frac{دع}{زن})$

عندما ن = ١ يكون ل = المسافة = ١ × ٢ = ٢ م

(١) س = $\sqrt{٣} ل = \sqrt{٣} \times ٢ = ٢\sqrt{٣}$ م

ص = المسافة = ١ × ٣ = ٣ م

ع = $\frac{١}{٢} ل = \frac{١}{٢} \times ٢ = ١$ م

$ف = \sqrt{(٨-٢\sqrt{٣})^٢ + (٣-١)^٢}$

(١) $\therefore \frac{دف}{زن} = \frac{-٢(٨-٢\sqrt{٣}) \times \sqrt{٣} + ٢(٣-١)(١-٣)}{٢ \times \sqrt{(٨-٢\sqrt{٣})^٢ + ٤}}$

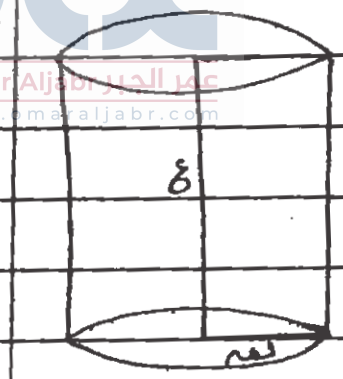
$= \frac{-٨\sqrt{٣} + ٦ + ٤}{\sqrt{(٨-٢\sqrt{٣})^٢ + ٤}}$

$= \frac{-٨\sqrt{٣} + ١٠}{\sqrt{(٨-٢\sqrt{٣})^٢ + ٤}}$ سم/ث .

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الخامس

(ب)



عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

٩

(١) $ح = \pi \cdot نصف^2 \cdot ع$

$٤٥\pi = \pi$ نصف^2 ع

نصف^2 ع $= ٤٥$

(١) $ع = \frac{٤٥}{نصف^2}$

(١) مساحة سطح الإسطوانة $= م = ٢\pi$ نصف ع $+ ٢\pi$ نصف^2 (الكلية)

$م = ٢\pi$ نصف $\times \frac{٤٥}{نصف^2} + ٢\pi$ نصف^2

(١) $م = \frac{٩٠\pi}{نصف} + ٢\pi$ نصف^2

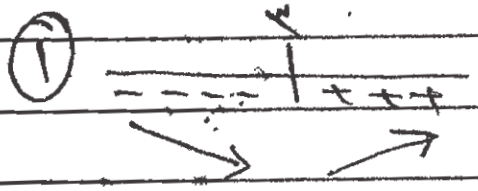
(١) $\frac{د م}{د نصف} = -\frac{٩٠\pi}{نصف^2} + ٤\pi$ نصف

(١) $\frac{د م}{د نصف} =$ صفر $\Leftarrow \frac{٩٠\pi}{نصف^2} = ٤\pi$ نصف

نصف$^2 = \frac{٩٠}{٤} = ٢٢,٥$

نصف $= \sqrt{٢٧}$

نصف $= ٣$ (١)

(١) 

∴ م أقل ما يمكن عندما نصف $= ٣$ (الكلية)

(١) ∴ مساحة سطح الإسطوانة م أصغر ما يمكن عندما نصف $= ٣$ سم وعندها ع $= \frac{٤٥}{٩} = ٦$ سم .

* إذا أخذ المساحة الجانبية فقط يصحح من (٥) فقط .

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

حل آخر لـ $\lim_{س \to -٣}$ عندما $س \to -٣$:

$$\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + ٣ - \sqrt{-٣س - ٩}}$$

$$ص = \sqrt{-٣س - ٩} \quad ①$$

$$ص^{٢} = -٣س - ٩$$

$$س = \frac{-ص^{٢} - ٩}{٣} \Leftarrow س = \pm \sqrt{\frac{ص^{٢} + ٩}{٣}}$$

عندما $س \to -٣$ فإن $ص \to ٣$

طريقة أخرى للحل

الاستبدال عندما $س = -\sqrt{\frac{ص^{٢} + ٩}{٣}}$

$$\lim_{ص \to ٣} \frac{-\sqrt{\frac{ص^{٢}+٩}{٣}} + ٣}{ص + ٣ - \sqrt{\frac{ص^{٢}+٩}{٣}}} \times \frac{ص + \sqrt{\frac{ص^{٢}+٩}{٣}}}{ص + \sqrt{\frac{ص^{٢}+٩}{٣}}} \times \frac{\sqrt{\frac{ص^{٢}+٩}{٣}} + ٣}{\sqrt{\frac{ص^{٢}+٩}{٣}} + ٣}$$

① ① ①

$$= \lim_{ص \to ٣} \frac{(٩ - ص^{٢})(\frac{١}{٣})}{(ص^{٢} - \frac{ص^{٢}+٩}{٣})(٣)} = \lim_{ص \to ٣} \frac{-٩ - ص^{٢}}{٣ص^{٢} - ص^{٢} - ٩}$$

①

$$= \lim_{ص \to ٣} \frac{-ص^{٢} - ٩}{ص^{٢} - ٩} = -١$$

الطريقة الثانية : عندما $س = \sqrt{\frac{ص^{٢}+٩}{٣}}$

نكمل لأن $س \to -٣$

وإذا اتبع الطالب كل خطوات هذه الطريقة فإنه يأخذ علامة واحدة من الاستبدال

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ل عكس فرع

ه) $\lim_{س \to \pi} \frac{جتا س + 1}{(س - \pi)^2} = \lim_{س \to \pi} \frac{2 جتا^2 \frac{1}{2} س}{(س - \pi)^2}$ (1) + (1)

$= \lim_{س \to \pi} \frac{2 جتا^2 \frac{1}{2} س}{س - \pi} \times \lim_{س \to \pi} \frac{جتا \frac{1}{2} س}{س - \pi}$

$= \lim_{س \to \pi} \frac{2 جا^2 (\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} س)}{س - \pi} \times \lim_{س \to \pi} \frac{جا (\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} س)}{س - \pi}$ (1)

$= \lim_{س \to \pi} \frac{2 جا^2 \frac{1}{2} (\pi - س)}{س - \pi} \times \lim_{س \to \pi} \frac{جا \frac{1}{2} (\pi - س)}{س - \pi}$ (1)

نفرض ص = π − س

عندما س ← π فإن ص ← 0

$= \lim_{ص \to 0} \frac{2 جا^2 \frac{1}{2} ص}{ص} \times \lim_{ص \to 0} \frac{جا \frac{1}{2} ص}{ص}$ (1)

$= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (1)

ج)

$$\lim_{س \to \pi} \frac{ظا س}{س - \pi} \times \frac{جتا س + 1}{(س - \pi)^2} \quad (1) \quad \frac{جتا س - 1}{جتا س - 1} \times$$

$$= \lim_{س \to \pi} \frac{جتا^2 س - 1}{(س - \pi)^2 (جتا س + 1)} \quad (1) \quad = \lim_{س \to \pi} \frac{ظا^2 س}{(س - \pi)^2} \quad (1)$$

$$= \lim_{س \to \pi} \frac{ظا س}{س - \pi} \times \lim_{س \to \pi} \frac{جا س}{(س - \pi)(جتا س + 1)}$$

$$= \lim_{س \to \pi} \frac{ظا(س - \pi)}{س - \pi} \quad (1) \times \lim_{س \to \pi} \frac{جا(س - \pi)}{(س - \pi)(جتا س + 1)}$$

نفرض ص = س − π ⟹ س = ص + π

عندما س → π ⟹ ص → ٠

$$= \lim_{ص \to 0} \frac{ظا ص}{ص} \times \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص}{ص(جتا(ص + \pi) + 1)}$$

$$= 1 \times \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص}{ص(-جتا ص + 1)} \quad (1)$$

$$= 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

فرع (ب)

حل آخر: $ص(س) = س^{ن}$ ن عدد صحيح سالب

نفرض $ن = -م$ ، $م > ٢$ ①

$ص(س) = س^{-م} \Leftarrow ص(س) = \frac{١}{س^{م}}$ ①

$ص'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ص(ع) - ص(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{١}{ع^{م}} - \frac{١}{س^{م}}}{ع - س}$ ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{س^{م} - ع^{م}}{(ع - س)(ع^{م} س^{م})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(س^{م-١} + س^{م-٢} ع + \cdots + س ع^{م-٢} + ع^{م-١})}{(ع - س)(ع^{م} س^{م})}$ ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{-١(س^{م-١} + س^{م-٢} ع + \cdots + س ع^{م-٢} + ع^{م-١})}{ع^{م} س^{م}}$

$= -١ \frac{(س^{م-١} + س^{م-١} + \cdots + س^{م-١} + س^{م-١})}{س^{٢م}}$ ①

$= -م س^{م-١-٢م} = -م س^{-م-١}$ ①

$= ن س^{ن-١}$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(٣) علامات

فرع (ب) حل آخر: ليوجد صه

صه (س) = س^ن

لو_هـ صه (س) = لو_هـ س^ن ①

لو_هـ صه (س) = ن لو_هـ س

نشتق الطرفين

صه'(س) / صه (س) = ن × 1/س ①

صه'(س) = ن × 1/س × صه (س)

صه'(س) = ن × 1/س × س^ن

صه'(س) = ن س^(ن-1) ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$$\text{نهـ}(س) = \lim_{س \to 3} \frac{\text{هـ}(س) - \text{هـ}(3)}{س - 3}$$ (1)

$$= \lim_{س \to 3} \frac{(س+3) - \sqrt{س+16}}{س - 3}$$ (1)

$$= \lim_{س \to 3} \frac{س - 3 + 4 - \sqrt{س+16}}{س - 3}$$ (1)

$$= \lim_{س \to 3} \frac{س - 3}{س - 3} + \lim_{س \to 3} \frac{4 - \sqrt{س+16}}{س - 3}$$ (1)

$$= 1 + \lim_{س \to 3} \frac{16 - (س+16)}{(س-3)(4+\sqrt{س+16})}$$ (1)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س٤ حل المعادلة

$$\text{ظا}(\text{س}) = \frac{\text{جا}(\text{س})}{\text{جتا}(\text{س})} \quad , \quad \text{جا}(\text{س}) = \sqrt{1 - \text{جتا}^2(\text{س})}$$

$$\text{قا}(\text{س}) = \frac{1}{\text{جتا}(\text{س})}$$

$$\text{ظا}(\text{س}) \times \text{قا}(\text{س}) = \text{ظا}(\text{س}) \times \text{قا}(\text{س})$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{15}{16}$$

السؤال الثالث عشرة

٢٩

$$س = \sqrt{ص^2 + 3ص}$$

$$س^2 = ص^2 + 3ص$$

$$2س \frac{دس}{دص} = 2ص \frac{دص}{دص} + 3$$

$$2س \frac{دس}{دص} = 2ص + 3$$

$$\frac{دس}{دص} = \frac{2ص + 3}{2س}$$

عندما $س = 0 \Leftarrow ص^2 + 3ص = 0$

$$ص(ص + 3) = 0$$

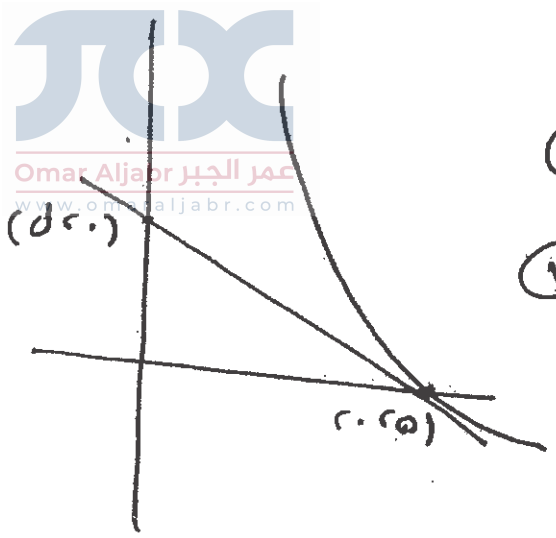
$$ص = 0 \quad ، \quad ص = -3$$

مرفوض

$$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{(1,-3)} = \frac{-5}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{(1,0)} = \frac{4}{5}$$

ب) نقطة التماس هي (٥، ٢)



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ميل المماس $= \frac{ص}{س} = \frac{٢}{٥}$ (١)

$\left| \frac{ص}{س} \right|_{س=٥} = \frac{٢}{٥} - \frac{٠}{٥} = \frac{٢}{٥}$ (١)

ميل المماس = ميل $\overline{م ن}$ (١)

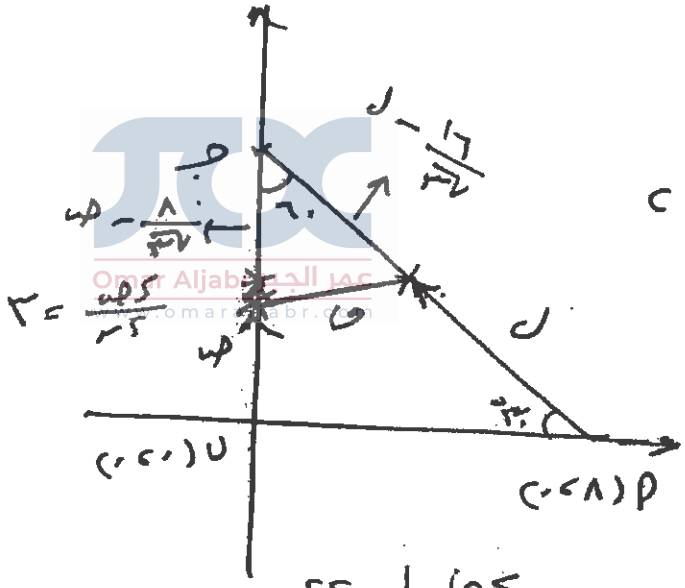
$\frac{٢}{٥} = \frac{ك - ٠}{٥ - ٠}$ (١)

ك = ١٠ ∴ ل : ك = ٥ : ١٠ (١)

م(ن ك ل) = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع (١)

م(ن ك ل) = $\frac{١}{٢} \times ٥ \times ٨ = ٢٠$ وحدة مساحة (١)

السؤال الخامس.



ق) $\frac{\text{ك ل}}{\text{ك س}} = \text{ج}$

حيث $\text{ظا } ٣٠ = \frac{\text{ل ب}}{\text{ل ع}}$

$\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{\text{ب}}{٧} \Leftarrow$ ل ب $= \frac{٧}{\sqrt{٣}}$ ①

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\text{ل ع}}{٨} \Leftarrow$ ل ع $= \frac{٨\sqrt{٣}}{٢}$ ①

$\text{ظا } ٣٠ = \frac{\text{ل ب}}{\text{ل ن}}$

$\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{٧}{\text{ل ن}} \Leftarrow$ ل ن $= ٧\sqrt{٣}$ ①

$\left|\frac{\text{ك ف}}{\text{ك س}}\right|_{س=١} = \text{ج}$

ف $= \sqrt{(٧\sqrt{٣} - \text{ل})^{٢} + (\frac{٧}{\sqrt{٣}} - \text{ص})^{٢}} - \cancel{\text{ج}}(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - \text{ل})(\frac{٧}{\sqrt{٣}} - \text{ص})$ ①

$\cancel{\text{ج}} = ٦٠$ ①

$\frac{\text{ك ف}}{\text{ك س}} = \frac{\text{ج}(٧\sqrt{٣} - \text{ل}) \times -\frac{\text{ك ل}}{\text{ك س}} + \text{ج}(\frac{٧}{\sqrt{٣}} - \text{ص}) \times -\frac{\text{ك ص}}{\text{ك س}} - (\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - \text{ل}) \times -\frac{\text{ك ص}}{\text{ك س}} + (\frac{٧}{\sqrt{٣}} - \text{ص}) \times \frac{\text{ك ل}}{\text{ك س}}}{\text{ج}\sqrt{(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - \text{ل})^{٢} + (\frac{٧}{\sqrt{٣}} - \text{ص})^{٢}} - (\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - \text{ل})(\frac{٧}{\sqrt{٣}} - \text{ص})}$ ① ①

لكن ل $= \frac{\text{ك ل}}{\text{ك س}} \times ٣ = ٣ \times ١ = ٣$ ①

ص $= \frac{\text{ك ص}}{\text{ك س}} \times ٣ = ٣ \times ١ = ٣$ ①

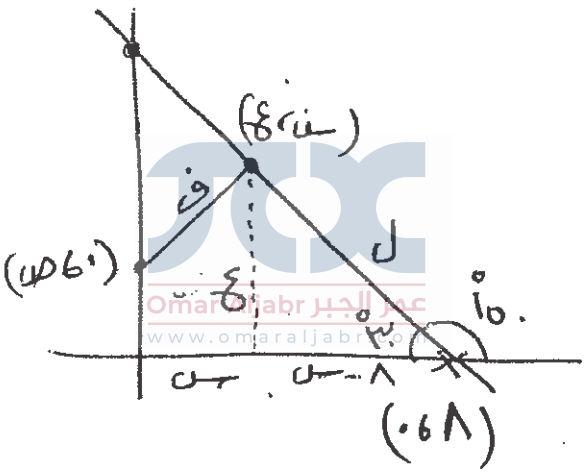
$\left|\frac{\text{ك ف}}{\text{ك س}}\right|_{س=١} = \frac{-٣(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٣) - ٦(\frac{٧}{\sqrt{٣}} - ٣) + ٣(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٣) + ٣(\frac{٧}{\sqrt{٣}} - ٣)}{\text{ج}\sqrt{(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٣)^{٢} + (\frac{٧}{\sqrt{٣}} - ٣)^{٢}} - (\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٣)(\frac{٧}{\sqrt{٣}} - ٣)}$ ①

$= \frac{-(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٣) - ٣(\frac{٧}{\sqrt{٣}} - ٣)}{\text{ج}\sqrt{\frac{٥٦}{٣} - \frac{٣٦}{\sqrt{٣}} + ٣٦ + \frac{٣٦}{٣} - \frac{٧٣}{\sqrt{٣}} + ٩ - (\frac{١٥٨}{٣} - \frac{٤٧}{\sqrt{٣}} + \frac{١٦}{\sqrt{٣}} + ٦)}}$

$= \frac{٣ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}} + ١٢ - \frac{٣٧}{\sqrt{٣}}}{\text{ج}\sqrt{\frac{٥٦}{٣} - \cancel{\frac{٣٦}{\sqrt{٣}}} + ٣٦ + \frac{٣٦}{٣} - \cancel{\frac{٧٣}{\sqrt{٣}}} + ٩ - \frac{١٥٨}{٣} + \cancel{\frac{٤٧}{\sqrt{٣}}} + \frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٦}}$

$= \frac{١٤ - \frac{٤٣}{\sqrt{٣}}}{\text{ج}\sqrt{\frac{١٥٨}{٣} + \frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٨}} = \frac{\frac{٤٣}{\sqrt{٣}} - ٨}{\text{ج}\sqrt{١٤٩ ، ١٦}} = \frac{٤}{\text{ج}}$ ∴

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com



$\frac{ك ل}{ك س} = ٢$ ، $\frac{ك ص}{ك س} = ٣$

ميل المستقيم = ظا ١٥٠° = $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ميل المستقيم = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{ع - ٠}{س - ٨}$

$\frac{ع}{س - ٨} = -\frac{١}{\sqrt{٣}} \Leftarrow$ ① $\boxed{ع = \frac{٨ - س}{\sqrt{٣}}}$

ف = $\sqrt{س^٢ + (ص - \frac{٨ - س}{\sqrt{٣}})^٢}$ ①

① + ①

$\frac{ك ف}{ك س} = \frac{٢ س - ٢ س + ٢ (\frac{٨ - س}{\sqrt{٣}} - ص)(-\frac{١}{\sqrt{٣}} \times \frac{ك س}{ك س} - \frac{ك ص}{ك س})}{٢\sqrt{س^٢ + (ص - \frac{٨ - س}{\sqrt{٣}})^٢}}$

$\tan ٣٠° = \frac{٨ - س}{ل} \Leftarrow$ ① $\boxed{ل \sqrt{٣} - ٨ = س}$

$\frac{ك س}{ك س} = -\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢ = -\sqrt{٣}$ ①

$\frac{ك ل}{ك س} = ٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \sqrt{٣}$ ①

$ص = ٣ \times ٨ - ٨ \times ٣ = ٣$

$ل = ١ \times ٨ - ٨ \times ١ = ٢$

$س = ٨ - ٨ \times ٢ = ٨ - ٢\sqrt{٣}$

$\frac{ك ف}{ك س} = \frac{٢ (٨ - ٢\sqrt{٣}) \times -\sqrt{٣} + ٢ (٨ - ٢\sqrt{٣} + ٨ - ٣) (-\frac{١}{٢\sqrt{٣}} \times -\sqrt{٣} - ٣)}{٢\sqrt{(٨ - ٢\sqrt{٣})^٢ + (٨ - ٢\sqrt{٣} + ٨ - ٣)^٢}}$ ①

$= \frac{٢ (٢\sqrt{٣} - ١٦) + ٨}{٢ \sqrt{٤ + (٨ - ٢\sqrt{٣})^٢}}$

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omarjabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٥ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

250

د س

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ ٢

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٥/٠٦/٢١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = س + ٢ ، هـ(س) = [٥ − س] ، فابحث في اتصال $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ في الفترة (٤ ، ٧). (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = س $\sqrt{س + ١}$ ، فجد ق َ(٣) باستخدام تعريف المشتقّة. (٦ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $(أ س - ب)^{\frac{٢}{٣}}$ + ٥ب ، حيث أ ≠ ٠ ، وكان للاقتران ق(س) قيمة قصوى عند النقطة (٤ ، ١٠) ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (٨ علامات)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) جد $\frac{دص}{دس}$ لكل مما يلي:

١) ص = $(١ + ن)^{٢}$ ، س = $\frac{١ - ن}{١ + ن}$ ، عند س = ٠ (٥ علامات)

٢) ص = $\frac{|س^{٢} - ٥س + ٤|}{س(س - ١)}$ ، س ∈ (١ ، ٥] (٧ علامات)

ب) جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلّث قائم الزاوية طول وتره (٢٤) سم ، وقياس إحدى زواياه (٣٠°) بحيث تقع إحدى قاعدتي المستطيل على الوتر، ورأساه الآخران على ضلعي القائمة. (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثالث: (٢٤ علامة)

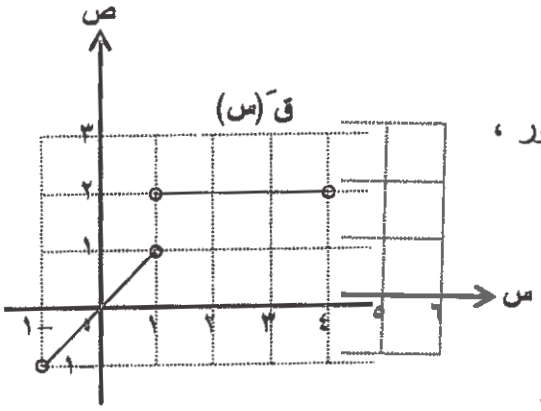
أ) إذا كان ل(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ل(س) × هـ^{٢}(س) = أ ، حيث أ ثابت ، أ ≠ ٠

وكان هـَ(٢) = ٣ أ ، هـ(٢) = −٢ أ ، فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ل(س) عند س = ٢

(٧ علامات)

ب) إذا كان الاقتران ق(س) متّصل على الفترة [−١ ، ٤] ، حيث (١٧ علامة)

$$ق(س) = \begin{cases} جـ س^{٢} + دس + هـ & ، \ -١ \leq س < ١ \\ أ + ب & ، \ ١ \leq س \leq ٤ \end{cases}$$



ومُثّل منحنى المشتقّة الأولى للاقتران ق(س) كما في الشكل المجاور ، جد كلاً مما يلي:

١) النقط الحرجة للاقتران ق(س).

٢) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق(س)

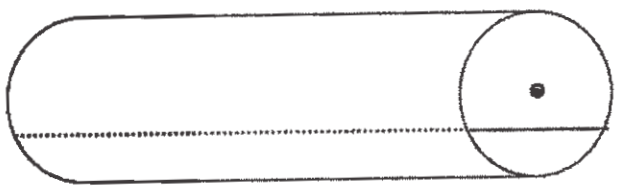
٣) قيَم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيَم قصوى محليّة.

٤) قيَم كل من الثوابت أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، علماً بأن ق(−١) = ٢ ، ق(٤) = ٨

السـؤال الرابع: (١٦ علامة)

أ) يتحرّك جُسيم في خط مستقيم، حسب العلاقة ف(ن) = ن^{٢} − ٣ن + ٢ ، حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني، فإذا كانت سرعته المتوسطة في [٠ ، أ] تساوي سرعته اللحظية عندما ن = ٥ ، فجد قيمة أ . (٧ علامات)

ب) يجري الماء في أنبوب أفقي اسطواني الشكل طوله (١٠)م، وطول نصف قطره يساوي (٢٥)سم ، فإذا كان عُمق الماء في الأنبوب يتناقص بمعدل (٣)سم/د ، فجد معدّل التغيّر في مساحة سطح الماء العلوي في الأنبوب عندما يكون عمق الماء (١٨) سم. (٩ علامات)



يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) جـد ما يأتي:

١) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{س^٢ + ٢٧}{س^٢ - ٩} - \frac{س + ٣}{س - ٣} \right)$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{جتا س - \sqrt{٣}\ جا س}{٦ س - \pi}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \frac{جا^٢(ب س) - ٩ س^٢}{س\ جا\ ٥ س} & ، -\frac{\pi}{٦} \leq س < ٠ \\ ١١ & ، س = ٠ \\ \frac{س^٢ + (٢ - ٢) س}{٢ س} & ، ٠ < س < \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

اقتراناً متصلاً عند س = صفر ، فجد قيَم كل من الثابتين ٢ ، ب (٧ علامات)

﴿انتهت الأسئلة﴾

المبحث: الرياضيات
الفرع: العلمي / م ٣
مدة الامتحان: ٢ س
التاريخ: ٢١/٦/٢٠١٥

Omar Aljaafreh
www.omaraljaafreh.com

س٤) ① عبارة تعريف (مجال) = [٥ ، ٧]

٦ ② مجال المقدار = ١

$$\text{مد}(س) = \begin{cases} \frac{س+٥}{٠} & ، ٤ < س \leq ٥ \\ \frac{س+٢}{-١} & ، ٥ < س \leq ٦ \\ \frac{س+٢}{٢-} & ، ٦ < س < ٧ \end{cases}$$

$$\text{مد}(س) = \begin{cases} \text{غير معرفة} & ، ٤ < س \leq ٥ \\ س - ٢ & ، ٥ < س \leq ٦ \\ -\frac{١}{٢}س - ١ & ، ٦ < س < ٧ \end{cases}$$

* على الفترة (٤ ، ٥) دائما $\frac{\text{مد}(س)}{\text{مجـ}(س)}$ غير معرفة ⇐ غير متصل في (٤ ، ٥) ①

* على الفترات المتبقية (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٧) $\frac{\text{مد}(س)}{\text{مجـ}(س)}$ متصل لأنه كثير حدود. ①

* عند النقطة $س = ٦$

$$\text{نهـ}_{س \to ٦^+} \frac{\text{مد}(س)}{\text{مجـ}(س)} = \text{نهـ}_{س \to ٦^+} (-\frac{١}{٢}س - ١) = -٤$$ ①

$$\text{نهـ}_{س \to ٦^-} \frac{\text{مد}(س)}{\text{مجـ}(س)} = \text{نهـ}_{س \to ٦^-} (س - ٢) = ٨$$

نهـ $\frac{\text{مد}(س)}{\text{مجـ}(س)}$ غير موجودة.

$\therefore \frac{\text{مد}(س)}{\text{مجـ}(س)}$ غير متصل عند $س = ٦$

* عند $س = ٥$ $\frac{\text{مد}(٥)}{\text{مجـ}(٥)}$ غير معرف ⇐ $\frac{\text{مد}(س)}{\text{مجـ}(س)}$ غير متصل عند $س = ٥$ ①

وبالتالي $\frac{\text{مد}(س)}{\text{مجـ}(س)}$ متصل على $(٤ ، ٥) \cup (٥ ، ٦) - \{٦\} = (٤ ، ٦)$

رقم الصفحة في الكتاب

٩٠

JOC عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

مثال ١

ب) $ق(س) = س\sqrt{س+١}$

$ق(٣) = ٣\sqrt{٣+١} = ٦$

$ق'(٣) = \lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$ (١)

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س\sqrt{س+١} - ٦}{س - ٣}$ (١) عكس المقدار المرافق

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س\sqrt{س+١} - ٦)(س\sqrt{س+١} + ٦)}{(س - ٣)(س\sqrt{س+١} + ٦)}$ (١)

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س^٢(س+١) - ٣٦}{(س-٣)(س\sqrt{س+١} + ٦)}$ (١)

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ + س^٢ - ٣٦}{(س-٣)(س\sqrt{س+١} + ٦)}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س-٣)(س^٢ + ٤س + ١٢)}{(س-٣)(س\sqrt{س+١} + ٦)}$ (١) عكس المقدار المرافق

$= \frac{٣٣}{١٢} = \boxed{\frac{١١}{٤}}$ ✓

علاقة هذا المقدار المرافق

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال / ب)

حل آخر

$$هـ(س) = س\sqrt{س+1}$$

$$هـ'(3) = \lim_{س \to 3} \frac{هـ(س) - هـ(3)}{س - 3} = \lim_{س \to 3} \frac{س\sqrt{س+1} - 3\sqrt{3+1}}{س - 3}$$

$$= \lim_{س \to 3} \frac{س\sqrt{س+1} - 6}{س - 3}$$

$$= \lim_{س \to 3} \frac{س\sqrt{س+1} - 3\sqrt{س+1} + 3\sqrt{س+1} - 6}{س - 3}$$

$$= \lim_{س \to 3} \frac{(س-3)\sqrt{س+1} + 3(\sqrt{س+1} - 2)}{س - 3}$$

$$= \lim_{س \to 3} \sqrt{س+1} + \lim_{س \to 3} \frac{3(\sqrt{س+1} - 2)(\sqrt{س+1} + 2)}{(س-3)(\sqrt{س+1} + 2)}$$

$$= 2 + \lim_{س \to 3} \frac{3(س+1-4)}{(س-3)(\sqrt{س+1} + 2)}$$

$$= 2 + \frac{3}{4}$$

علاقة تعويض

$$= 2\frac{3}{4}$$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

١٨١

س/ د) $ق(س) = (أ س - ب - ج)^{\frac{2}{3}} + د$ ، $أ \neq 0$

للاقتران نقطة حرجة عند (١٠، ٤) ⇐ (١٠، ٤) تقطع المحور س ①

١) ق(٤) = صفر أو غير موجودة ①

٢) ق(٤) = ١٠

ق(س) = $\frac{2}{3}$ ① $(أ س - ب)^{-\frac{1}{3}}$ ① $\times أ$ = $\frac{2 أ}{3\sqrt[3]{(أ س - ب)}}$

ق(٤) = ٠ غير ممكنة

ق(٤) غير موجودة ⇐ $3\sqrt[3]{(4أ - ب)} = 0$ ①

(١) ⋯ ① $4أ - ب = 0$ ⇐

(٢) ⋯ ① $ق(4) = 10 \Leftarrow 10 = د + \frac{2}{3}(4أ - ب)^{\frac{3}{2}}$

بتعويض المعادلة (١) في (٢) ⇐ $10 = د + 0$ ⇐ $د = 10$ ①

بتعويض $ب = 4أ$ في المعادلة (١) ⇐ $4أ - ب = 0$ ⇐ $أ = \frac{1}{4}$ ①

(٥)

س٣/ (٥ علامات)

أ) ص = (١+ن)^ج

س = (١ − ن)/(١ + ن) نجد ن بدلالة س

س + نس = ١ − ن

ن + نس = ١ − س

ن (١ + س) = ١ − س

ن = (١ − س)/(١ + س)

نعوض قيمة ن في ص

ص = ((١ − س)/(١ + س) + ١)^ج = (ج/(١ + س))^ج

د ص/د س = ج (ج/(١ + س))^(ج−١) × (−ج × ١)/(١ + س)^ج

د ص/د س |_(س=٠) = ج (ج/(٠ + ١))^(ج−١) × (−ج)/(٠ + ١)^ج

= −٨

حل آخر

س ٢) ١)

ص = (١+ن)^٢ ⇐ $\frac{د ص}{د ن}$ = ٢(١+ن) ①

س = $\frac{ن-١}{ن+١}$ ⇐ $\frac{د س}{د ن}$ = $\frac{١ \times (ن+١) - ١ \times (ن-١)}{(ن+١)^٢}$ ①

= $\frac{٢}{(ن+١)^٢}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{د ص}{د ن}$ ÷ $\frac{د س}{د ن}$ ① إذا صورة للقانون حكمه ارفق به

= ٢(١+ن) ÷ $\frac{٢}{(ن+١)^٢}$ ①

= ٢(١+ن) × $\frac{(ن+١)^٢}{٢}$ بتقصير بعض طلاب

= (١+ن)^٣

عندما س = ٠ فإن ن = ١

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{ن=١}$ = ٢^٣ = ٨ ①

حل آخر ص = (١+ن)^٢ ⇐ $\frac{د ص}{د ن}$ = ٢(١+ن)

نفس توزيع الحل السابق

س = $\frac{ن-١}{ن+١}$ ⇐ $\frac{د س}{د ن}$ = $\frac{١ \times (ن+١) - ١ \times (ن-١)}{(ن+١)^٢}$

= $\frac{٢}{(ن+١)^٢}$

$\frac{د س}{د ن}$ = $\frac{(ن+١)^٢}{٢}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{د ص}{د ن}$ × $\frac{د ن}{د س}$ = ٢(١+ن) × $\frac{(ن+١)^٢}{٢}$ = (١+ن)^٣

عندما س = ٠ فإن ن = ١

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{ن=١}$ = ٢^٣ = ٨

رقم الصفحة

٩٨

ج) ص = $\frac{|(س-٤)(س-١)|}{س(س-١)}$ س ∈ [٥،١]

	+		−		+	
		١		٤		

$\frac{(س-٤)(س-١)}{س(س-١)}$ ، $-\frac{(س-١)(٤-س)}{س(س-١)}$

(١) اعادة تعريف العلاقة تحليل

ص = $\begin{cases} \frac{س+٤}{س} & ، ١ < س < ٤ \\ \frac{س-٤}{س} & ، ٤ \leq س \leq ٥ \end{cases}$

ص = $\begin{cases} \frac{٤}{٤-س} & ، ١ < س < ٤ \\ \frac{٤}{س-٤} & ، ٤ < س \leq ٥ \\ \text{غير موجودة} & ، س = ١ \\ \text{غير موجودة} & ، س = ٤ \end{cases}$

عند س = ٤ دالة غير متصلة.

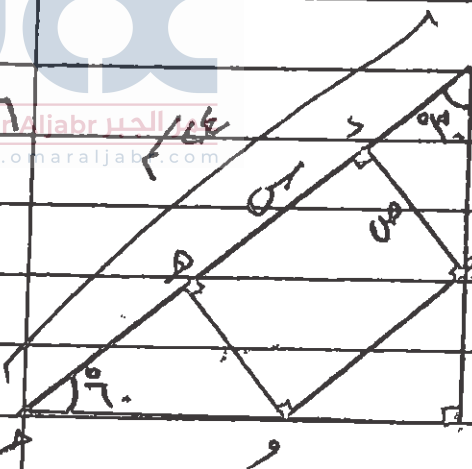
* عند س = ٤ ⇐ هـ(٤) = $\frac{١}{٤}$ ، هـ(٤) = $-\frac{١}{٤}$

∴ هـ(٤) غير موجودة.

* عند س = ١ دالة غير متصلة ⇐ هـ(١) غير موجودة.

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com



س/

ه) نفرض ان طول المستطيل = س سم

، عرضه = ص سم

م = س × ص ①

العلاقة المعطاة:

ك ل + ك ه + ه و + و ل = ٤٢

$\frac{\text{ص}}{\sqrt{٣}} + \text{س} + \text{ص}\sqrt{٣} = ٤٢$

$\text{س} + \left(\frac{١}{\sqrt{٣}} + \sqrt{٣}\right)\text{ص} = ٤٢$

$\text{س} + \frac{٤}{\sqrt{٣}}\text{ص} = ٤٢$

$\text{س} = \left(٤٢ - \frac{٤}{\sqrt{٣}}\text{ص}\right)$

نعوض قيمة س في قانون م ⟸

$\text{م} = \left(٤٢ - \frac{٤}{\sqrt{٣}}\text{ص}\right) \times \text{ص} = ٤٢\text{ص} - \frac{٤}{\sqrt{٣}}\text{ص}^٢$

$\text{م}' = ٤٢ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\text{ص}$

$\text{م}' = ٠ \Leftarrow ٤٢ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\text{ص} = ٠ \Leftarrow \frac{٨}{\sqrt{٣}}\text{ص} = ٤٢$

$\text{ص} = ٣\sqrt{٣}$

		$٣\sqrt{٣}$	
م'	+	٠	−

لما ص = $٣\sqrt{٣}$ تكون م عظمى

$\therefore \text{م} = ٤٢ \times ٣\sqrt{٣} - \frac{٤}{\sqrt{٣}}(٣\sqrt{٣})^٢$

$= ١٢٦\sqrt{٣} - ٣٦\sqrt{٣} = ٩٠\sqrt{٣}$ سم^٢

رقم الصفحة في الكتاب

JIX Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com

١٥٨

ط/ (ح٤ > علامة)

) ل(س) = م / هـ٢(س) ⇐ ل'(س) = -م × هـ'(س) × هـ'(س) / هـ٤(س)

أ) ل'(٢) = -م × ٢ × ٢ / (-٢)٤ = -م ٨ / ١٦ م = -١/٢

ل(٢) = م / (-٢)٢ = م / ٤ = ١/٤

معادلة المماس ص - ص١ = م(س - س١)

ص - ١/٤ = -١/٢ (س - ٢) ⇐ ص = -١/٢ س + ١ + ١/٤ = -١/٢ س + ٥/٤

ب) النقط الحرجة هـ'(س) = ٠ ⇐ س = ١ ، -١

هـ'(س) غير موجودة ⇐ س ∈ {-١، ٠، ١، ٤}

مجال الاشارة لـ هـ'

	-١		٠		١		٤	
هـ'		-		+		+		
هـ	↓		↓		↑		↑	

فترات التناقص [-١، ٠] ، فترات التزايد [١، ٤]

ج) ليس لـ هـ نهاية صغرى محلية عند س = ٠

د) هـ(س) = { ٢س + ٥ ، -١ < س < ١ ; م ، ١ ≤ س ≤ ٤ }

هـ متصل عند س = ١

هـ(س) = { س ، -١ < س < ١ ; ٢ ، ١ ≤ س ≤ ٤ }

بالمقارنة م = ٢ ، ٢ + ٥ = ١ ⇐ ٥ = -١

هـ(٤) = ٨ ⇐ ٤م + ب = ٨ ⇐ ٨ + ب = ٨ ⇐ ب = ٠

هـ(-١) = ٢ ⇐ -٥ + ٥ = ٢ ⇐ ١/٢ + ٥ = ٢ ⇐ ٥ = ٣/٢

رقم الصفحة في الكتاب ١٦٤

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

في/ (تابع السؤال ٦)

أ) $ف(ن) = ن^3 - ٣ن^2 + ٢$

السرعة المتوسطة $= \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(٣) - ف(٠)}{٣ - ٠}$ (١)

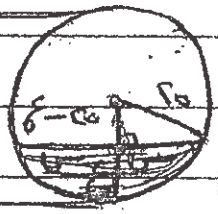
$= \frac{٣^3 - ٣ \times ٣^2}{٣} = \frac{(٣-٣)٣^2}{٣} = ٣ - ٣ = ٠$ (١)

السرعة اللحظية $= ف'(ن) = ٣ن^2 - ٦ن$ (١)

ع $= ف'(٥) = ٧$ (١)

$\therefore ٣ - ٦ = ٧$ (١) $\Leftarrow$ $\boxed{ن = ١٠}$

ب) نفرض أن عرض الماء $= س$ م ، وعمقه $= ع$ م (١)



$\frac{حجم}{زمن} = ٣ م^3/د$ أوجد $\frac{دع}{دن}$ (١)

$ع = ١٨$ (١)

$حجم = \frac{١}{٣} \times ط \times ق^2 \times ع = \frac{١}{٣} \times ط \times س^2 \times ع$ (١)

$= \frac{١}{٣} \times ط \times (٢٥ - ع)^2 \times ع$ (١)

$\frac{دحجم}{دن} = \frac{١}{٣} ط [٢ع(٢٥ - ع) + (٢٥ - ع)^2 \times -١] \frac{دع}{دن}$ (١)

$\frac{دحجم}{دن} = \frac{١}{٣} ط (٥٠ع - ٢ع^2 - ٦٢٥ + ٥٠ع - ع^2) \frac{دع}{دن}$

$= \frac{١}{٣} ط (-٣ع^2 + ١٠٠ع - ٦٢٥) \frac{دع}{دن}$

$٣ = \frac{١}{٣} ط (-٣ \times ١٨^2 + ١٠٠ \times ١٨ - ٦٢٥) \frac{دع}{دن}$

$\frac{دع}{دن} = \frac{٩}{ط}$ م/د

$\frac{دحجم}{دن} = ط ق^2 \frac{دع}{دن}$ (١)

$= ط \times ١٠٠ \times \frac{٩}{ط} = ٩٠٠$ م^3/د

العلاقة لإيجاد $\frac{دس}{دن}$:

$س^2 + (٢٥ - ع)^2 = (٢٥)^2$ (١)

$٢س \times \frac{دس}{دن} + ٢(٢٥ - ع) \times -\frac{دع}{دن} = ٠$ (١)

$٢ \times ٢٤ \times \frac{دس}{دن} + ٢ \times ٧ \times -٣ = ٠$

$٤٨ \times \frac{دس}{دن} = -٤٢$

$\frac{دس}{دن} = \frac{-٤٢}{٤٨} = -\frac{٧}{٨}$ (١)

نعوض بدل $\frac{دس}{دن}$ في المعادلة (١) :

$\frac{دحجم}{دن} = ٩٠٠ \times -\frac{٧}{٨} = -٧٨٧٥$ م^3/د

(١)

بما أن $ع = ١٨$

$س^2 + (٢٥ - ١٨)^2 = (٢٥)^2$

$س^2 + ٤٩ = ٦٢٥$

$س^2 = ٥٧٦$

$س = ٢٤$ (١)

أجوبة امتحان شهادة البكالوريا الثانوية العامة لعام ٢٠١٥ / الدورة الصيفية

الفرع / العلمي

المبحث الرياضيات / م٣

الأجوبة النموذجية

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ص ١٢

الإجابة النموذجية :

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٤ + ٢٧س}{س^٢ - ٩} - \frac{٣ + س}{٣ - س} = \lim_{س \to ٣} \frac{س^٤ + ٢٧س - (٣ + س)(س^٢ + ٩)}{س^٢ - ٩}$ (١)

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س^٤ + ٢٧س - س^٣ - ٩س^٢ - ٩س - ٢٧}{س^٢ - ٩}$ (١)

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٩س^٢ + ١٨س - ٢٧}{س^٢ - ٩}$ (١)

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س - ٣)(س^٢ - ٦س + ٩)}{(س - ٣)(س + ٣)}$ (١)

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٦س + ٩}{س + ٣} = \frac{٩ - ١٨ + ٩}{٦} = \frac{٠}{٦} = ٠$ (١)

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{\text{جتا}س - \sqrt{٣}\,\text{جا}س}{\pi - ٦س}$ (١)

نفرض $ص = س - \frac{\pi}{٦} \Leftarrow س = ص + \frac{\pi}{٦}$ (١)

$\lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جتا}(ص + \frac{\pi}{٦}) - \sqrt{٣}\,\text{جا}(ص + \frac{\pi}{٦})}{٦ص}$

$\lim_{ص \to ٠} \frac{(\text{جتا}ص\,\text{جتا}\frac{\pi}{٦} - \text{جا}ص\,\text{جا}\frac{\pi}{٦}) - \sqrt{٣}(\text{جا}ص\,\text{جتا}\frac{\pi}{٦} + \text{جتا}ص\,\text{جا}\frac{\pi}{٦})}{٦ص}$ (١)

$\lim_{ص \to ٠} \frac{\frac{\sqrt{٣}}{٢}\text{جتا}ص - \frac{١}{٢}\text{جا}ص - \sqrt{٣}(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\text{جا}ص + \frac{١}{٢}\text{جتا}ص)}{٦ص}$ (١)

$\lim_{ص \to ٠} \frac{\frac{\sqrt{٣}}{٢}\text{جتا}ص - \frac{١}{٢}\text{جا}ص - \frac{٣}{٢}\text{جا}ص - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\text{جتا}ص}{٦ص}$

$\lim_{ص \to ٠} \frac{-٢\,\text{جا}ص}{٦ص} = \boxed{-\frac{١}{٣}}$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

٥٨

س٥/

ب) $\frac{\text{ها}^{٢}(ب س) - ٩ س^{٢}}{س \text{ ها } ٥ س}$ ، $\frac{\pi}{٦} \geq س > ٠$ ؟

$ل(س) =$

$١١ \quad ٦ \quad س = ٠$

$\frac{س^{٢} + (ج - ٩) ٣}{٩ س}$ ، $٠ < س < \frac{\pi}{٢}$

$ل(س)$ امتداد متصل عند $س = ٠ \Leftarrow$

$ل(٠) = \lim_{س \to ٠^{+}} ل(س) = \lim_{س \to ٠^{-}} ل(س)$ ①

إذا عمل عوض مباشر

$\lim_{س \to ٠^{+}} \frac{س^{٢} + (ج - ٩) س}{٩ س} = \lim_{س \to ٠^{+}} \frac{س(س + (ج - ٩))}{٩ س}$ ①

$= \frac{ج - ٩}{٩}$ ①

$\lim_{س \to ٠^{-}} \frac{\text{ها}^{٢}(ب س)}{س \text{ ها } ٥ س} - ٩ = \lim_{س \to ٠^{-}} \frac{\text{ها}^{٢}(ب س)}{\frac{\text{ها } ٥ س}{س}} - ٩$ ①

$= \frac{ب^{٢} - ٩}{٥}$ ①

$ل(٠) = ١١$ ①

$\frac{ج - ٩}{٩} = ١١ \Leftarrow ج - ٩ = ٩١١ \Leftarrow ج = ٩١٢ \Leftarrow ٩ = \frac{١}{٦}$ ①

$\frac{ب^{٢} - ٩}{٥} = ١١ \Leftarrow ب^{٢} - ٩ = ٥٥ \Leftarrow ب^{٢} = ٦٤$ ①

$ب = -٨$ ①

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س ٩) ج)

حل آخر

$$\text{نها}_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{\text{جتا}س - \sqrt{3}\,\text{جا}س}{(س - \frac{\pi}{6})^2} = \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{\frac{1}{2}\text{جتا}س - \frac{\sqrt{3}}{2}\text{جا}س}{(س - \frac{\pi}{6})^2}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{\text{جا}\frac{\pi}{6}\text{جتا}س - \text{جتا}\frac{\pi}{6}\text{جا}س}{(س - \frac{\pi}{6})^2}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{6} - س)}{(س - \frac{\pi}{6})^2}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{\text{جا}(-(س - \frac{\pi}{6}))}{(س - \frac{\pi}{6})^2}$$

$ص = س - \frac{\pi}{6}$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{\text{جا}(-ص)}{ص^2} = \text{نها}_{ص \to 0} \frac{-\text{جا}ص}{ص^2}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{-1}{ص} \times \frac{\text{جا}ص}{ص}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

رقم الصفحة في الكتاب

حل تمرين ٢

ص ١٤٥

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

م) ١) $ص = (١+ن)^{-٤} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = -٤(١+ن)^{-٥}$

$س = \frac{١-ن}{١+ن}$ نُرِد ن بدلالة س

$س + ن س = ١ - ن \Leftarrow ن + ن س = ١ - س \Leftarrow$

$ن(١+س) = ١-س \Leftarrow ن = \frac{١-س}{١+س} \Leftarrow$

$\frac{د ن}{د س} = \frac{-١ \times (١+س) - ١ \times (١-س)}{(١+س)^{٢}} = \frac{-٢}{(١+س)^{٢}}$

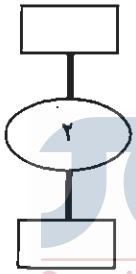
$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س} = -٤(١+ن)^{-٥} \times \frac{-٢}{(١+س)^{٢}}$

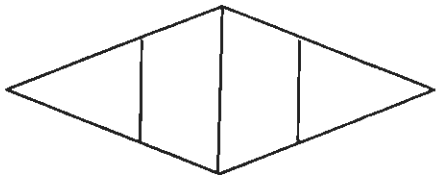
$= \frac{-٤(١+ن)^{-٥}}{(١+س)^{٢}}$

عند $س = ٠ \Leftarrow ن = ١$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٠} = \frac{-٤(١+١)^{-٥}}{(١+٠)^{٢}} = \boxed{-٨}$

بسم الله الرحمن الرحيم





المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — د س
الفرع : العلمي — مدة الامتحان : ٠٠ : ٢
اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٥/١٢/٣٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السـؤال الأول : (٢٠ علامة)

أ) جـد كلاً مما يأتي:

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{٦ - س - \sqrt{س + ١}}{٩ - ٣ س}$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢ س - جا س}{١ - جتا ٢ س}$ (٧ علامات)

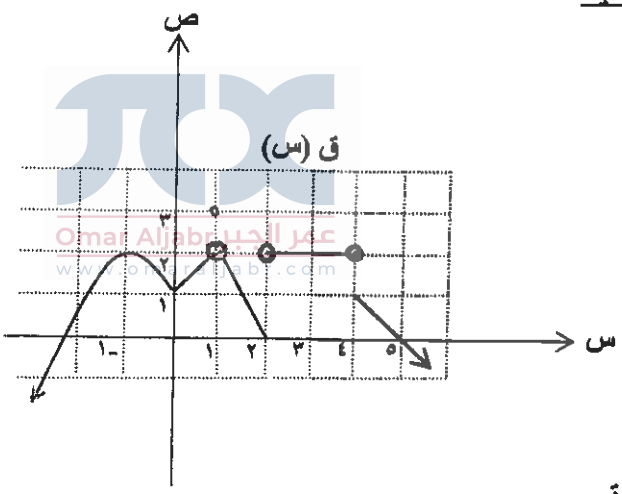
ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{٩ س^{٢} - ١}{١ - ٦ س + ٩ س^{٢}} & ، \frac{١}{٣} > س \geq \frac{١}{٣} \\ -٢ & ، س = \frac{١}{٣} \\ -٦ س - [س] & ، \frac{١}{٣} < س \leq \frac{٤}{٣} \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = $\frac{١}{٣}$ (٧ علامات)

السـؤال الثاني : (٢١ علامة)

أ) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق (س) على الفترة [٢ ، ٥] يساوي (٧) ، وكان متوسط تغيّره على الفترة [٥ ، ٩] يساوي (١٤) ، فجـد متوسط التغيّر في الاقتران ق (س) على الفترة [٢ ، ٩] .
(٥ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...



ب) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران

ق (س) : س ∈ ح ، أجـــب عن كلٍّ ممـــا يأتـــي:

١) إذا كانت نهـــــا ق (س) = ٢ ، فجـد قيم الثابت ﻫ .
س ← ﻫ

٢) إذا كانت نهـــــا ق (س) غير موجودة ،
س ← ب

فجـد قيم الثابت ب.

٣) جـد قيم س التي تكون عندها ق′(س) غير موجودة.

٤) جـد: ق′(-١) ، ق′(٣) ، ق′(٥).

(١١ علامة)

ج) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان (ق ٥ هـ) (س) = $\frac{س^{٣} + ﻫ}{س + ١}$ + $\frac{١}{٢}$ ، س ≠ -١

وكان ق′(س) = $\sqrt[٣]{س^{٢} + ٧}$ ، هـ′(١) = ٤ ، هـ(١) = ١ ، فجـد قيمة الثابت ﻫ .

(٥ علامات)

الســـــــــؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كان الاقتران ق (س) قابلاً للاشتقاق، وكان ص^{٢} = س ق (س) ، ص > ■ ، ق (١) = ٤

ق′(١) = ١ ، فجـد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١ (٦ علامات)

ب) إذا كان جـا^{٢} ٣ س = (١ - ص^{٢})^{٦} ، فأثبت أن :

٢ ص ص′ = ظتـا ٣ س (ص^{٢} - ١) (٦ علامات)

ج) ليكن ق (س) = $\sqrt{س}$ + | س - ٢ | ، س ∈ (٠ ، ٤) ، ابحث في قابلية الاقتران ق (س) للاشتقاق

عند س = ٢ باستخدام التعريف العام للمشتقة. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

السـؤال الرابع : (٢٥ علامة)

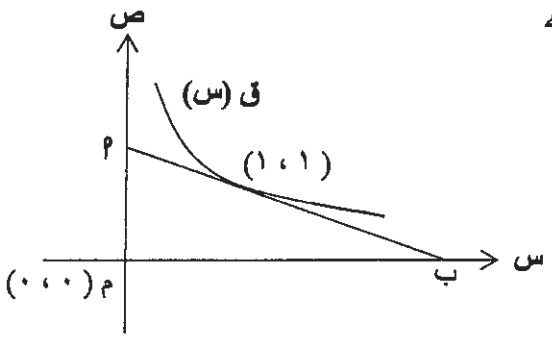
أ) يتحرك جسيم وفق العلاقة ع^{٢} (ن) = ٦ − $\frac{\text{م}}{\text{ف (ن)}}$ ، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني ، إذا علمت أن تسارع الجسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته يساوي (٩) م/ث^{٢} ، فجد قيمة الثابت م .

(٥ علامات)

عمر الجبر Omar Aljabr
omaraljabr.com

ب) معتمدًا الشكل المجاور الذي يُمثّل المثلث م ب الذي ضلعه $\overline{\text{م ب}}$ يمس منحنى الاقتران ق (س) = $\frac{\text{جـ}}{\text{س} + ١}$ ، س ≠ −١

عند النقطة (١ ، ١) ، فجد قيمة الثابت جـ التي تجعل مساحته تساوي ($\frac{٩}{٤}$) وحدة مربعة.



(٧ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\sqrt[٣]{\text{س}^{٣} - ٢٧\text{ س}}$ ، س ∈ (−١٠ ، ١٠) ، فجد كلاً مما يأتي: (١٣ علامة)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت).

السـؤال الخامس : (١٥ علامة)

أ) رُسم مثلث متساوي الأضلاع داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة، بدأ كل من الدائرة والمثلث بالتمدد مُحافظيْن على شكلهما ووضعهما، بحيث يتمدد نصف قطر الدائرة بمعدّل (٣) سم/د ، جد معدّل تغيّر مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث عندما يكون نصف قطر الدائرة (٩) سم.

(٧ علامات)

ب) جد حجم أكبر موشور (منشور) رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته (٦) سم وارتفاعه (٨) سم. (٨ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الشتوية

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات
الفرع: العلمي م٣

مدة الامتحان : ٣ س
التاريخ : ٣٠/١٢/٢٠١٥

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
٣٧	السؤال الأول :- (٢٠ علامة)

أ) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+١} - ٦}{٩ - ٣س}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+١} - ٦}{٩ - ٣س} \times \frac{\sqrt{س+١} + ٦}{\sqrt{س+١} + ٦}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س+١) - ٣٦}{(٩ - ٣س)(\sqrt{س+١} + ٦)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س - ٣٥}{(٩ - ٣س)(\sqrt{س+١} + ٦)}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{-(س - ٣٥)}{٣(٣ - س)(\sqrt{س+١} + ٦)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{-(س - ٣٥)(س + ٣)}{٣(٣ - س)(\sqrt{س+١} + ٦)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{-(س^٢ + ٣س - ٣٥)}{٣(\sqrt{س+١} + ٦)}$

$= \frac{-(٩ + ٩ - ٣٥)}{٣(٢ + ٦)} = \frac{-(-١٢)}{٣(٨)} = \frac{١١}{١٢}$

رقم الصفحة في الكتاب

٤٦

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١) $\lim_{س \to 0} \left(\frac{س^2 - جاس}{1 - جتا س} \right)$

$= \lim_{س \to 0} \frac{س^2 - جاس}{\sqrt{2 جاس}}$ (١)

$\therefore \lim_{س \to 0} \frac{س^2 - جاس}{\sqrt{2|جاس|}}$ (١) .....

لتعيين تقريب $|جاس| = \begin{cases} جاس & ، س \geq 0 \\ -جاس & ، س < 0 \end{cases}$

عند النهاية من اليمين واليسار ونفوض مكان $|جاس|$ بـ

* $\lim_{س \to 0^+} \frac{س^2 - جاس}{\sqrt{2 جاس}} = \lim_{س \to 0^+} \frac{س^2}{\sqrt{2 جاس}} - \lim_{س \to 0^+} \frac{جاس}{\sqrt{2 جاس}}$ (١)

$= \frac{ج^2}{ج^2} - \frac{1}{ج^2} = \frac{ج^2 - 1}{ج^2} = \frac{1}{ج^2}$ (١)

* $\lim_{س \to 0^-} \frac{س^2 - جاس}{\sqrt{-2 جاس}} = \lim_{س \to 0^-} \frac{س^2}{\sqrt{-2 جاس}} + \lim_{س \to 0^-} \frac{جاس}{\sqrt{-2 جاس}}$ (١)

$= \frac{ج^2}{ج^2} + \frac{1}{ج^2} = \frac{ج^2 + 1}{ج^2} = \frac{1}{ج^2}$ (١)

$\therefore \lim_{س \to 0^+} \frac{س^2 - جاس}{\sqrt{2 جاس}} = \lim_{س \to 0^-} \frac{س^2 - جاس}{\sqrt{-2 جاس}}$ (١)

$\therefore \lim_{س \to 0} \frac{س^2 - جاس}{\sqrt{1 - جتا س}}$ غير موجودة .

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

٣٣ ٥٨

س ∈ ب)

$$هـ(س) = \begin{cases} \dfrac{٩س^{٢}-١}{\sqrt{١-٦س+٩س^{٢}}} & ، \dfrac{-١}{٣} < س < \dfrac{١}{٣} \\ -٢ & ، س = \dfrac{١}{٣} \\ -٦س-[س] & ، \dfrac{١}{٣} < س < \dfrac{٤}{٣} \end{cases}$$

نبحث في اتصال المقران هـ(س) عند $س = \frac{١}{٣}$

* $هـ(\frac{١}{٣}) = -٢$ (١) ، هـ(س) معرّفة عند $س = \frac{١}{٣}$.

* $\lim_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} هـ(س) = \lim_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \dfrac{٩س^{٢}-١}{\sqrt{١-٦س+٩س^{٢}}}$

$= \lim_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \dfrac{(٣س-١)(٣س+١)}{\sqrt{(١-٣س)(١-٣س)}}$ (١) اختبار المقام

$= \lim_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \dfrac{(٣س-١)(٣س+١)}{\sqrt{(١-٣س)^{٢}}}$

$= \lim_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \dfrac{(٣س-١)(٣س+١)}{|١-٣س|}$ (١)

$= \lim_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \dfrac{(٣س-١)(٣س+١)}{١-٣س} = -٢$ (١)

نجد $\lim_{س \to \frac{١}{٣}^{+}} هـ(س) = \lim_{س \to \frac{١}{٣}^{+}} -٦س-[س] = -١$ فقط (١) تصور بعض صحيح $\frac{١}{٣}$

$= -٢$ (١)

$\therefore \lim_{س \to \frac{١}{٣}} هـ(س) = -٢$

* بما أن $\lim_{س \to \frac{١}{٣}} هـ(س) = هـ(\frac{١}{٣}) = -٢$

$\therefore$ هـ(س) متصل عند $س = \frac{١}{٣}$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني : (١٢ علامة)

أ) متوسط تغير الاقتران ن على الفترة [٤ ، ٥] = ٧ ، ٨٧

$$\frac{ن(٥) - ن(٤)}{٥ - ٤} = ٧$$

$$ن(٥) - ن(٤) = ١٢ \quad \cdots\cdots (١)$$

متوسط تغير الاقتران ن على الفترة [٥ ، ٩] = ١٤

$$\frac{ن(٩) - ن(٥)}{٩ - ٥} = ١٤$$

$$ن(٩) - ن(٥) = ٥٦ \quad \cdots\cdots (٢)$$

حل المعادلتين (١) ، (٢) بطريقة الحذف نجد

$$ن(٥) - ن(٤) = ١٢$$
$$ن(٩) - ن(٥) = ٥٦$$
$$ن(٩) - ن(٤) = ٦٨$$

∴ متوسط تغير الاقتران ن على الفترة [٤ ، ٩]

$$= \frac{ن(٩) - ن(٤)}{٩ - ٤} = \frac{٦٨}{٥}$$

$$= ١١$$

رقم الصفحة في الكتاب	
	س ١١ ب)
٧٣	٣) ١) -١ ، ١ ، ٦ الفترة المفتوحة (٢ ، ٤)
	١+١) ٢) ٢ ، ٤
١٠١	٣) ٣) صفر ، ١ ، ٢ ، ٤
١٥٦	٤) ق(-١) = صفر
١٠٥	ق(٣) = صفر
١٥٤	لنجد ق(٥)
	نأخذ النقطتين (٤ ، ١) ، (٥ ، ٠) ، ثم نجد الميل
	$م = \frac{٠ - ١}{٥ - ٤} = \frac{-١}{١} = -١$
	وعلماً أن ق(س) = الميل
	∴ ق(٥) = -١

Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com

اي أخطاء يخسر علامة

اي زيادة يخسر علامة

اي زيادة يخسر علامة

اي زيادة يخسر علامة

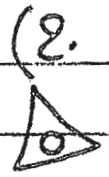
إذا أوجد نقطة واحدة فقط يأخذ علامتين

رقم الصفحة في الكتاب

JOX عمر الشوبكي www.jo3bi.com

١١٣ / ١٣٣ تشتق للعرض

$$\text{ص}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣} + ٢\text{س} + ٢}{\text{س} + ١} + \frac{١}{٤}$$



$$\text{ص}'(\text{س}) = \frac{(\text{س}+١)(٣\text{س}^{٢}) - (\text{س}^{٣}+٢\text{س}+٢)(١)}{(\text{س}+١)^{٢}} \quad (١)$$

$$\text{ص}'(\text{س}) = \frac{٣\text{س}^{٣} + ٣\text{س}^{٢} - \text{س}^{٣} - ٢\text{س} - ٢}{(\text{س}+١)^{٢}} \quad (١)$$

نعوض بدل قيمة س

$$\text{ص}'(١) = \frac{٣(١)^{٢} + ٢(١) - ٢}{(١+١)^{٢}} \quad (١)$$

$$\text{ص}'(١) = \frac{٣ + ٢ - ٢}{٤} = \frac{٣}{٤} \times ٤$$

$$\frac{\text{ع} - ٥}{٤} = ٤ \times \sqrt[٣]{٢٧ + ٨} \quad (١)$$

$$\frac{\text{ع} - ٥}{٤} = ٤ \times \sqrt[٣]{٨}$$

$$\frac{\text{ع} - ٥}{٤} = ٨$$

$$\text{ع} - ٥ = ٣٢$$

$$\text{ع} = ٣٢ - ٥ \Leftarrow \text{ع} = -٢٧ \quad (١)$$

* تمام إذا تعطاه ص بدلالة س واكمل بنفس الطريقة

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث :- (١٩ علامة)

أ) $ص^2 = س \, هـ(س^2)$ ..... (١)

١١٢ / ١٣٨

(١) $\frac{د ص}{د س} = س \times هـ'(س^2) \times د(س^2) + هـ(س^2) \times (١)$

$\frac{د ص}{د س} = ٢س^2 \, هـ'(س^2) + هـ(س^2)$ (١)

$\frac{د ص}{د س} = ٤(١)^2 \, هـ'(٤(١)) + هـ(٤(١))$

$\frac{د ص}{د س} = ٤ \, هـ'(١) + هـ(١)$

$\frac{د ص}{د س}$ ٢ ص

$\frac{د ص}{د س} = ٦ \Leftarrow$ ٢ ص $= \frac{٦}{\frac{د ص}{د س}}$ (١)

لكن $ص^2 = س \, هـ(س^2)$

عند $س = ١ \Leftarrow ص^2 = (١) \, هـ(٤(١))$

$ص^2 = ١ \times ٤$

$ص^2 = ٤ \Leftarrow ص = \pm ٢$ (١)

$\therefore \frac{د ص}{د س} = \frac{٦}{٢ \times ٢} = \frac{٦}{٤}$

$= \frac{٣}{٢}$ (١)

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

٣ ب)

٦
جا ٣س = (١ − ص²) نشتق الطرفين

٣٨ / ٤٦

٢ × ٣ جا ٣س جتا ٣س = ٦ (١ − ص²) (−٢ص) ص'

نضرب الناتج أعلاه بـ (١ − ص²)

⇐ جا ٣س جتا ٣س (١ − ص²) = (١ − ص²) (−٢ص) ص'

جا ٣س جتا ٣س (١ − ص²) = جا ٣س (٢ص) ص'

ص' = جا ٣س جتا ٣س (١ − ص²) / جا ٣س ٢ص

ص' = ظتا ٣س (١ − ص²) / ٢ص

⇐ ٢ص ص' = ظتا ٣س (١ − ص²)

عمر الجابر للاختبارات والاختبارات

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س٣) ج) نجد تقريباً لاتزان م(س) لنجد

$$م(س) = \begin{cases} \text{[illegible]} & \\ \text{[illegible]} & \end{cases}$$

①

①

$$م'_+(د) = \lim_{س \to د^+} \frac{م(س) - م(د)}{س - د} = \lim_{س \to د^+} \frac{\text{[illegible]}}{س - د}$$

$$= \lim_{س \to د^+} \frac{\text{[illegible]}}{س - د}$$

$$= \lim_{س \to د^+} \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$$

$$= 1 + \frac{1}{\text{[illegible]}}$$

①

$$م'_-(د) = \lim_{س \to د^-} \frac{م(س) - م(د)}{س - د} = \lim_{س \to د^-} \frac{\text{[illegible]}}{س - د}$$

$$= \lim_{س \to د^-} \frac{\text{[illegible]}}{س - د}$$

$$= 1 - \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$$

①

$$= 1 - \frac{1}{\text{[illegible]}}$$

بما أن $م'_+(د) \neq م'_-(د)$ ∴ م(س) غير قابل لـ N عند $س = د$

①

* عكسية حل السؤال السابق باستخدام قانون تعريف المشتقة النهائي (ص)

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال الرابع: (٢٥ علامة)

أ) $ع(ن) = ٦ - \frac{أ}{ف(ن)}$ نشتق الطرفين ١٦٥

٥

①

$٢ ع(ن) عَ(ن) = صفر - \frac{- أ فَ(ن)}{(ف(ن))^٢}$ ①

$٢ ع(ن) ت(ن) = \frac{أ ع(ن)}{(ف(ن))^٢}$

$\left(\frac{أ}{(ف(ن))^٢}\right) = ٢ ت(ن)$ ①

أو $٢ ت(ن) = \frac{أ}{(ف(ن))^٢}$ --- (١)

عندما $ع(ن) = ٠ \Leftarrow ٠ = ٦ - \frac{أ}{ف(ن)} \Leftarrow \frac{أ}{ف(ن)} = ٦$

$٦ ف(ن) = أ$

$ف(ن) = \frac{أ}{٦}$ ①

نعوض قيمة ف(ن) في المعادلة (١)

$\Leftarrow ٢ \times ٩ = \frac{أ}{(\frac{أ}{٦})^٢}$

$١٨ = \frac{أ}{\frac{أ^٢}{٣٦}} \Leftarrow ١٨ = \frac{٣٦ أ}{أ^٢}$

$\Leftarrow ١٨ أ^٢ = ٣٦ أ \Leftarrow$

$أ^٢ - ٢ أ = ٠$

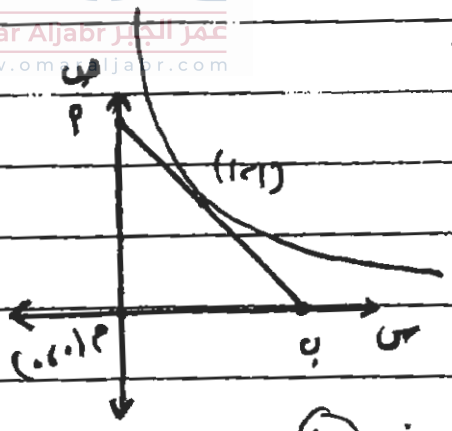
$أ(أ - ٢) = ٠$ ①

أ = ٠ ✗ أو أ = ٢ ✓

عندما يكون أ = صفر يكون الجسم يتحرك بسرعة ثابتة وبالتالي يكون التسارع صفر.

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com



ق ∩ ب)

م(س) = $\frac{-جـ}{(س+١)^{٢}}$ ①

ميل المماس = $\frac{-جـ}{(١+١)^{٢}} = \frac{-جـ}{٤}$ ①

معادلة المماس

ص − $\frac{جـ}{٤}$ = $\frac{-جـ}{٤}$ (س − ١) ①

⇐ ص = $\frac{-جـ}{٤}$ س + $\frac{جـ}{٤}$ + ١ ⇐ ص = $\frac{-جـ}{٤}$ س + $\frac{(جـ+٤)}{٤}$

نجد نقطة التقاطع مع محور الصادات بوضع س = ٠

ص = $\frac{-جـ}{٤}$ × ٠ + $\frac{(جـ+٤)}{٤}$ ⇐ ص = $\frac{جـ+٤}{٤}$

① ⇐ م = $\frac{جـ+٤}{جـ}$

نجد نقطة التقاطع مع محور السينات بوضع ص = ٠

① ⇐ ٠ = $\frac{جـ+٤}{٤}$ ⇐ س = − $\frac{٤}{جـ}$ × $\frac{جـ+٤}{٤}$

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ب م × م ق

① $\frac{٩}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{جـ+٤}{جـ}$ × $\frac{جـ+٤}{٤}$

١٨ جـ = (جـ + ٤)^{٢} ⇐ ١٨ جـ = جـ^{٢} + ٨ جـ + ١٦

جـ^{٢} − ١٠ جـ + ١٦ = صفر

(جـ − ٢) (جـ − ٨) = صفر

⇐ جـ = ٢ ، ٨

عندما جـ = ٢ ⇐ م(س) = $\frac{٢}{س+١}$ ، م(١) = $\frac{٢}{٢}$ = ١

عندما جـ = ٨ ⇐ م(س) = $\frac{٨}{س+١}$ ، م(١) = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ ✗

∴ جـ = ٢ ①

نرفض

نشارات

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr

س٤٠) ١٣

$م(س) = \sqrt[3]{س^3 - 27س}$ ، $س \in [-1, 1]$ ١٨٩

$م(س) = (س^3 - 27س)^{\frac{1}{3}}$

$م'(س) = \frac{1}{3}(س^3 - 27س)^{-\frac{2}{3}}(3س^2 - 27)$ ①

$= \frac{3س^2 - 27}{3(س^3 - 27س)^{\frac{2}{3}}}$ ①

$= \frac{3س^2 - 27}{3\sqrt[3]{(س^3 - 27س)^2}}$ ① ∴ م غير موجودة عند أصفار المقام

$3س^2 - 27 = 0 \Leftarrow 3(س^2 - 9) = 0$

$3(س - 3)(س + 3) = 0$ ①

$س = 3 ، -3$

$س^3 - 27س = 0 \Leftarrow س(س^2 - 27) = 0$ ①

$س = 0$

$س^2 = 27 \Leftarrow س = \pm\sqrt{27} = \pm 3\sqrt{3}$

$-\infty$		$-3\sqrt{3}$		-3		0		3		$3\sqrt{3}$		∞
$م'(س)$	+	0	−	غير معرف	−	0	+	غير معرف	−	0	+	
$م(س)$	↗	قيمة عظمى محلية	↘	قيمة صغرى محلية	↘	لا قيمة عظمى ولا صغرى	↗	قيمة صغرى محلية	↘	قيمة عظمى محلية	↗	

① ١) الاقتران م(س) متناقص في الفترة $[-3, 3]$.

② الاقتران م(س) متزايد في $[-\infty, -3\sqrt{3}] \cup [3\sqrt{3}, \infty)$.

٢) للاقتران م قيمة عظمى محلية عندما $س = -3$ وقيمتها $م(-3) = \sqrt[3]{(-3)^3 - 27(-3)} = \sqrt[3]{(-3)(-27)}$ ①

للاقتران م قيمة صغرى محلية عندما $س = 3$ وقيمتها $م(3) = \sqrt[3]{(3)^3 - 27(3)} = \sqrt[3]{(3)(-27)}$ ①

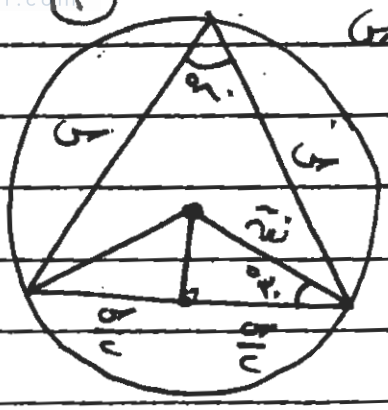
رقم الصفحة في الكتاب

١٧٣

السؤال الخامس : (١٥ علامة)

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

(١) نفرض أن طول ضلع المثلث س



مساحة المنطقة المظللة = مساحة الدائرة - مساحة المثلث

م = π نق^{٢} - $\frac{١}{٢}$ س ع جا ٦٠°

م = π نق^{٢} - $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ع^{٢}

م = π نق^{٢} - $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ × (٢ نق)^{٢}

م = π نق^{٢} - $\frac{٣\sqrt{٣}}{٤}$ نق^{٢}

$\frac{د م}{د نق}$ = ٢ π نق - $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ نق

د نق ⟸ $\frac{د م}{د نق}$ = ٠

نق = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢\pi - ٣\sqrt{٣}}$ ع

$\frac{س}{٢ نق}$ = جا ٣٠°

$\frac{س}{نق}$ = ٢ جا ٣٠°

$\frac{س}{نق}$ = ٢ × $\frac{١}{٢}$

$\frac{س}{نق}$ = ١

س = نق

س = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢\pi - ٣\sqrt{٣}}$ ع

س = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢\pi - ٣\sqrt{٣}}$ × ٢ نق

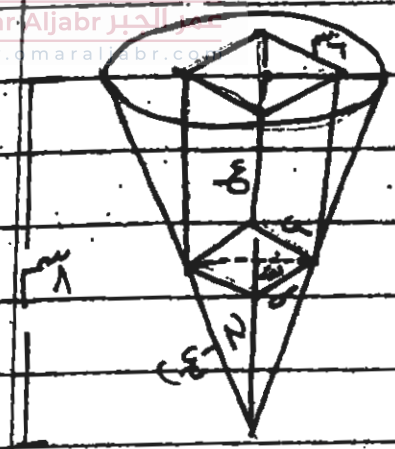
س = $\frac{٦\sqrt{٣}}{٢\pi - ٣\sqrt{٣}}$ نق

س = $\frac{٦\sqrt{٣}}{٢\pi - ٣\sqrt{٣}}$ × $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢\pi - ٣\sqrt{٣}}$ ع

س = $\frac{١٨}{٢\pi - ٣\sqrt{٣}}$ ع

رقم الصفحة في الكتاب

س ٥ ب) نفرض أن طول ضلع قاعدة الموشور = س ، وارتفاعه = ع



حجم الموشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

(١) ح = س² × ع

ح = س² (٨ − ٤/٣ نقـ)

ح = س² (٨ − ٤/٣ (١/٢√ س)) (١)

ح = ٨ س² − ٤/(٢√٣) س^٣

(١) ح' = ١٦ س − ٤/(٢√) س² = صفر

٤ س (٤ − ١/٢√ س) = ٠

س = ٠ ، ٤ − ١/٢√ س = ٠

(١) ١/٢√ س = ٤

س = ٤√٢

(١) عظمى ، + + + + ، − − − − ، ٤√٢

أكبر حجم للموشور عندما س = ٤√٢

← نقـ = ١/٢√ × ٤√٢ × ٤√٢ = ٤ سم

ع = ٨ − ٤/٣ × ٤ = ٨ − ١٦/٣

= (٢٤ − ١٦)/٣

= ٨/٣ سم

∴ حجم الموشور = ٤√٢ × ٤√٢ × ١/٢ × ٨

(١) = (٨ × ٨ × ١٦)/٣ = ٥٦/٣

= ٨٥,٣ سم^٣

* نفرض أن طول نصف قطر دائرة القاعدة للموشور = نقـ سم

(١) (نقـ)² = س² + س²

٤ نقـ² = ٢ س²

نقـ² = ١/٢ س²

نقـ = ١/٢√ س

* نستخدم تشابه المثلثات

لنجد نقـ

٨ سم ، نقـ ، ٦ سم

٨ / نقـ = ٦ / (٨ − ع)

٦ نقـ = ٨ (٨ − ع)

٤٨ − ٦ ع = ٨ نقـ

نقـ = ٦ − ٣/٤ ع

٦ − نقـ = ٣/٤ ع

٤/٣ (٦ − نقـ) = ع

ح = ٨ − ٤/٣ نقـ (١)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

(٥) تعريف المشتقة:

نفرض $ق(س) = س|س|$

$ق(٣) = ٦$

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{٦ - س|س|}{٩ - ٣س}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{ق(٣) - ق(س)}{٩ - ٣س}$ $\frac{-}{-}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{ق(٣) - ق(س)}{٣(٣ - س)} = \frac{١}{٣} ق'(٣)$

$= \frac{١١}{١٢}$

$ق'(س) = ٢س + \frac{|س|}{س}$ ①

$ق'(٣) = ٦ + \frac{٣}{٣} = ٧$

٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتاس - ١}{\sqrt{١ - جتاس}}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{جتاس - ١}{\sqrt{(١ - جتاس)(١ + جتاس)}}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{جتاس - ١}{\sqrt{١ - جتا^٢س}}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{جتاس - ١}{\sqrt{جا^٢س}}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{جتاس - ١}{\sqrt{جا^٢س}}$

$= \lim_{س \to ٠^+} \frac{جتاس - ١}{جاس}$

$= \frac{١}{\sqrt{٢}} (\lim_{س \to ٠^+} \frac{جتاس}{س} - \lim_{س \to ٠^+} \frac{١}{س} \times \frac{جاس}{س})$

$= \frac{١}{\sqrt{٢}} (١ - ٠) = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$= \lim_{س \to ٠^-} \frac{جتاس - ١}{-جاس}$

$= \frac{١}{\sqrt{٢}} (\lim_{س \to ٠^-} \frac{جتاس}{س} - \lim_{س \to ٠^-} \frac{١}{س} \times \frac{جاس}{س})$

$= \frac{١}{\sqrt{٢}} (٠ - ١) = -\frac{١}{\sqrt{٢}}$

∴ $\lim_{س \to ٠} \frac{جتاس - ١}{\sqrt{١ - جتاس}}$ غير موجودة.

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

٤

أ) س ٩

١) نضرب ونقسم في $-٣\sqrt{١+٢س}$

$$\lim_{س\to٣} \frac{-س\sqrt{١+٢س} - ٣\sqrt{١+٢س} + ٣\sqrt{١+٢س} + ٦}{س^{٢}-٩}$$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{-(س+٣)\sqrt{١+٢س}}{(س-٣)(س+٣)} + \lim_{س\to٣} \frac{٦-٣\sqrt{١+٢س}}{س^{٢}-٩}$$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{-\sqrt{١+٢س}}{س-٣} + \lim_{س\to٣} \frac{-٦(\sqrt{١+٢س}-٣)}{(س-٣)(س+٣)(\sqrt{١+٢س}+٣)}$$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{-\sqrt{١+٢س}}{س-٣} + \lim_{س\to٣} \frac{-٦(١+٢س-٩)}{(س-٣)(س+٣)(\sqrt{١+٢س}+٣)}$$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{-\sqrt{١+٢س}}{س-٣} + \lim_{س\to٣} \frac{-١٢(س-٣)}{(س-٣)(س+٣)(\sqrt{١+٢س}+٣)}$$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{-\sqrt{١+٢س}}{س-٣} + \lim_{س\to٣} \frac{-١٢}{(س+٣)(\sqrt{١+٢س}+٣)}$$

$$= -\frac{\sqrt{٧}}{٦} - \frac{١٢}{٦(٦)} = -\frac{\sqrt{٧}}{٦} - \frac{١}{٣}$$

ب) $\lim_{س\to٣} \frac{\sqrt{١+٢س}-٣}{س-٣} \times \frac{\sqrt{١+٢س}+٣}{\sqrt{١+٢س}+٣}$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{١+٢س-٩}{(س-٣)(\sqrt{١+٢س}+٣)}$$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{٢(س-٣)}{(س-٣)(\sqrt{١+٢س}+٣)}$$

$$= \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$$

ج) $\lim_{س\to٣} \frac{س^{٢}-س-٦}{٣(س-٣)(٤)}$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{(س-٣)(س+٢)}{١٢(س-٣)}$$

$$= \frac{٥}{١٢}$$

د) $\lim_{س\to٣} \frac{\sqrt{س+١}-٢}{س-٣} \times \frac{\sqrt{س+١}+٢}{\sqrt{س+١}+٢}$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{س+١-٤}{(س-٣)(\sqrt{س+١}+٢)}$$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{١}{\sqrt{س+١}+٢}$$

$$= \frac{١}{٤}$$

هـ) $\lim_{س\to٣} \frac{\sqrt{٢س+٣}-٣}{س-٣} \times \frac{\sqrt{٢س+٣}+٣}{\sqrt{٢س+٣}+٣}$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{٢س+٣-٩}{(س-٣)(\sqrt{٢س+٣}+٣)}$$

$$= \lim_{س\to٣} \frac{٢(س-٣)}{(س-٣)(\sqrt{٢س+٣}+٣)}$$

$$= \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السؤال ٩

(١)

الطرح والإضافة

$$\text{نهـ}_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+١} + ٦ - س}{٩ - ٣س}$$ نطرح ونضيف $-٢س$

$$\text{نهـ}_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+١} - ٢س + ٦}{٩ - ٣س}$$ بقسمة البسط والمقام

$$\text{نهـ}_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+١} - ٢}{-٣(س-٣)} + \frac{-٢س + ٦}{-٣(س-٣)}$$

$$\text{نهـ}_{س \to ٣} \frac{س - ٣}{-٣(س-٣)(\sqrt{س+١} + ٢)} + \frac{-٢(س-٣)}{-٣(س-٣)}$$

$$\text{نهـ}_{س \to ٣} \frac{١}{-٣(\sqrt{س+١} + ٢)} + ٢$$

$$= \frac{-١}{١٢} + ٢$$

$$= \frac{-١}{١٢} + \frac{٢٤}{١٢}$$

$$= \frac{٢٣}{١٢}$$

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x-\sin x}{1-\cos x}\times\frac{1+\cos x}{1+\cos x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2x-\sin x)(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x-\sin x}{\sin x}\times\lim_{x\to 0}\frac{1+\cos x}{\sin x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2-\frac{\sin x}{x}}{\frac{\sin x}{x}}\times\lim_{x\to 0}\frac{1+\cos x}{\sin x}$$

$$\frac{2-1}{1}\times\lim_{x\to 0}\frac{1+\cos x}{\sin x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1+\cos x}{\sin x}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{1+\cos x}{\sin x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{1+\cos x}{\sin x}=-\infty$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{2x-\sin x}{1-\cos x}$$

غير موجودة

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$$\text{جا}^2 3س = (1 - \text{جتا}^2 3س)^2 \quad (1)$$

$$\text{جا}^2 3س \times 3 \text{ جتا } 3س = 2(1 - \text{جتا}^2 3س) \times -\text{جا } 3س \times 3 \quad (1)$$

$$\frac{\text{جا}^2 3س \text{ جتا } 3س}{-6(1 - \text{جتا}^2 3س)^2} = \frac{-\text{جا } 3س \text{ جتا } 3س}{-6(1 - \text{جتا}^2 3س)^2} \quad (1)$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{(1 - \text{جتا}^2 3س)}{(1 - \text{جتا}^2 3س)} \times \frac{-\text{جا } 3س \text{ جتا } 3س}{(1 - \text{جتا}^2 3س)^2} \quad (1)$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{-\text{جا } 3س \text{ جتا } 3س}{(1 - \text{جتا}^2 3س)}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{(\text{جتا}^2 3س - 1) \text{ جا } 3س \text{ جتا } 3س}{\text{جا}^2 3س} \quad (1)$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{(\text{جتا}^2 3س - 1) \text{ جتا } 3س}{\text{جا } 3س}$$

$$\frac{ص}{س} = (\text{جتا}^2 3س - 1) \text{ ظا } 3س$$

اختبارات

(١٠)

س ٣ :

(ب) $\text{ظا}^{٦}٣س = (١ - \text{جتا}^{٢}٣س)^{٣}$

$\text{جا}^{٢}٣س \times ٣\text{جتا}٣س = ٣ \times (١ - \text{جتا}^{٢}٣س)^{٢} \times -٢\text{جتا}٣س \times -\text{جا}٣س$ (i) بالتعويض عن $\text{جا}^{٢}٣س$

$$\text{ظتا}٣س = \frac{(١ - \text{جتا}^{٢}٣س)^{٢} \times -٢\text{جتا}٣س \times -\text{جا}٣س}{\text{جا}^{٢}٣س}$$ (١)

$$\text{ظتا}٣س = \frac{(١ - \text{جتا}^{٢}٣س)^{٢} \times ٢\text{جتا}٣س \times \text{جا}٣س}{(١ - \text{جتا}^{٢}٣س)}$$ (١)

بالضرب في -١ $\quad (١ - \text{جتا}^{٢}٣س)\text{ظتا}٣س = -٢\text{جتا}٣س \times \text{جا}٣س$

$\therefore \text{جتا}٣س \times \text{جا}٣س = (\text{جتا}^{٢}٣س - ١)\text{ظتا}٣س$ (١)

(٨)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ع = ٦ − م / ف

(١) ✓

ع = ٠ ⇒ م / ف = ٦

ف = م / ٦

(١٠) ✓

ك ع / ك ن = − م / ف²

بالمضاعفات

ك ع / ك ن = − م / ف² ع

(١) ✓

عندما ع = ٠

٠ = ٦ − م / ف

م / ف = ٦

ف = م / ٦ (١) ✓

الدرس ٥: الاختبار الأول
الاختبارات

نعوض متى ف في المعادلة

٢ × ٩ = م / (م² / ٣٦)

م ٣٦ / م² = ١٨

م ٣٦ = ١٨ م²

١٨ م² − ٣٦ م = ٠

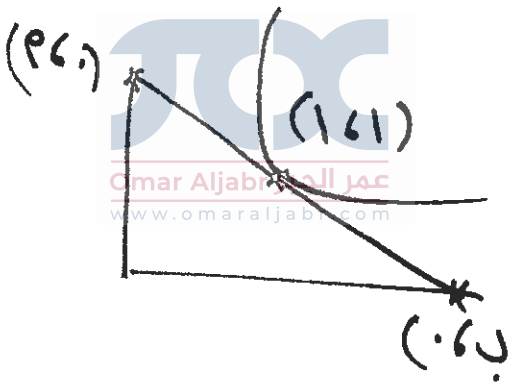
١٨ م (م − ٢) = ٠

م = ٠ مرفوضة

م = ٢ ✓ (١)

ل

ج) $ق'(س) = \frac{-ب}{(س+١)^{ج}}$ ①



عمر الجابري
www.omaraljabri.com

المماسة = ميل $\frac{-ب}{(س+١)^{ج}}$ = ① $\frac{ب-١}{١٠}$

عند س = ١

$\frac{-ب}{٤} = \frac{-٨}{٤}$ لأن $\frac{-ب}{١-ب} = \frac{-٨}{١٠}$

$١-ب = \frac{-٤}{٥}$

$\therefore ب = ١ + \frac{٤}{٥}$ ①

$\frac{ب}{٤} = \frac{٨}{٤}$

$ب - ١ = \frac{٤}{٥}$

$ب = ١ + \frac{٤}{٥}$ ①

وبما أن المساحة $= \frac{٩}{٤}$

أي أن $\frac{١}{٢} \times ب \times ٣ = \frac{٩}{٤}$

$ب = \frac{٩}{٤}$

$(\frac{٩}{٤} + ١)(١ + \frac{٤}{٥}) = ٢ق$

$\frac{٩}{٤} + ١ + ١ + \frac{٤}{٥} = ٢ق$

$\frac{٩}{٤} + ٢ + \frac{٤}{٥} = ٢ق$

$ق = \frac{٩}{٤}$ ①

ب) $ق(س) = ٢س^{٣} - ٣س^{٢} - ١٢س + ٤$

$ق'(س) = ٦س^{٢} - ٦س - ١٢$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ٢$

$ق''(س) = ١٢س - ٦$

$ق''(٢) = ١٢(٢) - ٦ = ١٨ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٢$

$ق(٢) = ٢(٢)^{٣} - ٣(٢)^{٢} - ١٢(٢) + ٤$

$= ١٦ - ١٢ - ٢٤ + ٤ = -١٦$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= -١٦$

ج) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

د) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

هـ) $ق(س) = ٢س^{٣} - ٣س^{٢} - ١٢س + ٤$

$ق'(س) = ٦س^{٢} - ٦س - ١٢$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ٢$

$ق''(س) = ١٢س - ٦$

$ق''(٢) = ١٢(٢) - ٦ = ١٨ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٢$

$ق(٢) = ٢(٢)^{٣} - ٣(٢)^{٢} - ١٢(٢) + ٤$

$= ١٦ - ١٢ - ٢٤ + ٤ = -١٦$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= -١٦$

و) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ز) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ح) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ط) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ي) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ك) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ل) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

م) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ن) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

س) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ع) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ف) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ص) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ق) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ر) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ش) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ت) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ث) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

خ) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ذ) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ض) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ظ) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

غ) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

أ) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ب) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ج) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

د) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

هـ) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

و) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ز) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ح) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ط) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ي) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ك) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ل) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

م) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ن) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

س) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ع) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ف) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $= ٨$

$ق''(٣) = ١٨ - ١٢ = ٦ > ٠$

$\therefore$ ق له قيمة صغرى عند $س = ٣$

$ق(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ + ٤ = ٤$

$\therefore$ القيمة الصغرى $= ٤$

ص) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٤$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق'(س) = ٠$ عند $س = ١$ ، $س = ٣$

$ق''(س) = ٦س - ١٢$

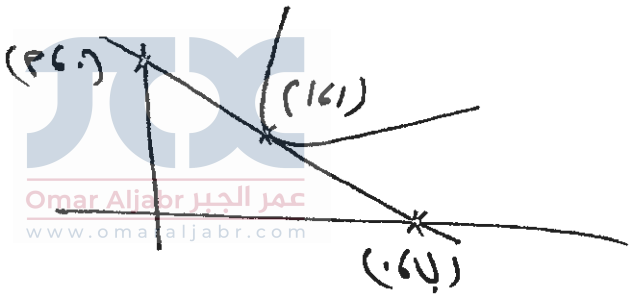
$ق''(١) = ٦ - ١٢ = -٦ < ٠$

$\therefore$ ق له قيمة عظمى عند $س = ١$

$ق(١) = ١ - ٦ + ٩ + ٤ = ٨$

$\therefore$ القيمة العظمى $=

ب)



JDX
عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ق (١) = ١

$\therefore \frac{ح}{١+١} = ١$

ح = ٢ (٢)

الميل =

$ق'(س) = \frac{-٢}{(س+١)^{٢}}$

$م = ق'(١) \times$ (١)

$م = -\frac{١}{٢}$

$\frac{م - ٠}{ب - ٠} = -\frac{١}{٢}$ (١)

$٢م = -ب$

كتلة الماء = $\frac{٩}{٤}$

$\frac{٩}{٤} = ٣ \times ب \times \frac{١}{٢}$

أي $٣ب = \frac{٩}{٢}$

أي أن $٢ \times ٣ = \frac{٩}{٢}$ (١)

$ح^{٢} = \frac{٩}{٤}$

$ح = \frac{٣}{٢}$

ومنها $ب = ٣$

$\frac{٩}{٤} = ب \times ٣ \times \frac{١}{٢}$

$\frac{٩}{٤} = ب \times \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$\frac{٩}{٤} = ب \times \frac{٣}{٤}$

$ب = ٣$?

(٦)

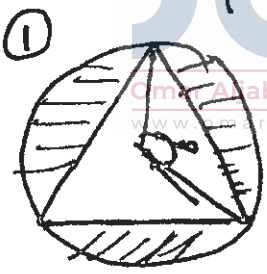
$\therefore ح = ٢$

تمارين و الاختبار صفحة

س ٨

(١) م = ٣ × مساحة القطعة الدائرية

(٢) مساحة المنطقة المحصورة



(١) م = ٣ (١/٢ نق (هـ - جاهـ))

هـ = ٢π/٣

(١) م = ٣/٢ نق² (٢π/٣ - √٣/٢)

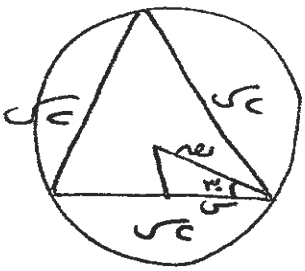
(١) م = ٣/٢ × ٣ نق² (٢π/٣ - √٣/٢)

(١) م = ٩/٢ نق² (٢π/٣ - √٣/٢)

(١) م = ٩/٢ × ٣ × ٣ (٢π/٣ - √٣/٢)

(١) م = ٨١/٢ π - ٢٧√٣

(١٨)



(١) م = مساحة الدائرة - مساحة المثلث

(١) م = ١٢ نق² - ٤/√٣ × ٤ ص²

(١) حتا ٣٠° = ص/نق

√٣/٢ = ص/نق

(١) ص = √٣/٢ نق

م = ١٢ نق² - √٣ ص²

م = ١٢ نق² - √٣ × ٣/٤ نق²

(١) م = ١٢ نق² - ٣√٣/٤ نق²

(١) دم/دن = ٢π نق × نق دنق/دن - ٣√٣/٤ × ٢ نق × نق دنق/دن

(١) دم/دن = ٢π (٩) (٣) - ٣√٣/٤ × ٩ × ٣

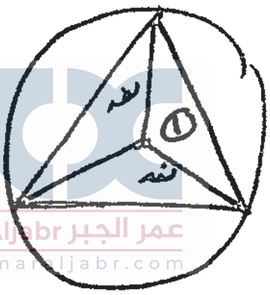
= ٥٤π - ٢٧√٣/٨١

(١٧)

ح س٦

٩)

△



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$٣ = \frac{د نق}{د ن}$

$\frac{دم}{دن} \Big|$ = ؟؟

نق = ٩

$م = م_{٥} - م_{△}$ ①

المحصورة

$م = ط نق^{٢} - ٣ م_{△١}$ ①

$م = ط نق^{٢} - ٣ \times \frac{١}{٢} نق \times نق \times جا ١٢٠°$ ①

$م = ط نق^{٢} - \frac{٣\sqrt{٣}}{٤} نق^{٢}$ ①

$\frac{دم}{دن} = ٢ط نق \frac{د نق}{د ن} - \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} نق \frac{د نق}{د ن}$ ①

$\frac{دم}{دن}\Big|_{نق=٩} = ٢ط \times ٩ \times ٣ - ٣ \times ٩ \times \frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ ①

$= ٥٤ط - \frac{٨١}{٢}\sqrt{٣}$ ①

(٦١)

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س م)

$\frac{ك\,هـ}{ك\,نـ} = ٢$ سم/د

$\frac{ك\,م}{ك\,نـ} = ؟$

عندما هـ = ٩

م = مساحة القرص − مساحة المثلث ☆

م = π نق^{٢} − $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ل^{٢}

للتخلص من س

م = π نق^{٢} − $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ × ٣ نق^{٢}

$\frac{ك\,م}{ك\,نـ} = \frac{ك\,م}{ك\,هـ} \times \frac{ك\,هـ}{ك\,نـ}$

$\frac{ك\,م}{ك\,نـ} = ٢\pi\,هـ\,نق \times \frac{ك\,نق}{ك\,هـ} - \frac{\sqrt{٣}}{٤} \times ٢\,هـ\,نق \times \frac{ك\,هـ}{ك\,نـ}$

$\frac{ك\,م}{ك\,نـ} = ٢\pi \times ٩ \times ٢ - \frac{\sqrt{٣}}{٤} \times ٩ \times ٣$

$= ٣٦\pi - \frac{٢٧\sqrt{٣}}{٤}$

س^{٢} = نق^{٢} + نق^{٢} − ٢ نق نق جتا ١٢٠°

س^{٢} = ٢ نق^{٢} − ٢ نق^{٢} × $-\frac{١}{٢}$

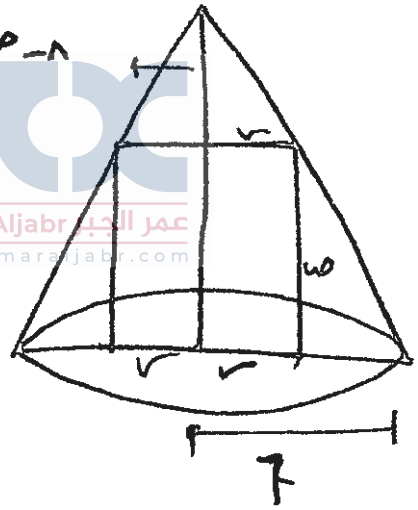
س^{٢} = ٢ نق^{٢} + نق^{٢}

س^{٢} = ٣ نق^{٢}

س = $\sqrt{٣}$ نق

تم تحميل الملف من موقع مكتبة الوسام التعليمي
wwww.alwesam.info

(19)



Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

حل آخر

ح = ٤ س² ص

بالتشابه $\frac{ر}{٦} = \frac{٨-ص}{٨}$ (١)

$\frac{٨-ص}{ر} = \frac{٤}{٣}$

$٨ - ص = \frac{٤}{٣} ر$

$ص = ٨ - \frac{٤}{٣} ر$ (١)

ح = ٤ ط س² ص

ح = ٤ ط ر² (٨ - $\frac{٤}{٣}$ ر)

ح(ر) = ٤ ط (٦٤ ر² - $\frac{٤}{٣}$ ر³) (١)

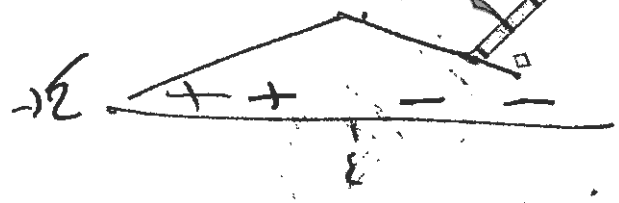
ح'(ر) = ٤ ط (١٢٨ ر - ٤ ر²) (١)

ح'(ر) = ٠

١٢٨ ر - ٤ ر² = ٠

٤ ر (٣٢ - ر) = ٠

ر = ٠ ، ر = ٣٢ (١)



بالتالي الحجم أكبر ما يمكن عندما ر = ٣٢

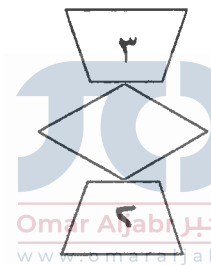
∴ أكبر حجم هو ح(٣٢) = ٤ ط (٣٢)² (٨ - $\frac{٤}{٣}$ (٣٢))

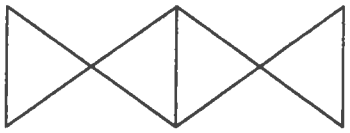
ح(٣٢) = ٤ ط (٦٤ × ٨ - $\frac{١٠٢٤}{٣}$) (١)

= ٤ ط × $\frac{٨}{٣}$

= $\frac{١٢٨ ط}{٣}$ م³

بسم الله الرحمن الرحيم





المملكة الاردنيه الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الصيفية

[وثيقة محمية/محدود]

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ د ٢ س

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الخميس ٢٠١٦/٠٦/١٦

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢١ علامة)

أ) جد كلاً ممّا يأتي:

١) $\lim_{س \to -٢٧} \frac{\sqrt{٩ - س} - ٦}{٣ + \sqrt[٣]{س}}$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٤ - س \text{ ظا } س - ٤ \text{ جتا } س}{س \text{ جا } ٤ س}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) =

$$\begin{cases} \frac{(٥ - س^{٢}) - [٢س + ٣]}{١ - س} & ، \ ٠ < س < ١ \\ ٢ س - |١ - س^{٢}| & ، \ ١ \leq س < ٢ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ١ (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الثاني: (١٩ علامة)

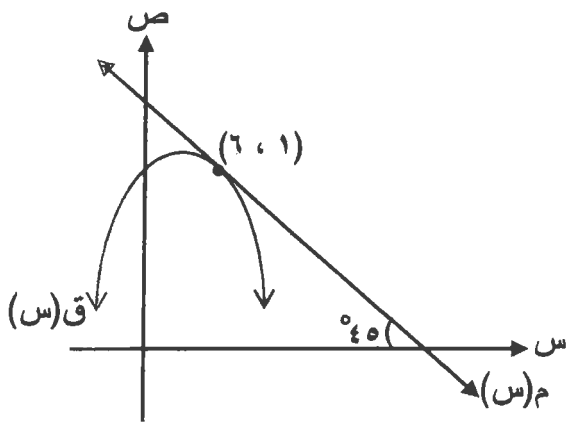
أ) إذا كان ق(س) = (٤ − $\sqrt{س}$)^{٣} ، هـ (س) = ٢س $\sqrt{س}$ ، فجد (ق ○ هـ)َ (٩) (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) ، لَ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق (٦ علامات)

بحيث أن ق(س) = (س + ٢) لَ(٢س)

وكان م(س) مماساً للاقتران ق(س) عند النقطة (١ ، ٦)

كما هو موضّح في الشكل المجاور، فجد لً (٢)



ج) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٤}$ س^{ن} ، ن ∈ ح وكان ق$^{(٤)}$(س) =(٢ + ١) س^{٣} ، فجد قيمة الثابت ٢ (٦ علامات)

السـؤال الثالث: (٢١ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢ س^{٢} + ٤ ب س - ٨ & ، س < ١ \\ ٢ س^{٣} - ب س + ٢ & ، س \geq ١ \end{cases}$

وكانت قَ(١) موجودة ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين ٢ ، ب (٨ علامات)

ب) يتحرّك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) =٢ جا^{٢}($\frac{ن}{٢}$) + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ن ، ن ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$]

حيث ف: المسافة بالأمتار ، ن: الزمن بالثواني ، جد تسارع الجُسيم عندما تكون سرعته $\sqrt{٣}$ م/ث

(٦ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $\frac{٤ س}{٣ س - ١}$ ، س ≠ $\frac{١}{٣}$ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقّة. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ....

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) إذا كان ص = $\frac{\text{جا س}}{\text{١ + جتا س}}$ ، جتا س ≠ −١ ، أثبت أن ص$'$ = $\frac{\text{جا س}}{(\text{١ + جتا س})^{٢}}$ (٦ علامات)

ب) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة (س+٢ص)^{٣} − ٤س + ٦ص = ٤٣

عند نقطة تقاطع منحنى العلاقة مع المستقيم ٦ص = ٩ − ٣س (٧ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = س$^{\frac{١}{٣}}$ (س− ٢)$^{\frac{١}{٣}}$ ، س ∈ [−١ ، ٥] فجد كلاً ممّا يأتي: (١٠علامات)

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متزايداً.

٢) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متناقصاً.

٣) القيم القصوى المحليّة للاقتران ق(س) .

السـؤال الخامس: (١٦ علامة)

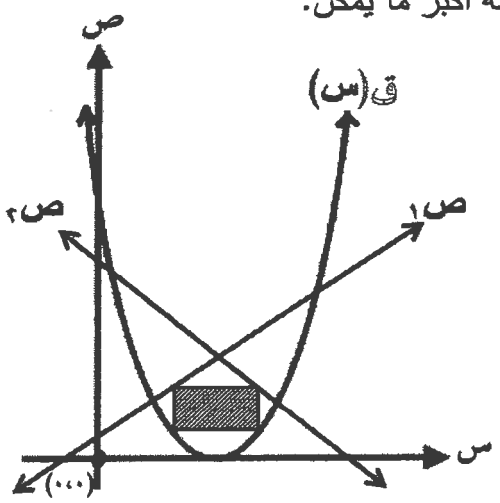
أ) صندوق معدني على شكل متوازي مستطيلات طوله مِثْلي عرضه، وارتفاعه (٣) أمثال عرضه يتمدّد بالحرارة محافظاً على شكله بحيث يزداد حجمه بمعدّل (٧٢) سم^{٣}/د ،

جد معدّل التغيّر في مساحة سطحه الكلي عندما يكون طوله (٣٦) سم. (٨ علامات)

ب) يقع رأسان من رؤوس المستطيل المظلل في الشكل الآتي على منحنى الاقتران

ق(س) = س^{٢} − ٦س + ٩ ، ورأساه الآخران على المستقيمين ص$_{١}$ = ٢ + س ، ص$_{٢}$ = ٨ − س

جد بُعدي المستطيل اللذين يجعلان مساحته أكبر ما يمكن. (٨ علامات)



﴿انتهت الأسئلة﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الصيفية

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / م٣
الفرع: العلمي

مدة الامتحان : د س
التاريخ : ٢٠١٦/٦/١٦

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :

السؤال الأول : (٢١ علامة)

أ) (١) $\lim_{س \to -٧} \frac{\sqrt{-٩ - س} - ٦}{\sqrt[٣]{س} + ٣}$

نفرض أن $ص = \sqrt[٣]{س}$ ①

$ص^٣ = س$

عندما $س \to -٧$

$ص \to -٣$

$= \lim_{ص \to -٣} \frac{\sqrt{-٩ - ص^٣} - ٦}{ص + ٣} \times \frac{\sqrt{-٩ - ص^٣} + ٦}{\sqrt{-٩ - ص^٣} + ٦}$ ①

$= \lim_{ص \to -٣} \frac{-٩ - ص^٣ - ٣٦}{(ص + ٣)(\sqrt{-٩ - ص^٣} + ٦)}$

$= \lim_{ص \to -٣} \frac{-(ص^٣ + ٢٧)}{(ص + ٣)(\sqrt{-٩ - ص^٣} + ٦)}$ ①

$= \lim_{ص \to -٣} \frac{-(ص + ٣)(ص^٢ - ٣ص + ٩)}{(ص + ٣)(\sqrt{-٩ - ص^٣} + ٦)}$ ① للتحليل

$= \frac{-(٩ + ٩ + ٩)}{٦ + \sqrt{-٩ - (-٣)^٣}}$ ①

$= \frac{-٢٧}{١٢}$

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س ٩)

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{٤ - س ظا س - ٤ جتا س}{س جا ٤ س}$ ٤٦

(١)

$= \lim_{س \to 0} \frac{٤(١ - جتا س) - س ظا س}{س جا ٤ س}$

(١)

$= \lim_{س \to 0} \frac{٤(١ - (١ - ٢ جا^٢ \frac{س}{٢}))}{س جا ٤ س} - \lim_{س \to 0} \frac{س ظا س}{س جا ٤ س}$

علاقة فرزع

(١)

$= ٤ \lim_{س \to 0} \frac{٢ جا^٢ \frac{س}{٢}}{س جا ٤ س} - \lim_{س \to 0} \frac{\frac{ظا س}{س}}{\frac{جا ٤ س}{س}}$

(١)

$= ٤ \times ٢ \times \lim_{س \to 0} \frac{جا \frac{س}{٢}}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{جا \frac{س}{٢}}{س جا ٤ س} - \frac{١}{٤}$

(١) (١)

$= ٤ \times ٢ \times \frac{١}{٨} \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} - \frac{١}{٤}$

(١) $= \frac{١}{٤} - \frac{١}{٤} =$

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

٣٧

$$\text{د}(س) = \begin{cases} \dfrac{(٥ - س^{٤}) - [٣ + س^{٢}]}{١ - س} & ، \ ٠ < س < ١ \\ ٢س - |١ - س^{٢}| & ، \ س \geq ٢ \end{cases}$$

٣

س ن)

نبحث في اتصال الاقتران د(س) عند س = ١

* د(١) = ٢(١) - |١ - (١)^٢| = ٢ - ٠ = ٢ ①

د(س) معرفة عند س = ١

* نجد $\lim_{س \to ١^{+}}$ د(س) = $\lim_{س \to ١^{+}}$ ٢س - |١ - س^٢| ①

= ٢(١) - |١ - (١)^٢| = ٢ - ٠ = ٢ ①

نجد $\lim_{س \to ١^{-}}$ د(س) = $\lim_{س \to ١^{-}}$ $\dfrac{(٥ - س^{٤}) - [٣ + س^{٢}]}{١ - س}$ ①

= $\lim_{س \to ١^{-}}$ $\dfrac{٤ - (٥ - س^{٤})}{١ - س}$ ①

= $\lim_{س \to ١^{-}}$ $\dfrac{١ - س^{٤}}{١ - س}$ = $\lim_{س \to ١^{-}}$ $\dfrac{(١ - س)(١ + س)}{(١ - س)}$ ①

= ٢

∴ $\lim_{س \to ١}$ د(س) موجودة وتساوي ٢

* بما أن $\lim_{س \to ١}$ د(س) = د(١) = ٢ ①

∴ د(س) متصل عند س = ١ ①

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١٤٨

السؤال الثاني : (١٩ علامة)

$$\text{ن}(س) = \text{هـ}(\sqrt{س} - ٤)^{٣} \quad ، \quad \text{ن}(س) = \text{هـ} \circ \text{ن}$$

$$\text{ن}'(٩) = \text{هـ}'(\text{ن}(٩)) \times \text{ن}'(٩) \quad ①$$

$$\text{ن}'(س) = ٣(\sqrt{س} - ٤)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢\sqrt{س}}\right) \quad ①$$

$$\text{هـ}'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}} \times س^{-\frac{١}{٢}} + ٢\sqrt{س} \quad ①$$

$$= ٣\sqrt{س}$$

$$\text{هـ}''(س) = \frac{٣}{٢\sqrt{س}} \quad ①$$

$$\begin{cases} \text{هـ}'(٩) = ٣\sqrt{٩} = ٩ & ① \\ \text{هـ}''(٩) = \frac{٣}{٢\sqrt{٩}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} & \end{cases} \quad ①$$

$$\therefore \text{ن}'(٩) = \text{هـ}''(\text{ن}(٩)) \times \text{ن}'(٩)$$

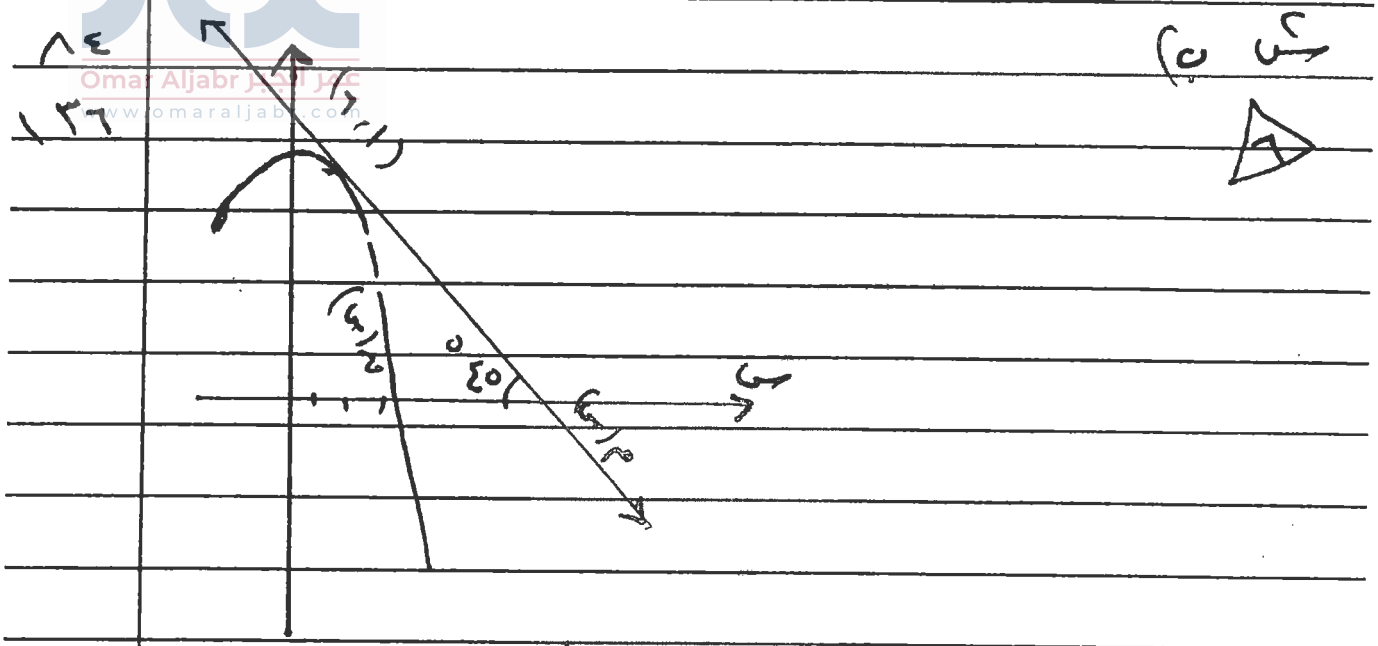
$$= ٣(\sqrt{٩} - ٤)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢\sqrt{٩}}\right) \times \frac{١}{٢}$$

$$= ٣ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٦} = -\frac{١}{٤} \quad ①$$

علامة جانبية

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr جبر الجبر
www.omaraljabr.com



بما أن $م(س) = ل(٢س + ٤)$ نشتق الطرفين

$$م'(س) = ٢ل''(٢س+٤) + ل'(٢س) \quad (١)$$

عند $س = -١$

$$م'(-١) = ٢ل''(٢) + ل'(٢) \quad ①$$

من العلاقة الأصلية

$$ل'(٢س) = \frac{م(س)}{س+٢}$$

$$ل'(٢) = \frac{م(-١)}{٣} = \frac{٦}{٣} = ٢ \quad ①$$

حيث $م'(-١) = ظا ١٣٥° = -١$ ①

$$\therefore -١ = ٦ ل''(٢) + ٢$$

$$-٣ = ٦ ل''(٢)$$

$$ل''(٢) = \frac{-٣}{٦} = -\frac{١}{٢} \quad ①$$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س ٤ (٧) حل آخر

٦

$$ل'(س) = \frac{هـ^{س}(س+٢)}{(س+٢)^{٢}}$$ ① نشتق الطرفين

$$ل''(س) \times ٢ = \frac{(١)(هـ^{س}(س+٢) - هـ^{س}(١)(١)}{(س+٢)^{٤}}$$ ① ①

عند س = ١

$$ل''(٢) \times ٢ = \frac{(٣)هـ^{١}(١) - هـ^{١}(١)}{٩}$$ ①

$$ل''(٢) = \frac{٣(-١) - ٦}{١٨}$$ ①

$$ل''(٢) = \frac{-٩}{١٨} = -\frac{١}{٢}$$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$ق^{(٤)}(س) = (م+١) س^{٣}$ ، $م(س) = \frac{١}{٤} س^{ن}$ (س ∈ ع)

$م'(س) = \frac{١}{٤} ن س^{ن-١}$ ①

$م''(س) = \frac{١}{٤} ن(ن-١) س^{ن-٢}$ ①

$م'''(س) = \frac{١}{٤} ن(ن-١)(ن-٢) س^{ن-٣}$ ①

$م^{(٤)}(س) = \frac{١}{٤} ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣) س^{ن-٤}$ ①

∴ $\frac{١}{٤} ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣) س^{٣} = (م+١) س^{٣}$

$\Leftarrow ن = ٧$ ①

∴ $\frac{١}{٤} (٧)(٦)(٥)(٤) = م + ١$

$٢١٠ = م + ١$ ①

$م = ٢١٠ - ١$ $\Leftarrow$

$م = ٢٠٩$

ملاحظة هذه الصفحة اختيارية

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

السؤال الثالث :- (١٢ علامة)

(أ) (٦ نقاط)

$$ن(س) = \begin{cases} أ س^2 + ٤ ب س - ٨ & ، س < ١ \\ ٣ أ س - ب س + ٢ & ، س \geq ١ \end{cases}$$

(١) بما أن $\lim_{س \to ١} ن(س)$ موجودة عند $س = ١$ ، $\therefore ن(س)$ متصل عند $س = ١$ وعليه :

(١) $$\lim_{س \to ١^+} ن(س) = \lim_{س \to ١^-} ن(س)$$

(١) $$٣ أ + ب + ٢ = أ + ٤ ب - ٨$$

$$٥ ب = ١٠ \Leftarrow ب = \frac{١٠}{٥}$$

(١) $$\boxed{ب = ٤}$$

كما أن $ن(س)$ قابل للاشتقاق عند $س = ١$ وعليه

(١) $$ن'(س) = \begin{cases} ٢ أ س + ٨ & ، س < ١ \\ ٣ أ س^2 - ٢ & ، س > ١ \end{cases}$$

بما أن $ن'(١)$ موجودة

(١) $$\therefore ن'(١) = ن'(١)$$
$$+ \qquad -$$

(١) $$٢ أ + ٨ = ٣ أ - ٢$$

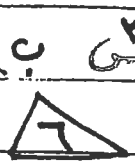
$$-أ = -١٠$$

(١) $$\boxed{أ = ١٠}$$

رقم الصلحة في الكتاب

بدون تحرير الصحيح من الخطأ

س ٣ ب)



ف(ن) = ٢ جا(ن/٢) + √٣ جتا ن ، ن ∈ [٠ ، π/٢] ١٦٥

ع(ن) = ف'(ن) = ٢ × ١/٢ جتا ن/٢ + √٣ (-جا ن) ①

ع(ن) = جتا ن/٢ - √٣ جا ن ①

عندما ع = ١ ⟸ ١ = جتا ن/٢ - √٣ جا ن ①

جا ن = √٣ جتا ن/٢ - ١

جا ن = √٣ جتا ن/٢ ⟸ ١

بما أن ع(ن) = جا ن - √٣ جتا ن/٢

ت(ن) = جتا ن ①

ت(π/٣) = جتا π/٣

= ١/٢ م/ث ①

JDC
عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب

٩٧

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س ∈ ح، ح ≠ ١

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{٤\text{س}}{١ - ٣\text{س}}$$

$$\text{ن}'(\text{س}) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{ن}(ع) - \text{ن}(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٤ع}{١ - ٣ع} - \frac{٤س}{١ - ٣س}}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤ع - ٤ع - (٤س(١ - ٣ع))}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{١٢عس - ٤ع - ٤س + ١٢عس}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-٤(ع - س)}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)(ع - س)}$$

$$= \frac{-٤}{(١ - ٣س)^{٢}}$$

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع ٤ (٣ علامة)

م) $ص = \frac{جا س}{1 + جتا س}$ ، $جتا س \neq -1$ ، $س \in ح$

$ص' = \frac{(1 + جتا س)(جتا س) - جا س (- جا س)}{(1 + جتا س)^2}$ ①

علامة تبسيط ←

$= \frac{جتا س + جتا^2 س + جا^2 س}{(1 + جتا س)^2}$ ①

$= \frac{جتا س + 1}{(1 + جتا س)^2}$ ①

$= \frac{1}{1 + جتا س}$ ①

$ص'' = \frac{- (- جا س)}{(1 + جتا س)^2}$ ①

$= \frac{جا س}{(1 + جتا س)^2}$

رقم الصفحة في الكتاب ١٥٩

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ب) العلاقة هي: $(س + ٢ص)^{٣} - ٤س = ٦ص + ٤٣$

١ المقيم $٦ص = ٩ - ٣س$

$٦ص = ٩ - ٣س \Leftarrow ٢ص = ٣ - س \Leftarrow (س + ٢ص) = ٣$

نعوض في العلاقة:

$(٣)^{٣} - ٤س + (٩ - ٣س) = ٤٣$ ①

$٢٧ - ٧س + ٩ = ٤٣$

$-٧س = ٤٣ - ٣٦ \Leftarrow -١٧س = +٧$ ①

$\boxed{س = ١-}$

لكن $٦ص = ٩ - ٣س$

$٦ص = ٩ - ٣(-١) \Leftarrow ٦ص = ١٢ \Leftarrow \boxed{ص = ٢}$ ①

نشتق العلاقة:

① $٣(س + ٢ص)^{٢}(١ + ٢ص) - ٤ + ٦ص = صفر$

$٣(-١ + ٤)^{٢}(١ + ٢ص) - ٤ + ٦ص = صفر$

$٢٧(١ + ٢ص) + ٦ص = صفر$

$٦٠ص = -٢٧$ ، أي سنا ①

$ص = \frac{-٢٧}{٦٠}$ ①

ميل العمودي $= \frac{-١}{\text{ميل المماس}} = \frac{-١}{\frac{-٢٧}{٦٠}} = \frac{٦٠}{٢٧}$

معادلة العمودي هي:

① $ص - ٢ = \frac{٦٠}{٢٧}(س + ١)$.

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

س ٤)

١٠) $ه(س) = س^{\frac{1}{3}}(س-٤)^{\frac{1}{2}}$ ، $س \in [-١، ٥]$ ١٨٠

١٨٩ نشتق : ① $ه'(س) = \frac{1}{3} س^{-\frac{2}{3}}(س-٤)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} س^{\frac{1}{3}}(س-٤)^{-\frac{1}{2}}$

$ه'(س) = \frac{س-٤}{3 س^{\frac{2}{3}}(س-٤)^{\frac{1}{2}}} + \frac{س^{\frac{1}{3}}}{2(س-٤)^{\frac{1}{2}}}$ ①

$= \frac{2(س-٤) + 3س}{6 س^{\frac{2}{3}}(س-٤)^{\frac{1}{2}}} = \frac{5س - 8}{6 س^{\frac{2}{3}}(س-٤)^{\frac{1}{2}}}$ ①

$ه'(س) = ٠ \Leftarrow$ ① $5س - 8 = ٠ \Leftarrow س = \frac{8}{5}$

$ه'$ غير معرف $\Leftarrow 6 س^{\frac{2}{3}}(س-٤)^{\frac{1}{2}} = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، ٤$

أصفار المقام ① $س = ٠ ، ٤$

إشارة $ه'(س)$: $- - -$ (٠) $- -$ (١) $+ +$ (٤) $+ + +$ ①

$س$: -١ ، ٠ ، ١ ، ٤ ، ٥

١) الاقتران $ه(س)$ متزايد في $[١، ٥]$ ①

٢) الاقتران $ه(س)$ متناقص في $[-١، ١]$ ①

٣) ← للاقتران $ه(س)$ نقطة صغرى محلية عند $س = ١$ ①

وقيمتها $ه(١) = (١)^{\frac{1}{3}}(١-٤)^{\frac{1}{2}} = -١$

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الخامس : (١٦ علامة)

١٧٤

أ) $\frac{كح}{كن} = ٧٢ كم^٣/د$ ①

$م = ٢(٢س^٢) + ٢(٣س^٢) + ٢(٦س^٢)$ ①

$م = ٢٢ س^٢$

$\frac{كم}{كن} = ٤٤ س \frac{كس}{كن}$ ①

$\therefore \frac{كم}{كن} = ٤٤ س \times \frac{٤}{س}$ ①

$\frac{كم}{كن} = \frac{١٧٦}{س}$

في الحالة التي يكون فيها طول القاعدة ٣٦ سم ، يكون عرض الصندوق ١٨ سم ، أي

$س = ١٨$

$\therefore \frac{كم}{كن} = \frac{١٧٦}{١٨}$ ①

$= \frac{٨٨}{٩} كم^٢/د$

لكن $ح = س(٢س)(٣س)$ ①

$ح = ٦س^٣$

$\frac{كح}{كن} = ١٨ س^٢ \frac{كس}{كن}$ ①

$٧٢ = ١٨ س^٢ \frac{كس}{كن}$

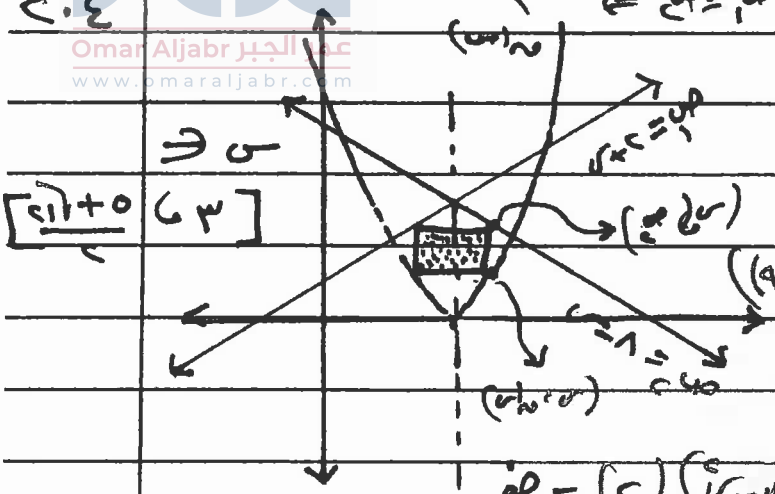
$\therefore \frac{كس}{كن} = \frac{٤}{س^٢}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س٥ ب) محور التماثل لـ $ه(س)$ عندما $س = \frac{٦}{٢} = ٣$ ①

ويتقاطع المستقيمان $ص = ٣$ ، $ص = س$ عندما $ص = س = ٣$



$س \in [٣ ، \frac{٥+\sqrt{١١}}{٢}]$ ٤،٠٢

① $م = ٢(س-٣)(ص_{ص} - ق(س))$

① $م = ٢(س-٣)(٨-س-(٢س^{٢}-١٢س+٩))$

$م = ٢(س-٣)(-١+١٥س-٢س^{٢})$

① $م' = (٢س-٦)(-١+١٥س-٢س^{٢}) + (١٥-٤س)(-١+١٥س-٢س^{٢})(٢) = صفر$

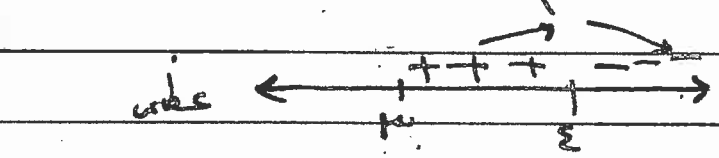
$١٠س - ٤س^{٢} - ٣٠ + ١٢س - ٢ + ١٠س - ٣٠ = ٠$

$-٦س^{٢} + ٣٢س - ٣٢ = ٠$

$-٣س^{٢} + ١٦س - ١٦ = ٠$

① $(س-٤)(-٣س+٤) = ٠$

① $س = ٤ \quad \text{أو} \quad س = \frac{٤}{٣}$



∴ تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن ①
عندما $س = ٤$

∴ أبعاد المستطيل هي:

$٢(س-٣) = ٢(٤-٣) = ٢(١) = ٢$ وحدة

والبعد الآخر $(ص_{ص} - ق(س))$ عددة لأقرب جزء من مئة

① $= (٨-٤) - (١٦-٢٤+٩)$ من البعدين

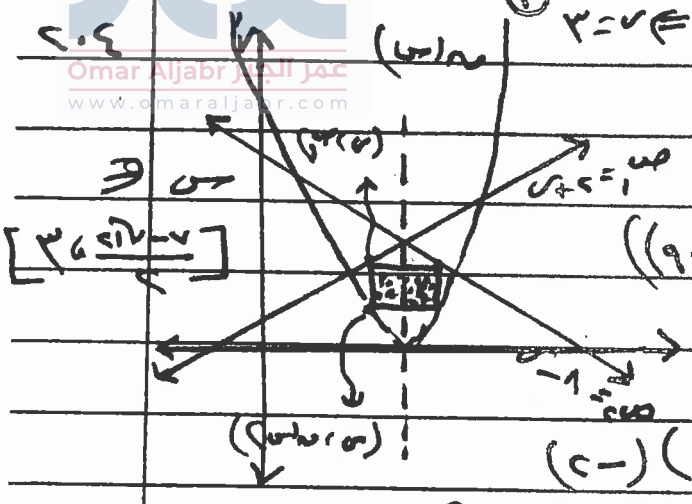
$= (٤-١) = ٣$ وحدات

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ب) محور التماثل لـ $م(س)$ عند $س = \frac{-٦}{-٤} = ٣$ ①

ونبحث عن نقطة تقاطع $ص_١$ مع $ص_٢$ عندما $ص_١ = ص_٢ \Leftarrow س = ٣$ ①



$م = ٢(٣ - س)(ص_١ - م(س))$ ①

$م = (٦ - ٢س)((٢س + ٤) - (س^٢ - ٦س + ٩))$

$م = (٦ - ٢س)(٢س + ٤ - س^٢ + ٦س - ٩)$

$م = (٦ - ٢س)(-س^٢ + ٨س - ٥)$

①

$م' = (٦ - ٢س)(٨ - ٢س) + (-٢س^٢ + ٨س - ٥)(-٢)$

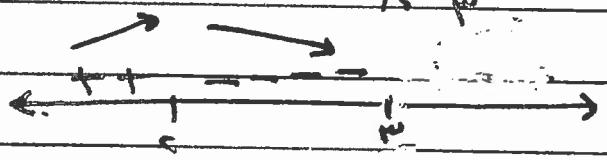
$= ٤س^٢ - ٢٤س + ٤٨ + ٤س^٢ - ١٦س + ١٠ = صفر$

$= ٨س^٢ - ٤٠س + ٥٨ = ٠$

$٣س^٢ - ٢٠س + ٢٨ = ٠$

$(٣س - ١٤)(س - ٢) = ٠$

$س = \frac{١٤}{٣}$ ، $س = ٢$ ①



عظمى

∴ تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن

عندما $س = ٢$ ①

∴ أبعاد المستطيل هي:

$٢(٣ - س) = ٢(٣ - ٢) = ٢(١) = ٢$ وحدة

والبعد الآخر $(ص_١ - م(س))$

$= (٢س + ٤) - (س^٢ - ٦س + ٩)$ ①

$= ٢ + ٢س + ٤ - ١٢ + ٦س - ٩$

$= ٣$ وحدات.

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الاردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٦ ٥ ٢ ٥

٢

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ — د س

الفرع : العلمي والصناعي (النظاميون والدراسة الخاصة الجدد) — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٧/١/٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢٢ علامة)

أ) جد كلاً ممّا يأتي :

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ٣ س^٢ - ٤ س - ١٢}{س^٢ - ٤}$ (٧ علامات)

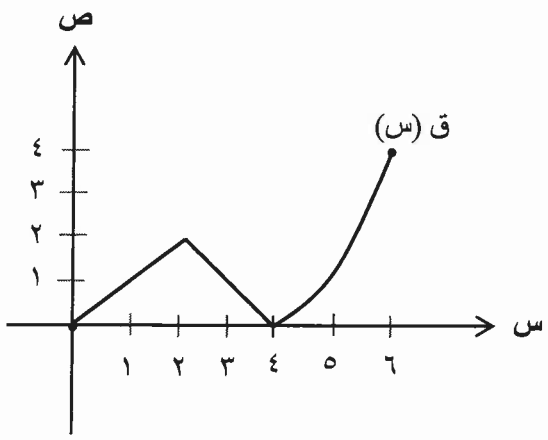
٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢ \text{ جا } ٢ س - \text{ جا } ٤ س}{س^٣}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} (س - ٣)^٢ & ، \quad س \leq ٤ \\ \frac{| [س] - س | + [س - ٤]}{س - ٤} & ، \quad س > ٤ \end{cases}$ (٨ علامات)

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ٤

السؤال الثاني: (٢٤ علامة)

أ) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران ق (س) ، س ∈ [٠ ، ٦] ،



جد ما يأتي :

١) النقط الحرجة للاقتران ق (س)

٢) مجموعة قيم س التي تكون عندها ق َ(س) < ٠

٣) متوسط تغير الاقتران ق (س) في الفترة [٢ ، ٦]

٤) $\frac{د}{د س} \sqrt{٣ س + ق (س)} \Big|_{س = ٣}$ (١٢ علامة)

يتبع الصفحة الثانية ....

ب) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، (ق ∘ هـ) (س) = س ، وكان قَ(س) = ١ + (ق (س))^{٢} ، فجد هـَ(س) . (٥ علامات)

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

ج) إذا كان $\lim_{س \to ٢}$ ق (س) = $\frac{١}{٢}$ ، قَ(٢) = ١ ، فجد $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{س - ٤ ق (س)}{(س - ٢) ق (س)}$

(٧ علامات)

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) إذا كان ص^{٢} = ٤ + ٢ جا س جتا س فأثبت أن

ص صً + (صَ)^{٢} + ٢ ص^{٢} = ٨ (٧ علامات)

ب) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = (س + ٣)^{٢} المرسوم من النقطة (٠ ، ٠) (٨ علامات)

ج) إذا كان ٣ ص = − $\sqrt[٣]{(ع + ١)^{٣}}$ − $\sqrt[٣]{(ع - ١)^{٣}}$ ، ع = ٢ س ، س < $\frac{١}{٢}$

بيّـن أن $\left| \frac{د ص}{د س} \right|$ = $\sqrt{٤ س + ٢ \sqrt{٤ س^{٢} - ١}}$ (٧ علامات)

السـؤال الرابع: (١٦ علامة)

أ) من قمة برج ارتفاعه (٤٨) قدم قذف جُسيم رأسيًا لأعلى وفق الاقتران ف$_{١}$ (ن) = −١٦ ن^{٢} + ٣٢ ن ، وفي اللحظة نفسها قذف جُسيم ثانٍ من سطح الأرض للأعلى وفق الاقتران ف$_{٢}$ (ن) = −١٦ ن^{٢} + ع ن ، حيث ف$_{١}$ ، ف$_{٢}$ المسافة بالأقدام ، ن الزمن بالثواني ، جـد السرعة الابتدائية (ع) للجُسيم الثاني عندما يتساوى أقصى ارتفاع للجُسيمين عن سطح الأرض. (٨ علامات)

ب) ليكن ق (س) = س^{٣} − ١٢ س ، س ∈ [−٤ ، ٤]، جد كلاً مما يأتي : (٨ علامات)

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت).

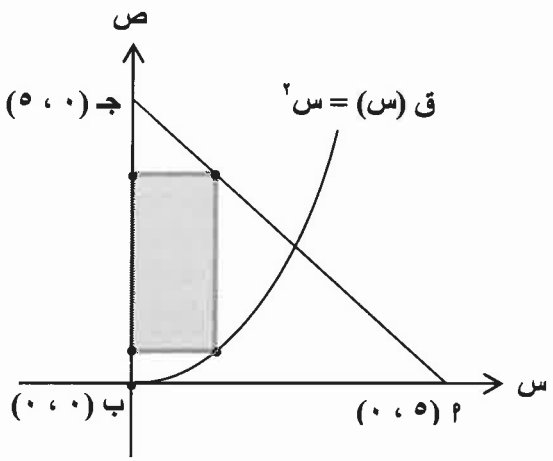
يتبع الصفحة الثالثة ....

السـؤال الخامس: (١٦ علامة)

أ) بدأت النقطتان ب ، جـ الحركة معًا من نقطة الأصل (م) بحيث تتحرك النقطة ب على محور السينات الموجب مبتعدة عن نقطة الأصل، وتتحرك النقطة جـ في الربع الأول على منحنى الاقتران ق (س) = س^{٢} بحيث يبقى طول م جـ يساوي طول ب جـ ، وكان معدل تغير الزاوية هـ المحصورة بين محور السينات الموجب والمستقيم م جـ يساوي $\frac{١}{٢}$ راد/ث، فجـد معدل التغير في مساحة المثلث م ب جـ عندما هـ = $\frac{\pi}{٣}$. (٨ علامات)

ب) م ب جـ مثلث قائم الزاوية، إحداثيات رؤوسه م (٥ ، ٠) ، ب (٠ ، ٠) ، جـ (٠ ، ٥)، رُسم داخله مستطيل ينطبق رأسان من رؤوسه على الضلع ب جـ وأحد رأسيه الآخرين على الضلع م جـ والرأس الآخر على منحنى الاقتران ق (س) = س^{٢} ، كما في الشكل الآتي، جـد أكبر مساحة ممكنة للمستطيل المظلل.

(٨ علامات)



﴿ انتهت الأسئلة ﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧/الدورة الشتوية

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / ٣
الفرع : العلمي والصناعي

مدة الامتحان: ٢ س
التاريخ : ٣/١/٢٠١٧

عبد الله المبرول
www.maraljbr.com

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
٣٢	السؤال الأول : ٣٢ علامة
	أ) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ٣س^٢ - ٤س - ١٢}{س^٢ - ٤}$ (٤)
	$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س-٢)(س^٢ + ٥س + ٦)}{(س-٢)(س+٢)}$ (١)
	$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س+٣)(س+٢)}{س+٢}$ (١)
	$= ٢ + ٣ = ٥$ (١)
	أو : $\lim_{س \to ٢} \frac{(س-٢)(س^٢ + ٥س + ٦)}{(س-٢)(س+٢)}$ (١) (١) (١)
	$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ + ٥س + ٦}{س+٢}$ (١)
	$= \frac{(٢)^٢ + ٥(٢) + ٦}{٢+٢}$ (١)
	$= \frac{٢٠}{٤} = ٥$ (١)

١	٣	-٤	-١٢
	٢	١٠	١٢
	١	٥	٦

الصفحة التالية

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

٤٤

س ← ٠ (٢ جا٢س − جا٤س) / س٣

= س ← ٠ (٢ جا٢س − ٢ جا٢س جا٢س) / س٣

= س ← ٠ (٢ جا٢س (١ − جا٢س)) / س٣

= س ← ٠ (٢ جا٢س × ٢ جا٢س) / س٣

= س ← ٠ (٤ جا٢س / س٢ × جا٢س / س) = ٤ × ١ × ١ × ٢ = ٨

حل آخر:

س ← ٠ (٢ جا٢س − جا٤س) / س٣ = س ← ٠ جا٢س + جا٢س − جا٤س / س٣

= س ← ٠ (جا٢س جتا٢س + ٢ جتا٣س جا٢س) / س٣

= س ← ٠ (٢ جا٢س (جتا٢س − جتا٣س)) / س٣

= س ← ٠ (٢ جا٢س × − ٢ جا٢س جا−س) / س٤

= ٤ × س ← ٠ (جا٢س / س٢ × جا٢س / س) = ٤ (١)٢ (٢) = ٨

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

٣٢-٥٥

السؤال

ب) $\text{هـ}(س) = \begin{cases} (س-٣)^{٢} & ، س \geq ٤ \\ \dfrac{[\![س]\!] - س| + [\![س-٤]\!]}{س-٤} & ، س < ٤ \end{cases}$

نبحث في اتصال الاقتران $\text{هـ}(س)$ عند $س = ٤$

أولاً: $\text{هـ}(٤) = (٤-٣)^{٢} = (١)^{٢} = ١$ ①

ثانياً: نجد $\lim_{س \to ٤^{+}} \text{هـ}(س) = \lim_{س \to ٤} (س-٣)^{٢} = (٤-٣)^{٢} = ١$ ①

نجد $\lim_{س \to ٤^{-}} \dfrac{|[\![س]\!] - س| + [\![س-٤]\!]}{س-٤}$

$= \lim_{س \to ٤^{-}} \dfrac{س - [\![س]\!] + [\![س]\!] - ٤}{س-٤}$ ① ①

$= \lim_{س \to ٤^{-}} \dfrac{س-٤}{س-٤}$

$= \lim_{س \to ٤^{-}} ١ = ١$ ①

∴ $\lim_{س \to ٤} \text{هـ}(س)$ موجودة وتساوي ١ ①

بما أن $\lim_{س \to ٤} \text{هـ}(س) = \text{هـ}(٤)$ ①

∴ $\text{هـ}(س)$ متصل عند $س = ٤$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

* إذا ذكر تعليم ما أجزاء تحيط يأخذ علامتها ولي خطأ يخسر علامة .

أي خطأ علامة

١٧٧ ١) النقط الحرجة هي : (١،٠) ، (٢،٢) ، (٤،٠) ، (٦،٤) ③

٢) مجموعة قيم س التي يكون عندها قـ (س) ح. هي الفترة هي : (٢ ، ٤) ② إذا اطلعت الفترة يأخذ علامة واحدة فقط

٨٣ ٣) متوسط تغير الاقتران قـ في الفترة [٢،٦]

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{قـ(٦) - قـ(٢)}{٦ - ٢} = \frac{٤ - ٢}{٤} = \frac{١}{٢}$$

١٤٢ ٤) $\frac{د}{د س} \sqrt{٣س + قـ(س)}$ عند $س = ٣$

$$= \frac{قـ'(س) + ٣}{٢\sqrt{٣س + قـ(س)}}$$

عند $س = ٣$

$$= \frac{قـ'(٣) + ٣}{٢\sqrt{٣ \times ٣ + قـ(٣)}}$$

$$= \frac{-١ + ٣}{٢\sqrt{٩ + ١}}$$

$$= \frac{٢}{١٠\sqrt{٢}}$$

$$= \frac{١}{١٠\sqrt{٢}}$$

قـ'(٣) = ميل المستقيم المار بالنقطتين (٠،٤) ، (٢،٢)

$$= \frac{٢ - ٠}{٤ - ٢} = -١$$

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

$س^{٢}$

١٣٠ - ١٣٦

ب) إذا كان $ق$ ، $هـ$ اقترانين قابلين للاشتقاق في مجالهما
وكان $(ق \circ هـ)(س) = س$ ، $ق(س) = ١ + (ق(س))^{٣}$ ،
جد $هـ'(س)$

الحل:

$ق'(هـ(س)) \times هـ'(س) = ١$ (١) (١)

$(١ + (ق(هـ(س)))^{٣}) \times هـ'(س) = ١$ (١)

$(١ + س^{٣}) \times هـ'(س) = ١$ (١)

$هـ'(س) = \frac{١}{١ + س^{٣}}$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب ٨٩

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س٢ : اذا كانت نهـا هـ(س) = ١/٢ ، هـ(٢) = ١ ، جد

س→٢

نهـا س - ٤ هـ(س)
س→٢ (س-٢) هـ(س)

الحل: هـ متصل عند س = ٢ ⟵ هـ(٢) = ١/١ ①

نهـا س - ٤ هـ(س) = نهـا س/هـ(س) - ٤
س→٢ (س-٢) هـ(س) س→٢ س-٢

= نهـا س/هـ(س) - ٢/هـ(٢) ①
س→٢ س-٢

= (س/هـ(س))' | س=٢ ① = (هـ(س) × ١ - س هـ'(س))/(هـ(س))² | س=٢ ①

= (هـ(٢) - ٢ هـ'(٢))/(هـ(٢))² = ١/(١/٢)² = ٣/(١/٤) = ٣ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

صفحة رقم (٧٠)

رقم الصفحة في الكتاب	حل آخر
٨٩	س٣
	ص اذا كانت $\lim_{س\to ٢} \frac{ق(س)}{س^{٢}}=\frac{١}{٤}$ ، ق(٢) = ١
	٧ أ
	أوجد $\lim_{س\to ٢} \frac{س^{٤}-ق(س)}{(س-٢)\,ق(س)}$
	الحل
	$\lim_{س\to ٢} \frac{س^{٤}-ق(س)}{(س-٢)\,ق(س)} = \lim_{س\to ٢} \frac{س^{٤}-ق(س)}{س-٢} \times \lim_{س\to ٢} \frac{١}{ق(س)}$
	$= \frac{١}{ق(٢)} \lim_{س\to ٢} \frac{س^{٤}-ق(س)}{س-٢}$
	$= \frac{١}{ق(٢)} \lim_{س\to ٢} \frac{س^{٤}-٢^{٤}+٢^{٤}-ق(س)}{س-٢}$ ①
	$= \frac{١}{ق(٢)} \left[\lim_{س\to ٢} \frac{س^{٤}-٢^{٤}}{س-٢} + \lim_{س\to ٢} \frac{٢^{٤}-ق(س)}{س-٢} \right]$ ①
	$= \frac{١}{ق(٢)} \left[\lim_{س\to ٢} \frac{١ + س^{٣} - ٤(ق(س)-\frac{١}{٢})}{س-٢} \right]$ ①
	$= \frac{١}{ق(٢)} \left[\lim_{س\to ٢} \frac{١ + س^{٣} - ٤(ق(س)-ق(٢))}{س-٢} \right]$ ①
	$= -\frac{١}{٤} \left[١ + ٨ - ٤ \times ق(٢) \right] - ٢ \left[١ - ٤ \times ١ \right]$
	$= -٦$ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

رقم الصفحة في الكتاب	
	س٢
٨٩	د) حل آخر ①
	∵ هـ(٢) = $\frac{1}{1}$ ∴ هـ قابل عند س = ٢
	$\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٤ هـ(س)}{(س-٢) هـ(س)}$ =
	$\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٤ هـ(س) + ٤ هـ(٢) - ٤ هـ(٢)}{(س-٢) هـ(س)}$ ①
	= $\lim_{س \to ٢} \frac{-٤(هـ(س) - هـ(٢))}{(س-٢) هـ(س)} + \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٤ هـ(٢)}{(س-٢) هـ(س)}$ ①
	= $\lim_{س \to ٢} \frac{-٤}{هـ(س)} \times \lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س) - هـ(٢)}{س - ٢} + \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{(س-٢) هـ(س)}$ ①
	= $\frac{-٤}{هـ(٢)} \times هـ(٢) + \frac{١}{هـ(٢)}$ ①
	= $\frac{-٤}{\frac{١}{٢}} \times ١ + \frac{١}{\frac{١}{٢}}$ ① = $-٨ + ٢ = -٦$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

سؤال ٣ [٣ علامة]

سؤال ٤ ب صـ١٥

٧) م) إذا كان $ص^{٢} = ٤ + ٢ جاس جتاس$ فاثبت أن

$ص ص'' + (ص')^{٢} + ٢ ص^{٢} = ٨$

الحل:

$ص^{٢} = ٤ + ٢ جاس جتاس$

$ص^{٢} = ٤ + جا٢س$ ①

$٢ ص ص' = ٢ جتا٢س$ ①

$٢ ص ص'' + ٢ (ص')^{٢} = -٤ جا٢س$ ①

$ص ص'' + ٢ (ص')^{٢} = -٢ (ص^{٢} - ٤)$ ①

$ص ص'' + ٢ (ص')^{٢} = -٢ ص^{٢} + ٨$

$ص ص'' + ٢ (ص')^{٢} + ٢ ص^{٢} = ٨$ ①

حل آخر ①

$٢ ص ص' = -٢ جاس × جاس + جتاس × ٢ جتاس$ ①

$= ٢ (جتا^{٢}س - جا^{٢}س)$

$= ٢ جتا٢س$ ①

$٢ ص ص'' + ٢ (ص')^{٢} = -٤ جا٢س$ ①

$= -٤ (ص^{٢} - ٤)$ ①

$٢ ص ص'' + ٢ (ص')^{٢} + ٤ ص^{٢} = ١٦$

$ص ص'' + (ص')^{٢} + ٢ ص^{٢} = ٨$ ①

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

رياضيات ٢ المعلى صـ ٩ /

حل تمرين ٢

$$\text{ص}_{\text{ن}} = ٤ + ٢\,\text{جا}\,\text{س}\,\text{جتا}\,\text{س}$$

$$\text{ص}'_{\text{ن}} = -٢\,\text{جا}\,\text{س}\times\text{جا}\,\text{س} + \text{جتا}\,\text{س}\times\text{جتا}\,\text{س}\times ٢$$

$$= ٢(\text{جتا}^{٢}\text{س} - \text{جا}^{٢}\text{س})$$

$$\text{ص}''_{\text{ن}} = ٢(\text{جتا}\,\text{س}\times\text{جتا}\,\text{س} - \text{جا}\,\text{س}\times\text{جا}\,\text{س}\times ٢)$$

$$= ٢(-٣\,\text{جا}^{٢}\text{س}\,\text{جتا}^{٢}\text{س})$$

$$= -٤(٣\,\text{جا}^{٢}\text{س}\,\text{جتا}^{٢}\text{س})$$

$$= -٤(\text{ص}_{\text{ن}} - ٤)$$

$$= -٤\,\text{ص}_{\text{ن}} + ١٦$$

$$\therefore\ ٢\,\text{ص}\,\text{ص}'' + ٤(\text{ص}')^{٢} = -٤\,\text{ص}_{\text{ن}} + ١٦$$

$$\text{ص}\,\text{ص}'' + (\text{ص}')^{٢} = -\text{ص}_{\text{ن}} + ٤$$

$$\text{ص}\,\text{ص}'' + (\text{ص}')^{٢} + \text{ص}_{\text{ن}} = ٤$$

حل آخر

صح /

Omar Aljabr
عمر الجبر
www.omaraljabr.com

$$\frac{dy}{dx} = 3 + 2\cos x - \sin x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -2\sin x - \cos x \quad \text{①}$$

$$= 2(\sin x + \cos x) \quad \text{①}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 2(2\cos x - \sin x) - 2\sin x - \cos x \quad \text{①}$$

$$= 2(-3\sin x - \cos x)$$

$$= -6(\sin x + \cos x)$$

$$= -6\left(y - 3\right) \quad \text{①}$$

$$= -6y + 18$$

$$\Rightarrow 2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -6y + 18$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 3y = 6 \quad \text{①}$$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Al-Jabr
www.omaraljabr.com

س٣ : جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س) = (س+٣)^{٢}$ المرسوم من النقطة (٠،٠)

س٢ م ٢

ص ٢١٧

الحل:

نفرض ان $(س_١ ، ص_١)$ نقطة تماس

ميل المماس $= \frac{ص_١ - ٠}{س_١ - ٠}$ ①

$هـ(س) = ٢(س+٣)$ ①

$هـ(س_١) = ٢(س_١+٣) =$ ميل المماس

$(س_١ ، ص_١)$

$٢(س_١+٣) = \frac{ص_١}{س_١} = \frac{(س_١+٣)^{٢}}{س_١}$ ①

$٢س_١(س_١+٣) = (س_١+٣)^{٢}$

$٢س_١^{٢} + ٦س_١ = س_١^{٢} + ٦س_١ + ٩$

$س_١^{٢} = ٩ \Leftarrow س_١ = \pm ٣$ ①

$هـ(٣) = ٣٦$

$هـ(-٣) = ٠$

نقطة التماس $(٣، ٣٦)$ ، $(-٣، ٠)$ ①

عند النقطة $(٣، ٣٦) \Leftarrow$ ميل المماس $= ٢(٣+٣) = ١٢$ ①

معادلة المماس : $ص - ٣٦ = ١٢(س - ٣)$ ① $\Leftarrow$

$ص = ١٢س$

عند النقطة $(-٣، ٠) \Leftarrow$ ميل المماس $=$ صفر

معادلة المماس : $ص = ٠$ ①

* إذا أوجد نقطة تماس واحدة يجب عليه كتابة النقطة وكتابة المعادلة

رقم الصفحة في الكتاب ١٢٧

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س ٣

ب) اذا كان $ص = \sqrt{(ع+1)^3} - \sqrt{(ع-1)^3}$ ، $ع = ٢س$ ، $س > \frac{1}{2}$

بيّن أن $\left|\frac{د ص}{د س}\right| = \sqrt{٤س + ٢\sqrt{٤س^2 - ١}}$

الحل:

$ص = \frac{1}{3}\left[(ع+1)^{\frac{3}{2}} + (ع-1)^{\frac{3}{2}}\right] \Leftarrow$

$\frac{د ص}{د ع} = \frac{1}{3}\left[\frac{3}{2}(ع+1)^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}(ع-1)^{\frac{1}{2}}\right]$ ①

$\Leftarrow \frac{د ص}{د ع} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{ع+1} + \sqrt{ع-1}\right]$

$\frac{د ع}{د س} = ٢$ ①

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{ع+1} + \sqrt{ع-1}\right) \times ٢$ ①

$= \left(\sqrt{ع+1} + \sqrt{ع-1}\right)$

$\frac{د ص}{د س} = \left(\sqrt{٢س+1} + \sqrt{٢س-1}\right)$ ①

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = \sqrt{\left(\frac{د ص}{د س}\right)^2}$ ①

$= \sqrt{\left(\sqrt{٢س+1} + \sqrt{٢س-1}\right)^2}$

$= \sqrt{٢س+1+٢\sqrt{(٢س+1)(٢س-1)} + ٢س-1}$ ①

$= \sqrt{٤س + ٢\sqrt{٤س^2-1}}$

$= \sqrt{٤س + ٢\sqrt{٤س^2-1}}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س ٢ ـ حل آخر

اذا كان $ص = \sqrt{(ع+1)^2} - \sqrt{(ع-1)^2}$ ، $س = ع^2 - 2$ فأثبت أن $\left|\frac{ص}{س}\right| = \frac{1}{\sqrt{س^2 - 4س + 2}}$

١٢٧

لكل: $ص = \sqrt{(س+1)^2} - \sqrt{(س-1)^2}$ ①

$= (س+1)^{\frac{3}{2}} - (س-1)^{\frac{3}{2}}$

$ص' = \frac{3}{2}(س+1)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}(س-1)^{\frac{1}{2}}$ ①½

$ص' = \sqrt{س+1} - \sqrt{س-1}$ ①

لكن $|ص'| = \sqrt{(ص')^2}$

$|ص'| = \sqrt{(\sqrt{س+1} - \sqrt{س-1})^2}$ ①

$= \sqrt{س+1+س-1-2\sqrt{س^2-1}}$ ①

$= \sqrt{2س - 2\sqrt{س^2-1}}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١٦٤

س٤ ١٦ علامة

(٨م) الحل

$ع = -٣٢ن^٢ + ٣٢ن$ ①

$٣٢ن^٢ + ٣٢ن = ٠$

① $ن = ١$ ثانية (زمن الصعود للجسم الأول)

فم(١) $= -١٦(١)^٢ + ٣٢(١)$

$= ١٦$ قدم عن قمة البرج

ارتفاع الجسم الأول عن سطح الأرض $= ١٦ + ٤٨ = ٦٤$ قدم ①

لكن $ع = -٣٢ن^٢ + ع_٠$ ①

$-٣٢ن^٢ + ع = ٠$

$ع = ٣٢ن^٢$ ①

عندما يكون للجسمين أقصى ارتفاع متساوي لكل منهما

$-١٦ن^٢ + ع_٠ن = ٦٤$ ①

$-١٦ن^٢ + (٣٢ن)(ن) = ٦٤$

$-١٦ن^٢ + ٣٢ن^٢ = ٦٤$

$١٦ن^٢ = ٦٤$

$ن^٢ = ٤$

$ن = ٢$ ثانية ①

(زمن أقصى ارتفاع للجسم الثاني)

السرعة الابتدائية للجسم الثاني $ع_٠ = ٣٢ \times ٢ = ٦٤$ قدم/ث ①

* إذا اخطأ في أقصى ارتفاع وأخذ ٤٨ أو ١٦ يأخذ أول (٥) علامات وغير ذلك (٣) علامات.

رقم الصفحة في الكتاب

١٧٧

١٨٢

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

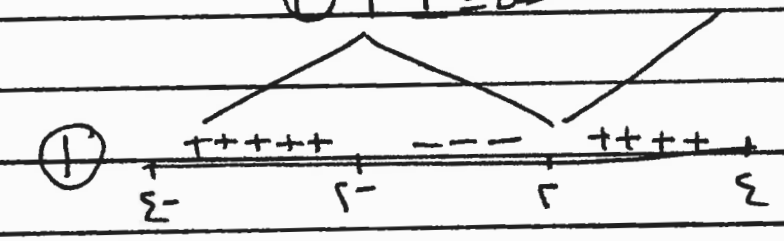
ب) $هـ(س) = س^٣ - ١٢س$ ، $س \in [-٤, ٤]$

$هـ'(س) = ٣س^٢ - ١٢$ ①

$٣س^٢ - ١٢ = ٠$

$س^٢ = ٤$

$س = \pm ٢$ ①



① ①

الاقتران هـ متزايد على الفترة $[-٤, -٢]$ ، $[٢, ٤]$

① الاقتران هـ متناقص على الفترة $[-٢, ٢]$ ①

للاقتران هـ قيمة عظمى محلية عند $س = -٢$

وهي $هـ(-٢) = ١٦$ ①

للاقتران هـ قيمة صغرى محلية عند $س = ٢$

وهي $هـ(٢) = -١٦$ ①

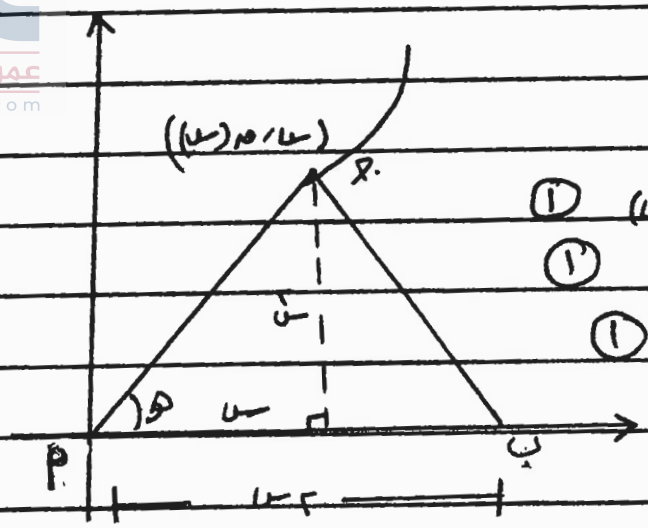
* إذا لم يطلب قاعدة الاقتران $هـ(س) = س^٣ - ٤س$

او $هـ(س) = س^٤ - ٢س^٢$ يصحح $هـ(٤)$ علامات .

* الفترات مجرد خصوصه او مغلقه لاتؤثر في العلامة .

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com



$\frac{د ص}{د ن} = ٣ س^{٢} \cdot \frac{د س}{د ن}$ ①

$ص = س \times س^{٢} = س^{٣}$ ①

$ص = \frac{١}{٢} (٤ س) \times ظاهـ \times س$ ①

$ظاهـ = \frac{س}{س} = س$ ①

$\frac{د ص}{د ن} = \frac{د س}{د ن}$ ①

$٤ \times \frac{١}{٢} = \frac{د س}{د ن}$

$\frac{د س}{د ن} = ٢$ وحدة / ث ①

عندما $هـ = \frac{\pi}{٣} \Leftarrow ظاهـ = \sqrt{٣}$

$س =$

$١ + ظا^{٢} هـ = قا^{٢} هـ$

$١ + (\sqrt{٣})^{٢} = قا^{٢} هـ$

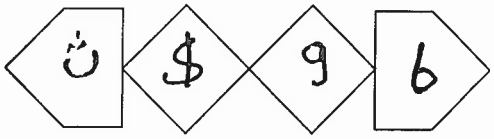
$٤ = قا^{٢} هـ$ ①

①

$\frac{د ح}{د ن} = \frac{١}{٣} (\sqrt{٣})^{٢} \times ٢ = ١٨$ وحدة مكعبة / ث

$هـ = \frac{\pi}{٣}$

بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : العلمي + الصناعي

مدة الامتحان : ٢ : ٠٠
اليوم والتاريخ: الأربعاء ٢٠١٧/٧/٥

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢١ علامة)

أ) جد كلاً مما يأتي:

١) $\lim_{س \to ١} \frac{(س + ١)^{٢} - ٤)^{٤}}{(س^{٢} - ٢ س + ١)^{٢}}$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا^{٢}س - جا^{٢}س - \sqrt{جتا٢س}}{س^{٢}}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) =

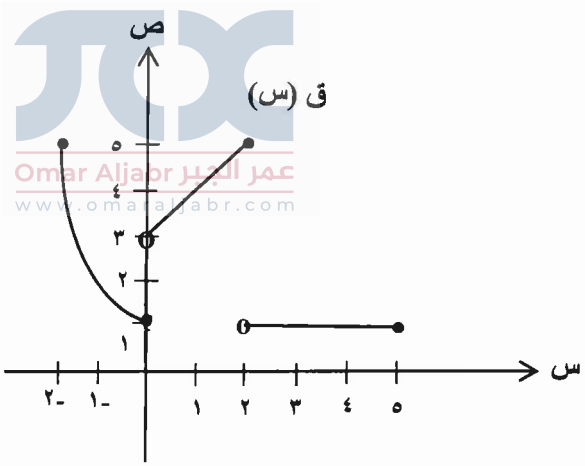
$$\begin{cases} \dfrac{\left|\frac{١}{س - ٤}\right| - \frac{١}{٣}}{١ - س} & ، \ ٠ < س < ١ \\ \dfrac{[\frac{١}{٢} س + ١]}{-٩ س} & ، \ ١ \leq س < ٢ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ١ (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية/ ،،،،

السـؤال الثاني: (٢٢ علامة)

أ) يُمثِّل الشكل المجاور منحنى الاقتران



عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

ق (س) ، س ∈ [-٢ ، ٥]، جـد ما يأتي :

١) $\lim_{س \to -١}$ (س ق^{٢}(س) + $\frac{٢}{ق (س)}$)

٢) $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق (٣ – س)

٣) (ق × قَ)َ (١)

٤) متوسط التغير في الاقتران ق (س) على الفترة [-٢ ، ٠] (٩ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} (أ + \frac{١}{٢}س^{٢})^{٢} & ، س \leq ٩ \\ \frac{س^{٢}}{٢٧} + ب & ، س > ٩ \end{cases}$

وكانت قَ (٩) موجودة، فجـــد قيمة كلاً من الثابتين أ ، ب (٦ علامات)

ج) إذا كان الاقتران ق (س) قابلاً للاشتقاق، وكان ق (٣ س^{٢} + ٥) = $\sqrt[٣]{س + ٧}$ ، س > ٠ ،

فجد $\lim_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق (٨ + ٢هـ) - ق (٨)}{٥ هـ}$ (٧ علامات)

السـؤال الثالث: (١٩ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = ظا ٢س ، فجد قَ (س) باستخدام تعريف المشتقة. (٦ علامات)

ب) إذا كان س ص = (س + ص)^{٤} ، فأثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص (٣ س - ص)}{س (س - ٣ ص)}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان س = جتا (٣ ن) + $\frac{١}{٢}$ ، ص = جا (٣ ن) + $\frac{١}{٢}$ ،

فجـد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عند س = $\frac{\pi}{٢}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

السـؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) ليكن ق (س) = س^{٣} + $\frac{٤٨}{س}$ ، س ≠ ٠ ، جد كلاً مما يأتي :

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت). (٩ علامات)

ب) جد النقط التي يكون عندها المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = $\frac{س^{٢} + س + ١}{س + ١}$

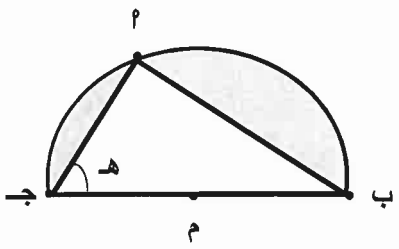
س ≠ −١ ، عموديًا على المستقيم ٣ ص = −٤ س + ٥ (٧ علامات)

ج) أُسقط جسم من ارتفاع (١٢٠) م عن سطح الأرض سقوطًا حرًّا وفق الاقتران **ف$_{١}$ (ن) = ٥ ن^{٢}** ، وفـي اللحظة نفسها قُذف جسم آخر من سطح بناية للأعلى وفق الاقتران **ف$_{٢}$ (ن) = ٤٠ ن − ٥ ن^{٢}** ، حيث **ف$_{١}$** ، **ف$_{٢}$** المسافة بالأمتار، **ن** الزمن بالثواني، جد ارتفاع البناية إذا علمت أن سرعة الجسم الأول تساوي (٢٠) م/ث في اللحظة التي يكون للجسمين الارتفاع نفسه عن سطح الأرض. (٧ علامات)

السـؤال الخامس: (١٥ علامة)

أ) مصعدان كهربائيان مستقران في الطابق الأرضي، المسافة الأفقية بينهما (٨) م، بدأ المصعد الأول في الارتفاع للأعلى بسرعة (٣) م/ث، وبعد ثانية بدأ المصعد الثاني في الانخفاض للأسفل بسرعة (٢) م/ث. جد معدل تغيّر المسافة بين المصعدين بعد ثانيتين من بدء حركة المصعد الثاني. (٧ علامات)

ب) رُسم المثلث ﺃ ب جـ داخل نصف دائرة طول قطرها (٨) سم، بحيث يقع الرأسان ب ، جـ على نهايتي القطر، والرأس الآخر (ﺃ) يتحرك علـى منحنى نصف الدائرة كما في الشكل المجاور، فجد قياس الزاوية (هـ) التي تجعل مساحة المنطقة المظللة أصغر ما يُمكن.



(٨ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

الإجابة النموذجية

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات / م٣
الفرع : العلمي والصناعي

مدة الامتحان : د س
التاريخ : ١٧/٧/٥

الإجابة النموذجية :	رقم الصفحة في الكتاب
السؤال الأول: (٢١ علامة)	٣٧
$\lim_{س \to 1} \frac{ط((س+1)^{٤} - ٤)}{(س^{٤} - ٢س + ١)^{٢}}$ (٢)	
$= \lim_{س \to 1} \frac{ط((س+1)-١)((س+1)+٢)}{(س-١)^{٢}(س+١)^{٢}}$ (١)	
$= \lim_{س \to 1} \frac{ط(س)(س+٣)}{(س+١)^{٢}}$ (١)	
$= \frac{ط(١)(٤)}{(٢)^{٢}}$ (١)	
$= \frac{٤ط}{٤} = ط$ (١)	
علامة إضافية	٤
المجموع	٢٥

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

٤٦

س ١ م) ٢) $\lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{جتا ٢س} - \sqrt{جتا ٤س}}{س^2}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{جتا ٢س} - \sqrt{جتا ٤س}}{س^2} \times \frac{\sqrt{جتا ٢س} + \sqrt{جتا ٤س}}{\sqrt{جتا ٢س} + \sqrt{جتا ٤س}}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جتا ٢س - جتا ٤س}{س^2} \times \frac{1}{\sqrt{جتا ٢س} + \sqrt{جتا ٤س}}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{(جتا ٢س - ١)}{س^2} \times \frac{جتا ٢س}{\sqrt{جتا ٢س} + \sqrt{جتا ٤س}}$ ① عامل مشترك

$= \lim_{س \to 0} \frac{-٢ جا^2 س}{س^2} \times \lim_{س \to 0} \frac{جتا ٢س}{\sqrt{جتا ٢س} + \sqrt{جتا ٤س}}$ ①

$= -٢ \lim_{س \to 0} \left(\frac{جا س}{س}\right)^2 \times \frac{1}{2}$ ① أو ضعها بحسب الحالة

$= -٢ \times ١ \times \frac{1}{2} = -١$ ① علامة إجابة أو خطأ في العملية

حل آخر: $\lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{جتا ٢س} - \sqrt{جتا ٤س}}{س^2}$ ①

س ٢) $= \lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{جتا ٢س} (\sqrt{جتا ٢س} - ١)(\sqrt{جتا ٢س} + ١)}{س^2 (\sqrt{جتا ٢س} + ١)}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \sqrt{جتا ٢س} \times \frac{جتا ٢س - ١}{س^2}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{-٢ جا^2 س}{س^2} = -١ \sum \left(\frac{جا س}{س}\right)^2 \times -٢ \times \frac{1}{2}$ ① ① ①

$= -١ \times ١ = -١$

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

ب) $\text{ن}(س) = \begin{cases} \frac{1}{3} - \left|\frac{1}{س-4}\right| & ، 0 < س < 1 \\ \frac{[1 + س\frac{1}{2}]}{-9س} & ، 1 \le س < 8 \end{cases}$

نبحث في اتصال ن(س) عند س = 1

(i) $\text{ن}(1) = \frac{[1 + (1)\frac{1}{2}]}{-9(1)} = \frac{[1\frac{1}{2}]}{-9} = -\frac{1}{9}$ ①

(ii) نجد $\lim_{س \to 1^+} \text{ن}(س) = \lim_{س \to 1^+} \frac{[1 + س\frac{1}{2}]}{-9س} = \frac{1}{-9} = -\frac{1}{9}$ ①

$\lim_{س \to 1^-} \text{ن}(س) = \lim_{س \to 1^-} \frac{\frac{1}{3} - \left|\frac{1}{س-4}\right|}{س - 1}$ ①

$= \lim_{س \to 1^-} \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4-س}}{1-س}$ ①

$= \frac{3 - 4 + س}{3(4-س)(1-س)} = -\frac{1}{9}$ ①

∴ $\lim_{س \to 1} \text{ن}(س)$ موجودة وتساوي $-\frac{1}{9}$ ①

(iii) بما أن $\lim_{س \to 1} \text{ن}(س) = \text{ن}(1) = -\frac{1}{9}$ ①

∴ ن(س) متصل عند س = 1 ①

× ملاحظة إذا جعلت الشرط الثاني بدون اقتصار داخل مكان أي خطأ واحد لكن كاملة

× إذا لم يصرح مكان أنه لا يقبل جميع الخطوات السابقة صحيحة يأخذ (٢)

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

السؤال الثاني : (٢٢ علامة)

٧٣

أ) $\lim_{س \to -١} \left(\frac{ع}{(س+٢)^{٣}} + (س^{٢}+٣) \right)$

$= \left(\frac{ع}{(-١+٢)^{٣}} + ((-١)^{٢}+٣) \right)$ ①

$= \frac{ع}{٢} + ٤ \times ١ = ٢ + ٤ = ٦$ ①

٧٣

٢) نفرض ان ص = ٣ - س ، س $\to ٢^{+}$ ⇐ ص $\to ١^{-}$ ①

$\therefore \lim_{س \to ٢^{+}} ن(٣-س) = \lim_{ص \to ١^{-}} ن(ص) = ن(١)$ ①

$= ٤$ ①

انتهت الإجابة من هذه العلامة

١١٩

٣) $(ن \times ن)'(١) = ن(١) \times ن'(١) + ن'(١) \times ن(١)$ ①

$= صفر + ١ \times ٤ = ٤$ ①

٤) متوسط التغير $= \frac{ن(٠) - ن(-٢)}{٠ - (-٢)} = \frac{٥ - ١}{٢}$ ①

٨٥

$= \frac{٤}{٢} = ٢$

لاحظ ان $ن'(١) = \frac{٥-٤}{٢-١} = \frac{١}{١} = ١$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr جبر عمر
www.omaraljabr.com

(من ب)

$$\text{مـ}(س) = \begin{cases} (\frac{1}{٤}س + ٣)^{٢} & ، س < ٩ \\ \frac{س^{٢}}{٢٧} + ب & ، س \geq ٩ \end{cases}$$

١٥

بما أن $\text{مـ}(٩)$ موجودة $\Leftarrow$ $\text{مـ}(س)$ متصل عند $س = ٩$

وعليه $\lim_{س \to ٩^+} \text{مـ}(س) = \lim_{س \to ٩^-} \text{مـ}(س)$

$$\therefore \lim_{س \to ٩^+} (\frac{1}{٤}س + ٣)^{٢} = \lim_{س \to ٩^-} \frac{س^{٢}}{٢٧} + ب$$

(١) (١)

$$(٣ + ٣)^{٢} = ٩ + ب \quad \text{-------} (١)$$

(١)

نجد $\text{مـ}'(س) = \begin{cases} ٢(\frac{1}{٤}س + ٣)(\frac{1}{٤}) & ، س < ٩ \\ \frac{٢س}{٢٧} & ، س > ٩ \end{cases}$

أي خطأ يخبر الطالبة

$$\text{مـ}'_{+}(٩) = \text{مـ}'_{-}(٩)$$

(١) $\frac{٢(٩)}{٢٧} = (\frac{1}{٢(٣)})(٣ + م)$

(١) $\frac{٣ + م}{٣} = \frac{٢}{٣} \Leftarrow م + ٣ = ٢$

$\boxed{م = -١}$

بالتعويض في (١) $\Leftarrow (-١ + ٣)^{٢} = ٣ + ب$

(١) $\boxed{ب = ١} \Leftarrow ٤ = ٣ + ب$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

٧) $\lim_{هـ \to 0} \frac{ن(٨ + ٢هـ) - ن(٨)}{٥هـ}$ (من ٤٠)

نفرض أن $م = ٢هـ$

$هـ = \frac{م}{٢}$

عندما $هـ \to 0$ فإن $م \to 0$

$= \lim_{م \to 0} \frac{ن(٨ + م) - ن(٨)}{٥(\frac{م}{٢})}$ ①

$= \frac{٢}{٥}$ هـ$'(٨)$ ① (استنتج صحة العلاقة أعلاه)

لكن $ن(س) = \sqrt[٣]{س + ٧}$ ، نشتق

① $ن'(س) = (٣س + ٥)(٦س) = \frac{١}{٣}(س + ٧)^{-\frac{٢}{٣}}$

① $ن'(٨) = (٦) = \frac{١}{\sqrt[٣]{(٨ + ٧)^{٢}}}$ الطرف يمين (٨)

① $ن'(٨) = \frac{١}{٣ \times ٤} = \frac{١}{١٢}$ ∴ $٣س + ٥ = ٨$

$٣س = ٣$

$س = ١$

① ∴ $ن'(٨) = \frac{١}{٦ \times ٢} = \frac{١}{٧٢}$ $س = \pm ١$

∴ $\lim_{م \to 0} \frac{ن(٨ + م) - ن(٨)}{٥(\frac{م}{٢})} = \frac{١}{٥} \times \frac{٢}{١} = \frac{١}{٣٦} = \frac{١}{١٨٠}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) م(س) = ظا٢س ، جد م'(س) باستخدام التعريف المشتقة :

$$م'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{م(س+هـ) - م(س)}{هـ} \quad \ldots$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{ظا٢(س+هـ) - ظا٢س}{هـ} \quad (١)$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{ظا٢س + ظا٢هـ}{١ - ظا٢س ظا٢هـ} - \frac{ظا٢س}{١}}{هـ} \quad (١)$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{ظا٢س + ظا٢هـ - ظا٢س + ظا٢س ظا٢هـ ظا٢هـ}{هـ(١ - ظا٢س ظا٢هـ)} \quad (١)$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{ظا٢هـ(١ + ظا٢س)}{هـ(١ - ظا٢س ظا٢هـ)} \quad (١)$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{ظا٢هـ}{هـ} \times \lim_{هـ \to 0} \frac{ظا٢س}{١ - ظا٢س ظا٢هـ} \quad (١)$$

$$= ٢ \times ظا٢س \quad (١)$$

رقم الصفحة في الكتاب

ب) $س ص = (س + ص)^{٤}$ ، أثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص (٣س - ص)}{س (س - ٢ص)}$

٦

$س ص = (س + ص)^{٤}$ ، نشتق الطرفين

١٤٣

$س ص' + ص = ٤ (س + ص)^{٣} (١ + ص')$

$س ص' + ص = ٤ \left(\frac{س + ص}{١}\right)^{٣} (١ + ص')$

$(س + ص)(س ص' + ص) = ٤ س ص (١ + ص')$

$س^{٢} ص' + س ص + س ص ص' + ص^{٢} = ٤ س ص + ٤ س ص ص'$

$س^{٢} + س ص - ٤ س ص) ص' = ٤ س ص - س ص - ص^{٢}$

$\therefore ص' = \frac{٣ س ص - ص^{٢}}{س^{٢} + س ص - ٤ س ص}$

$= \frac{ص (٣س - ص)}{س (س - ٣ص)}$

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com

١٤٥

٣) س = ٤ جتا(٣ن) + $\frac{1}{2}$ ، ص = ٤ جا(٣ن) + $\frac{1}{2}$

أ) جـ $\frac{د^2 ص}{د س^2}$ عند ن = $\frac{\pi}{2}$.

$\frac{د س}{د ن}$ = −٣ جا٣ن ① ، $\frac{د ص}{د ن}$ = ٣ جتا٣ن ①

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{د ص}{د ن}$ × $\frac{د ن}{د س}$ ①

= $\frac{1}{-٣ جا ٣ن}$ × ٣ جتا٣ن = −ظتا٣ن ①

$\frac{د^2 ص}{د س^2}$ = ٣ قتا^2 ٣ن $\frac{د ن}{د س}$ ①

= $\frac{1}{-٣ جا ٣ن}$ × ٣ قتا^2 ٣ن

= $\frac{1}{جا ٣ن}$ × $\frac{-1}{جا ٣ن}$

= $\frac{-1}{جا^3 ٣ن}$ ①

$\left| \frac{د^2 ص}{د س^2} \right|_{ن = \frac{\pi}{2}}$ = $\frac{-1}{٣((جا ٣(\frac{\pi}{2}))^3}$ = $\frac{-1}{٣(-1)}$

= ١

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (٣ علامة)

عمر الجبر Omar Aljabr www.omaraljabr.com

٩ ٤) $م(س) = س^{٣} + \frac{٤٨}{س}$ ، $س \neq ٠$ ١٨٠

(١) $م'(س) = ٣س^{٢} - \frac{٤٨}{س^{٢}} = ٠ \Leftarrow \frac{٣س^{٤} - ٤٨}{س^{٢}} = ٠$

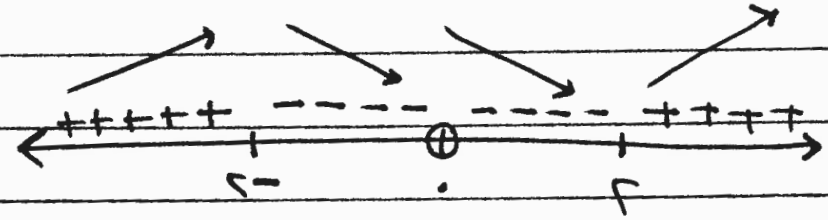
$٣س^{٤} - ٤٨ = ٠ \Leftarrow ٣(س^{٤} - ١٦) = ٠$

$٣(س^{٢} - ٤)(س^{٢} + ٤) = ٠$

$٣(س - ٢)(س + ٢)(س^{٢} + ٤) = ٠$

(١) $\therefore س = ٢ ، -٢$

(١)



(١) الاقتران $م(س)$ متزايد في $(-\infty ، -٢] ، [٢ ، \infty)$

(١) الاقتران $م(س)$ متناقص في $[-٢ ، ٠) ، (٠ ، ٢]$

(١) للاقتران $م(س)$ قيمة عظمى محلية عند $س = -٢$ وقيمتها

$م(-٢) = (-٢)^{٣} + \frac{٤٨}{-٢} = -٨ - ٢٤ = -٣٢$ (١)

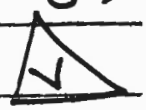
(١) للاقتران $م(س)$ قيمة صغرى محلية عند $س = ٢$ وقيمتها

$م(٢) = (٢)^{٣} + \frac{٤٨}{٢} = ٨ + ٢٤ = ٣٢$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

١٥٩

Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com



ب) $ق(س) = \frac{س^2 + س + 1}{س + 1}$ ، $س \neq -1$

$ق'(س) = \frac{(س+1)(2س+1) - (س^2+س+1)}{(س+1)^2}$ ①

$= \frac{2س^2 + س + 2س + 1 - س^2 - س - 1}{(س+1)^2}$

$= \frac{س^2 + 2س}{(س+1)^2}$

لكن المستقيم $3ص = -4س + 5$

$ص = -\frac{4}{3}س + \frac{5}{3}$ ①

∴ الميل $= -\frac{4}{3}$ (ميل العمودي)

① ميل المماس × ميل العمودي $= -1$

$\frac{س^2 + 2س}{(س+1)^2} \times -\frac{4}{3} = -1$ ①

$\frac{س^2 + 2س}{(س+1)^2} = \frac{3}{4} \Leftarrow 4(س^2 + 2س) = 3(س+1)^2$

$4س^2 + 8س = 3س^2 + 6س + 3$

$س^2 + 2س - 3 = 0$

$(س + 3)(س - 1) = 0$

① $س = -3$ ، 1

∴ النقط هي $(1، ق(1))$ ، $(-3، ق(-3))$

$(1، \frac{3}{2})$ ، $(-3، -\frac{7}{2})$

① ①

رقم الصفحة في الكتاب

١٦٤

س ٤ ج ٠)

ف١(ن) = ٥ ن٢ ← الجسم الأول

ف٢(ن) = ٤٠ ن − من٢ ← الجسم الثاني

نفرض أن ارتفاع البناية ل

يكون للجسمين الارتفاع نفسه عن سطح الأرض عندما

سطح الأرض

(١) ف١(ن) + ف٢(ن) + ل = ١٢٠

(١) ٥ن٢ + ٤٠ ن − ٥ن٢ + ل = ١٢٠

٤٠ ن + ل = ١٢٠

(١) ن = (١٢٠ − ل) / ٤٠ (الزمن الذي يكون للجسمين الارتفاع نفسه عن سطح الأرض).

لكن ف١(ن) = ٥ ن٢

(١) ع١(ن) = ١٠ ن = ٢٠ ⇐ ن = ٢ ثانية

(١)

(١) ٢ = (١٢٠ − ل) / ٤٠

٨٠ = ١٢٠ − ل ⇐ ل = ٤٠ م ارتفاع البناية

(١)

رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

١٧٤

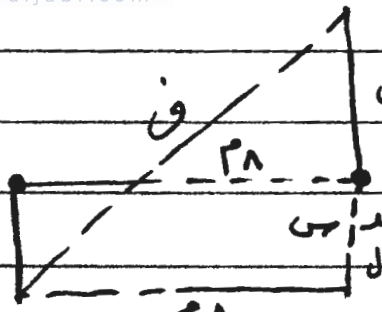
السؤال الخامس : (١٥ علامة)

م) ٧

$\frac{ص}{ن} = ٣$ م/ث

$\frac{س}{ن} = ٢$ م/ث

المطلوب : $\frac{ف}{ن}$ | بعد ٢ ثانية من انطلاق الجسم الثاني



$ف = \sqrt{٢٤ + ٢(س + ص)}$ ①

$\frac{ف}{ن} = \frac{١}{٢}(س + ص)(\frac{س}{ن} + \frac{ص}{ن})$

$= \frac{٤}{٢}\sqrt{٢٤ + ٢(س + ص)}$ ①

لكن $ص = \frac{ص}{ن} \times ٣ = ٣ \times ٣ = ٩$ قدم ①

$س = \frac{س}{ن} \times ٢ = ٢ \times ٢ = ٤$ قدم ①

$\frac{ف}{ن} = (٤ + ٩)(٣ + ٢)$ ①

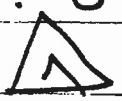
$= \frac{٥ \times ١٣}{\sqrt{٢٤ + ١٦٩}}$

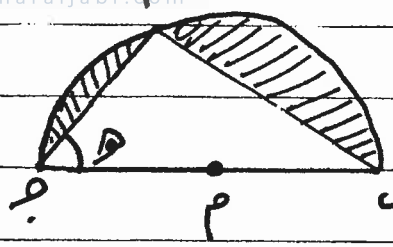
$= \frac{٦٥}{\sqrt{٢٣٣}}$ م/ث ①

رقم الصفحة في الكتاب

Omar Aljabr عمر الجبر www.omaraljabr.com

س ٥ ب)





م = $\frac{1}{2}$ نق^2 π − $\frac{1}{2}$ م جـ × ب جـ × جا هـ ①

م = $\frac{1}{2}$ × ١٦ π − $\frac{1}{2}$ × ٨ × م جـ × جا هـ ∵ $0 < هـ < \frac{\pi}{2}$

م = ٨π − ٣٢ جا هـ جتا هـ

جتا هـ = $\frac{م جـ}{٨}$ ①

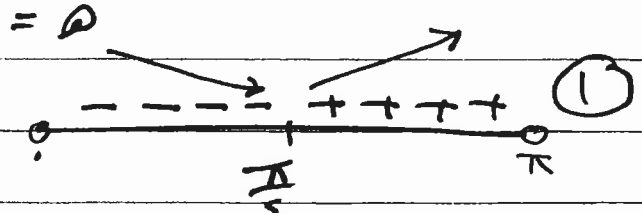
م = ٨π − ١٦ جا ٢هـ ①

م جـ = ٨ جتا هـ

م′ = −٣٢ جتا ٢هـ ①

م′ = ٠ ⇐ جتا ٢هـ = ٠ ⇐ ٢هـ = $\frac{\pi}{2}$

هـ = $\frac{\pi}{4}$ ①



①

∴ أصغر مساحة للمنطقة المظللة عندما هـ = $\frac{\pi}{4}$ ①

* ملاحظة: إذا اتبع الطالب أي حل صحيح أعطه العلامة كاملة مع مراعاة أن أقل ما يكتب عندما تكون المساحة مطلوبة هو م ب هـ أكمل ما يكتب واتبع خطوات صحيحة يجاب بالخطوات.

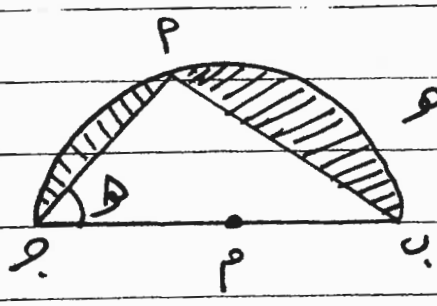
رقم الصفحة في الكتاب

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

حل آخر

س ب

٨



م = $\frac{1}{2}$ ن ق^2 هـ − $\frac{1}{2}$ أجـ × بجـ × جا هـ

م = $\frac{1}{2}$ × ١٦ π − $\frac{1}{2}$ × ٨ × أجـ × جا هـ

م = ٨ π − ٣٢ جا هـ جتا هـ

م' = −٣٢ (جتا هـ جا هـ + جتا هـ جتا هـ)

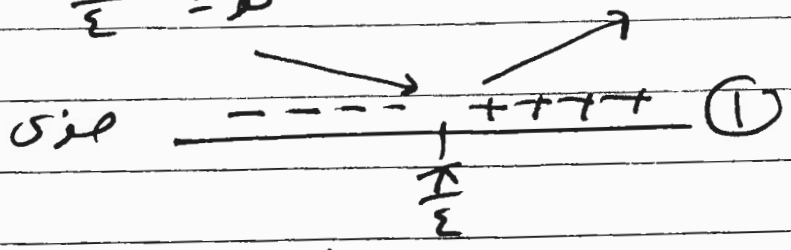
= −٣٢ (جتا^2 هـ − جا^2 هـ)

= −٣٢ (جتا ٢هـ)

م' = ٠ ⟸ جتا ٢هـ = ٠ ⟸ ٢هـ = $\frac{\pi}{2}$

هـ = $\frac{\pi}{4}$

جتا هـ = $\frac{\text{أجـ}}{٨}$ ⟸ أجـ = ٨ جتا هـ



∴ أصغر مساحة للمنطقة المظللة عندما هـ = $\frac{\pi}{4}$

م م عيس

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

محمد كمال الدين

حل آخر

(س ع ج)

ف١(ن) = ٥ ن^٢ − ٢٠ ن

① ع١(ن) = ١٠ ن − ٢٠ = ٠ ⟸ ن = ٢ ثانية ①

ف١(٢) = ٥ (٢)^٢ − ٢٠ (٢) = − ٢٠ م ①

ف٢(ن) = ٠,٤ (٢) − ٥ (٢)^٢ = − ٦٠ ①

① ①

٢٠ + ٦٠ + ل = ١٠٠ ①

① ل = ٢٠ م ارتفاع البناية

Omar Aljabr عمر الجبر
www.omaraljabr.com

س٣ أ) $\text{نهـ}_{س \to ٤} \frac{\text{ظا}(س-٤)}{س^٢ - ٤س}$ (١)

حل آخر

$= \text{نهـ}_{س \to ٤} \frac{\text{ظا}(س-٤)}{س(س-٤)}$ (١)

$= \text{نهـ}_{س \to ٤} \frac{\text{ظا}(س-٤)}{(س-٤)} \times \frac{١}{س}$ (١)

$= \text{نهـ}_{ص \to ٠} \frac{\text{ظا}ص}{ص} \times \frac{١}{(ص+٤)}$ (١)

$= ١ \times \frac{١}{٤}$ (١)

$= \frac{١}{٤}$ (١)

عمر الجبر
Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

عمر الجبر Omar Aljabr
www.omaraljabr.com

س ٥ / حل آخر ①

م = ½ × ١٦ π − ½ × ن ه ن ه

م = ٨ π − ½ ن ه ن ه

م = π٨ − ½ ن ٢ (٤ − ٤) ①

م' = صفر − ½ ن × $\frac{٢(٤-٤)}{-٤ن}$ + ٢(٤ − ٤) × $\frac{١}{٢}$ ①

ص = ٢(٤ − ٤) ، ص = ٠ ⇒ ٤ = ٤ ①

م' = $\frac{٢(٤-٤)}{٤}$ − ٢(٤ − ٤) = ٠

ن = ٤ − ٤ ①

ن' = ٤ − ٤

ن' = ٠ ⇒ ٤ = ٤

ن = ٢(٤ − ٤) = ٢٣٢ ①

أقل ما يمكن = ٤ − ٢٣٢

$\frac{٤}{٤} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٤}$ ، ن = ٥ − $\frac{٣}{٤}$ ①